



М. Тодоровски, Р. Ачковски

ВИСОКОНАПОНСКИ МРЕЖИ И СИСТЕМИ

Второ изменето и дополнето издание

Скопје, 2025



Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје
Факултет за електротехника
и информациски технологии



М. Тодоровски, Р. Ачковски

ВИСОКОНАПОНСКИ МРЕЖИ И СИСТЕМИ

Второ изменето и дополнето издание

Скопје, 2025

Автори:

Д-р Мирко Тодоровски, редовен професор, Факултет за електротехника и информациски технологии

Д-р Ристо Ачковски, редовен професор, Факултет за електротехника и информациски технологии

Наслов:

ВИСОКОНАПОНСКИ МРЕЖИ И СИСТЕМИ

Рецензенти:

Д-р Рубин Талески, редовен професор, Факултет за електротехника и информациски технологии

Д-р Драгослав Рајичиќ, редовен професор, Факултет за електротехника и информациски технологии

Лектура на македонски јазик:

Ленка Панчевска

Печатница

ДПТУ „Студентски сервис“ ДОО, Скопје

Тираж

200 примероци

ISBN: 978-608-4999-19-5

Со одлука бр. 02-1709/29 од 19.10.2022 година на Наставно-научниот совет на Факултетот за електротехника и информациски технологии во Скопје книгата е одобрена за издавање како учебно помагало.

СОДРЖИНА

1	Вовед	1
1.1	Основни концепти	1
1.2	Извори на електрична енергија	4
1.3	Функционирање на ЕЕС	7
2	Пренос на електрична енергија со долги трифазни водови	13
2.1	Реални водови	13
2.2	Идеални водови	18
2.3	Определување на параметрите на точната π -заменска шема на долгите водови	23
2.4	Упростени начини за одредување на параметрите на заменските шеми на долгите водови	24
2.5	Дополнителни примери	28
3	Регулација на напони и реактивни моќности во ЕЕС	41
3.1	Општо за регулацијата на напони во ЕЕС	41
3.2	Регулација на напонот со измена на напоните кај изворите	42
3.3	Регулација на напон со измена на коефициентот на транс- формација кај енергетските трансформатори	45
3.4	Пресметка на напони во ЕЕС	60
3.5	Врска меѓу напоните и реактивните моќности во ЕЕС	78
3.5.1	Линеарна U-Q карактеристика добиена со развој во Тајлоров ред	78
3.5.2	Линеарна U-Q карактеристика добиена со примена на суперпозиција	86
3.6	Матрица на реактанции на кусоврзаната мрежа	91
3.7	Примери за регулација на напони	104
3.8	Оптимална големина на компензационите уреди	117
4	Куси врски во електроенергетските системи	127
4.1	Воведни напомени	127
4.1.1	Причини за појава на кусите врски	128
4.1.2	Штетни последици од кусите врски	131
4.1.3	Видови на куси врски	135
4.2	Облик на струјата на кусата врска	136
4.2.1	Основни принципи	136

4.2.2	Трифазна куса врска кај синхрон генератор	138
4.2.3	Патеки на флуксот и еквивалентни реактанции	141
4.2.4	Релација за струјата на куса врска	143
4.3	Дозволени упростувања при анализите на режимот на куса врска	148
4.4	Симетрични компоненти	149
4.4.1	Симетрични трифазни системи	149
4.4.2	Несиметрични трифазни системи	151
4.5	Параметри на елементите на електричните мрежи	155
4.5.1	Реактанции на синхроните генератори	155
4.5.2	Параметри на енергетските трансформатори	159
4.5.2.1	Двонамотни трансформатори	159
4.5.2.2	Тринамотни трансформатори	162
4.5.3	Реактанции на надземните водови и каблите	165
4.5.4	Реактанции на потрошувачите	168
4.6	Еквивалентни шеми на мрежата за одделните редоследи	170
4.6.1	Пресметување на режимот на куса врска	175
4.6.2	Трифазна куса врска	175
4.6.3	Двофазна куса врска	177
4.6.4	Двофазна куса врска со земја	178
4.6.5	Еднофазна куса врска	180
4.6.6	Заклучок	181
4.7	Примена на матрична постапка за пресметување на режимот на куса врска	183
4.8	Дополнителни примери за куси врски	200
5	Стабилност на работата на ЕЕС	247
5.1	Општо за преодните процеси во ЕЕС	247
5.2	Равенка на движење на синхрон агрегат	250
5.3	Упростувања при анализа на стабилноста на работата на ЕЕС	258
5.3.1	Занемарување на придушниот момент	258
5.3.2	Занемарување на дејството на турбинскиот регулатор	258
5.3.3	Занемарување на испакнатоста на половите кај хидрогенераторите	259
5.4	Моделирање на синхроните генератори при анализите на статичката и динамичката стабилност	259
5.4.1	Модел на синхрон генератор при анализите на динамичка стабилност	260
5.4.2	Модел на синхрон генератор при анализите на статичка стабилност	260
5.5	Модел на мрежата и потрошувачите – аглови карактеристики на моќност	262
5.5.1	Кронова редукција на матрицата на адмитанции	270
5.6	Статичка стабилност на ЕЕС	277

5.6.1	Статичка стабилност на генератор приклучен на крута мрежа	278
5.6.2	Статичка стабилност на двомашински систем	283
5.6.3	Статичка стабилност на повеќемашински систем . .	288
5.6.3.1	Анализа на статичката стабил- ност по критериумот на позитивна синхронизациона моќност	288
5.6.3.2	Метод на мали осцилации	289
5.7	Динамичка стабилност на ЕЕС	303
5.7.1	Правило на еднакви површини	308
5.7.2	Динамичка стабилност при појава на куси врски . .	310
5.7.2.1	Трајна куса врска на вод	311
5.7.2.2	Куса врска со исклучување на повреде- ниот вод	313
5.7.2.3	Куса врска со исклучување и со автоматско повторно вклучување (АПВ) . .	314
5.7.2.4	Куси врски во преносен систем со еден вод	316
5.7.2.5	Нумерички метод за решавање на динамичка стабилност	318
5.8	Дополнителни примери за стабилност на ЕЕС	327
6	Прилози	347
А	Електроенергетски водови	349
Б	Решавање електрични мрежи	355
Б.1	Метод на независни напони	355
Б.2	Формирање на матрицата на адмитанции на мрежата . . .	360
В	Симетрични компоненти	369
В.1	Симетрични трифазни кола	369
В.2	Несиметрични трифазни кола	375
В.2.1	Несиметричен генератор	375
В.2.2	Несиметричен потрошувач	384
Г	Ротационо движење	391
Г.1	Рамномерно ротационо движење	391
Г.2	Ротација на цврсто тело	395
Д	Нумеричко решавање диференцијални равенки	399
Д.1	Општо	399
Д.2	Пример со готови функции во MATLAB	399
Д.3	Метод на Ојлер	401
Д.4	Модифициран метод на Ојлер	403
Д.5	Метод на Рунге-Кута	404
Д.6	Примери за решавање на диференцијални равенки	406

Ѓ	Решавање преносни електроенергетски мрежи	417
Ѓ.1	Модели на гранките во ЕЕС	417
Ѓ.1.1	Надземни водови и кабли	417
Ѓ.1.2	Трансформатори	418
Ѓ.1.3	Компензациони уреди приклучени напречно или надолжно	423
Ѓ.2	Единични вредности	424
Ѓ.3	Модели на потрошувачите и генераторите во ЕЕС	425
Ѓ.3.1	Потрошувачи	425
Ѓ.3.2	Генератори	426
Ѓ.4	Примери за пресметка на напони во електроенергетски мрежи	428
Ѓ.4.1	Инјектирана моќност во јазел	428
Ѓ.4.2	Јазли со зададен напон	435
Ѓ.5	Распределба на тековите на моќности	437
Ѓ.6	Њутн-Рафсонов метод за пресметка на напони во електро- енергетски мрежи	438
Ѓ.6.1	Дефиниција на проблемот	438
Ѓ.6.2	Решавање на нелинеарни равенки	439
Ѓ.6.3	Пресметка на елементите од јакобијанот	446
Ѓ.6.4	Примена на MATLAB за пресметка на напони во електроенергетски мрежи	450
Ѓ.7	Податоци за хипотетички ЕЕС	461
Ѓ.8	Примери за пресметка на напони и текови на моќности . .	468
Е	Кус вовед во користење на MATLAB	483
Е.1	Операции со матрици	484
Е.2	Системи линеарни равенки	490
Е.3	Дефинирање на функции	495
Е.4	Изводи и интеграли	500
Е.5	Функции со повеќе променливи	502
Е.6	Основно за линеарно програмирање	505
	Список на кратенки	515
	Список на поважните ознаки со значења	517
	Литература	521

1

ВОВЕД

1.1 Основни концепти

Поимот „електроенергетска мрежа“ или поедноставно речено мрежа нема секогаш исто значење. Во најширока смисла на зборот поимот „електроенергетска мрежа“ е синоним за „електроенергетски систем“ (ЕЕС) и ги содржи сите елементи. Тоа се сите, на определен начин поврзани генератори, трансформатори, водови, потрошувачи и друго. Честопати под „мрежа“ се мисли само на делот од ЕЕС кој служи за пренесување и распределба на електричната енергија. Вообичена е поделбата на ЕЕС на:

- извори (електрични централи);
- преносна мрежа и
- дистрибутивна мрежа.

Оваа поделба е направена според таканаречените фази на технолошкиот процес во кои спаѓаат:

- производството,
- пренесувањето и распределбата на електричната енергија и
- користењето (употребата) на електричната енергија.

Тешко е да се направи прецизно разграничување меѓу преносните и дистрибутивните мрежи бидејќи таквата поделба не е еднозначна.

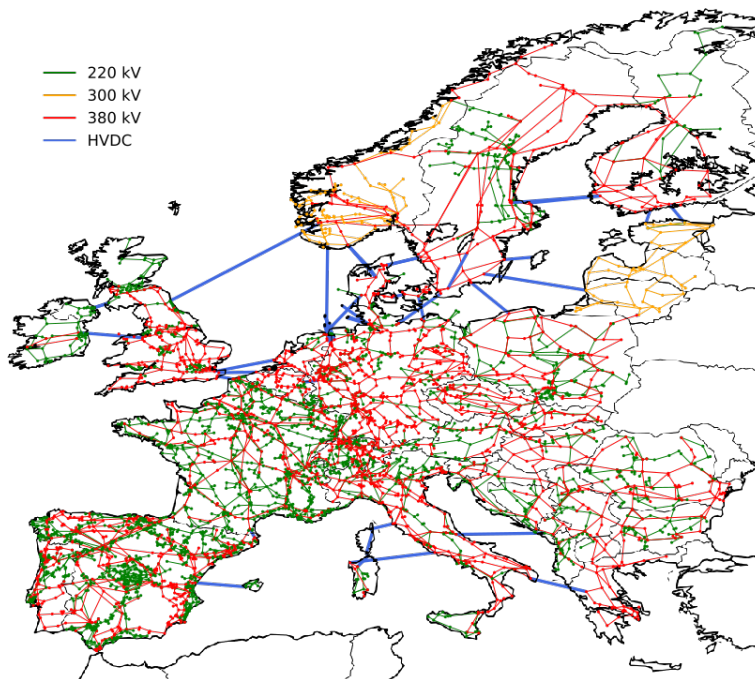
Според техничката поделба, преносната мрежа ја сочинуваат водовите и постројките со номинален напон 110 kV и повеќе, а остатокот е дистрибутивна мрежа.

Според функционалната поделба, преносната мрежа е оној дел од ЕЕС кој заедно со изворите учествува во водењето и во оптимирањето на водењето на споменатиот технолошки процес. Сето останато претставува дистрибутивна мрежа, без оглед на нејзиниот номинален напон.

Многуге проблеми на електроенергетските мрежи се наедно и проблеми на целиот ЕЕС и во принцип само така тие можат да се решаваат. Решавањето на проблемите на мрежата претставува обемна,

долготрајна и макотрпна работа, дури и тогаш кога за таа цел се користат најсовремени методи и помошни средства. Причината за тоа е првенствено големината на самите мрежи што можат да се протегаат и преку повеќе држави. За обемот на пресметките не е важна географската распространетост на мрежите и нивната регионална припадност, туку нивната структура, бројот на јазлите и бројот на нејзините елементи.

За илустрација, на сликата 1.1 е прикажана високонапонската мрежа на Европа која се состои од многу меѓусебно поврзани ЕЕС. Иако вистинските мрежи се огромни по димензии и содржат илјадници елементи, за да се разберат принципите на работа и методите што се користат за нивна анализа доволно е да се проучуваат проблеми со разумни димензии што дури може и да се решат со пенкало на хартија. Овој концепт е применуван во целата книга.



Слика 1.1. Поврзаност на ЕЕС во Европа

Задачата на ЕЕС е да врши снабдување на потрошувачите со електрична енергија. Во тоа учествуваат сите делови на ЕЕС: генераторите, водовите и трансформаторите.

Електричната енергија што им се испорачува на потрошувачите мора да биде квалитетна. Мерка за квалитет на електричната енергија се:

- постојаноста на фреквенцијата,

- големината и обликот на напонот,
- континуитетот во испораката на електрична енергија.

Фреквенцијата на напонот мора да биде константна, а нејзиното отстапување од номиналната вредност (кај нас 50 Hz) да биде незначително ($\pm 0,1$ Hz). Поголемите отстапувања на фреквенцијата се обично знак за настанато пореметување во системот.

Поради падовите на напон не може напонот во сите точки од мрежата да има иста вредност што е еднаква на номиналната. Сепак, со правилно димензионирање на мрежата и со примената на разни средства за регулација на напоните, можно е да им се обезбеди на потрошувачите квалитетен напон, т. е. напон што малку ќе отстапува од својата номинална вредност. Исто така, напонот треба да не содржи виши хармоници, т. е. да има синусоиден облик, а трифазниот систем на напони треба во секоја точка од мрежата да биде симетричен.

Континуитет во испораката (трајна расположливост) на електричната енергија претставува способност на системот на потрошувачите да им испорачува електрична енергија во секој момент и тоа во количини што им се потребни, независно од тоа дали сите елементи од ЕЕС се во погон или пак се, од разни причини, исклучени. Се разбира дека за ЕЕС да биде доверлив во испораката на електричната енергија, тој ќе мора да располага со извесна резерва како во производните така и во своите преносни капацитети.

Сите активности сврзани со погонот, одржувањето и изградбата на ЕЕС треба да бидат насочени така што, со задоволителен квалитет, системот трајно ќе им испорачува на потрошувачите електрична енергија со најниска можна цена. Во ова особено важна улога игра преносната мрежа, бидејќи таа овозможува меѓусебно поврзување и надолнување и на изворите и на потрошувачите на електрична енергија, независно од нивниот карактер и нивните локации. Со други зборови, преносната мрежа овозможува да се постигне економично водење на ЕЕС.

Главна карактеристика на електричната енергија што како производ ја разликува од сите други е дека таа не е можно да се складира како електрична енергија. Се разбира, таа може да биде „складирана“ ако се конвертира во друг вид енергија (хемиска, потенцијална, механичка) или енергент (водород), но за сега цената на таквото „складирање“ ја ограничува пошироката примена. Тоа значи дека електричната енергија главно мора да се произведе и потроши во истиот момент, така што постојано треба да постои баланс помеѓу побарувачката и производството на енергија.

Друга особеност на електричната енергија е начинот на нејзиниот пренос. Таа не е производ што може да се испрати во „пакети“ директно од местото на производство до некое посакувано место

за потрошувачка. Електричната енергија се пренесува преку мрежи во кои патеката за пренос главно не може да се избере по желба, туку е определена со законите во електричните кола и зависи од карактеристиките и начинот на поврзување на елементите во мрежата.

1.2 Извори на електрична енергија

Во современите ЕЕС постојат разновидни извори на електрична енергија со различни карактеристики. Принципиелните шеми на: хидроцентралите, термоцентралите и нуклеарните центри се прикажани на сликата 1.2.

Примарниот извор на енергија што се користи во хидроцентралите е водата и кај нив моќноста зависи од протокот на вода и висинскиот пад, што значи дека тие ја користат потенцијалната енергија на водата. Тие се скапи за изградба, а нивното работење зависи од количината на врнежи во област каде што се наоѓаат.

Проточните хидроцентрали немаат никаква или сосема мала акумулација на вода, па затоа нивната можност за производство зависи од моментниот проток на водата во реката на која се изградени.

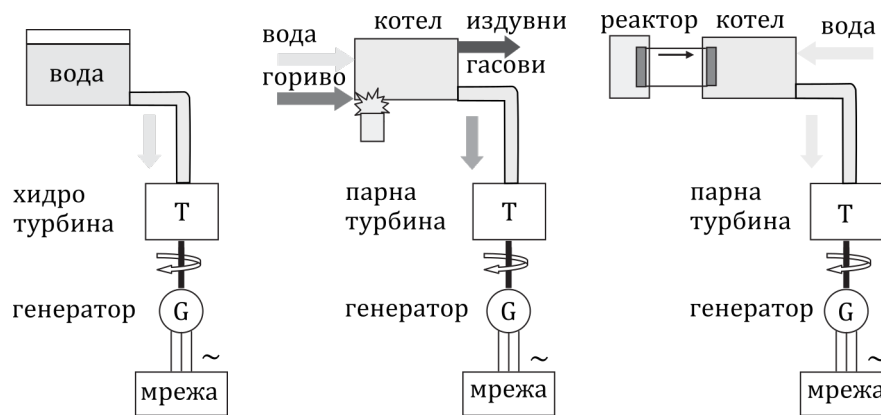
Акумулационите хидроцентрали се во тој поглед многу пофлексбилни бидејќи нивната расположлива моќност и нивното производство, делумно или пак во целост, може да се прилагодува на сезонските потреби на потрошувачите и на водотекот. Притоа, разликуваме акумулациони хидроцентрали со: дневна, неделна и сезонска акумулација.

Постојат и пумпноакумулациони хидроцентрали. Овие центри ги користат вишоците на електрична енергија (обично ноќе) за пумпање на вода во повисокиот базен, за истата вода да ја користат за производство на електрична енергија во периодот кога има недостаток од моќност во системот. Нивниот степен на искористување изнесува околу 2/3.

Големите термоцентрали обично се лоцирани непосредно до наоѓалиштето на јаглен со ниска калорична вредност, бидејќи таквиот јаглен не е економски оправдано да се транспортира, ниту пак е интересен за некоја друга намена. Карактеристично за ваквите центри е тоа што тие имаат многу висок технички минимум (често пати и повеќе од 50% од номиналната моќност) што ги прави нефлексбилни во погонот.

Големите термоцентрали на течно гориво (тешки деривати на нафтата) обично се лоцираат на такви места кои овозможуваат снабдувањето со гориво да биде најповолно (близина на: рафинерии, нафтоводи и морски или речни пристаништа). Во поглед на техничкиот минимум, тие се значително пофлексбилни од претходните.

Нуклеарните центри обично, од економски причини, се градат со големи инсталирани моќности. Кај нив не постои потреба од



Слика 1.2. Хидроцентрали, термоцентрали и нуклеарни централи

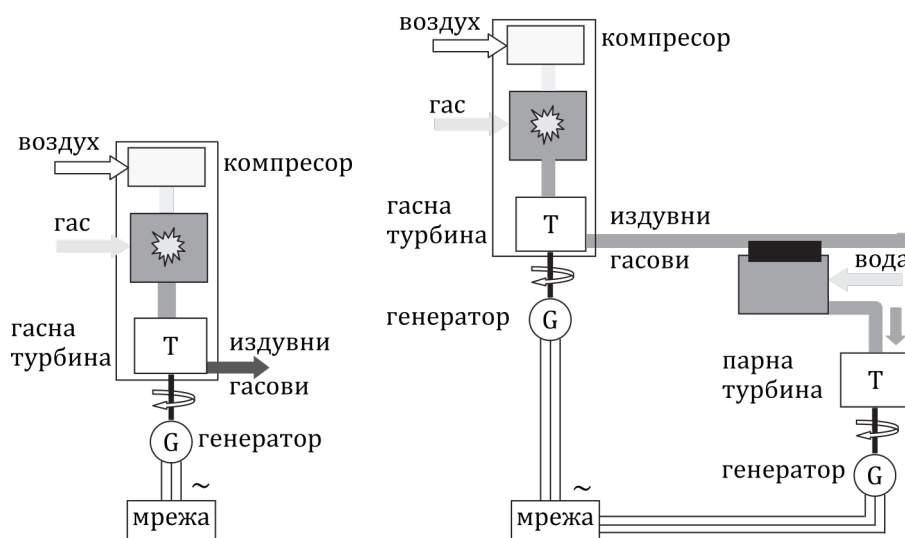
континуиран транспорт на горивото, па на тој начин изборот на локацијата е значително олеснет, но тој подлежи на разни ригорозни барања во поглед на сигурноста и обезбедување вода за ладење. Поради работата на реакторот, техничкиот минимум кај нив е повисок отколку истиот кај класичните термоцентрали.

Заедничка карактеристика на сите големи термоцентрали, вклучувајќи ги тука и нуклеарните, е потребата од големи количества вода, неопходни за ладење. Тоа, исто така, може битно да влијае врз изборот на нивните локации.

Во непосредна близина на големите градови честопати се лоцираат таканаречените термоцентрали-топлани. Тие се првенствено наменети за производство на топлина наменета за загревање на индустриските и станбените објекти во градот, но како спореден производ тие произведуваат и електрична енергија. Производството на електричната енергија кај нив е прилагодено пред сè на потребите на производството на топлината.

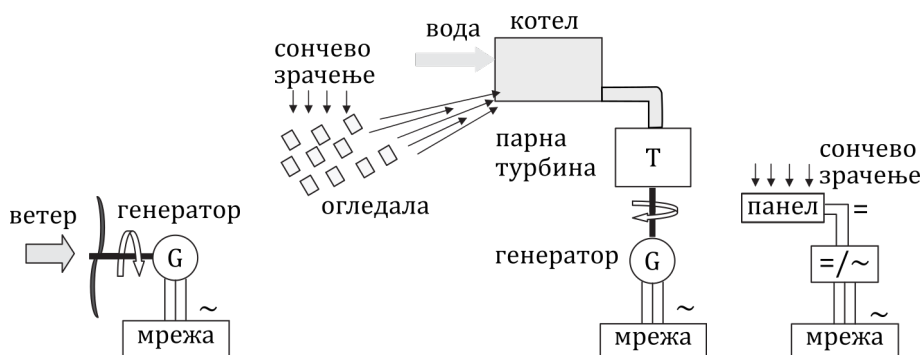
Постојат два вида централи коишто користат гас како гориво (слика 1.3). Првите се постројки со гасни турбини каде што, како кај млазните мотори, согорувањето на гас при висок притисок ја врти турбината која погонува еден генератор. Вторите се гасни централи со комбиниран циклус кај кои има две турбини и два генератора. Во примарниот циклус постои гасна турбина, која како и кај првите, функционира на принцип на млазен мотор што е погон за првиот генератор. Во секундарниот циклус врелите издувни гасови што потекнуваат од првиот циклус се користат за греење на вода и добивање пареа под притисок што се користи во парна турбина за погон на генераторот. Перформансите на гасните централи со комбиниран циклус се значително повисоки

отколку кај другите видови термоцентрали. Нивната термичка ефикасност достигнува и до 60%.



Слика 1.3. Гасна централа и централа со комбиниран циклус

Во последните години најголем раст во градбата на нови центри се забележува кај ветерните и сончевите центри 1.4. Ветерните центри може да бидат со синхрони генератори како и другите центри, но често пати се користат и асинхрони генератори, но тогаш се потребни и кондензатори за добивање реактивна моќност која е потребна за нивната работа. Овие центри може да се поврзат на преносната мрежа директно или индиректно преку исправувач и инвертер во комбинација со соодветни филтри за виши хармоници.



Слика 1.4. Ветерна, сончева и фотоволтаична централа

Изобилието на сончевата енергија во иднина може да претставува еден од просперитетните извори на електрична енергија. Фотоволтаичните ќелии произведуваат еднонасочна струја која потоа преку инвертор може да се претвори во наизменична, со што тие можат да се поврзат во дистрибутивна или преносна мрежа во зависност од нивната моќност. Вториот вид на сончеви централи ја користи енергијата на сончевото зрачење за загревање вода и создавање пареа, преку која со помош на парна турбина се погонува генератор. Кај нив, фокусирањето на сончевото зрачење се прави со помош на голем број параболични огледала кои го менуваат својот агол со цел да го следат сонцето.

1.3 Функционирање на ЕЕС

Поедините потрошувачи, односно групи на потрошувачи имаат типични дијаграми на потрошувачката во текот на: денот, неделата и годината. Додека едни имаат практично константно оптоварување преку целата година (производство на: алуминиум, феролегури, карбид, итн.), други пак имаат помалку или повеќе изразени минимуми и максимуми на потрошувачката во одредени временски периоди, како во текот на денот така и во текот на годината. Нивниот карактер и нивната положба во мрежата, зависно од нивната големина, можат да имаат значително влијание врз работата на ЕЕС.

Високонапонските преносни мрежи на разни региони, области, па и различни држави се стремат да бидат меѓусебно поврзани, бидејќи тоа претставува обостран интерес на сите корисници. Со нивното поврзување е овозможено:

- користење на производството на големите, економични извори на електрична енергија кои можат да се наоѓаат и подалеку од главните потрошувачки центри;
- поврзување на централите со различни карактеристики и нивно оптимално прилагодување според потребите на потрошувачите;
- намалување на потребната ладна и топла (вртлива) резерва на моќност во системот;
- намалување на врвното оптоварување на изворите преку поврзување на потрошувачки подрачја со различни карактеристики.

Целта на овој приказ е да ги истакне значењето и улогата на преносната мрежа како дел на ЕЕС, во неговото усогласено, рационално и економично функционирање.

Притоа, треба цело време да се има предвид и неможноста од складирање на електричната енергија, т. е. истовременоста на потребата за производство и потрошувачка на електричната енергија. Тоа наедно

значи и истовременост на причината и последицата. Секоја измена во режимот на работа на ЕЕС моментално влијае врз сиот систем. Поради постоење на одредени „инерции“ (масите на роторите на синхроните генератори и турбините, индуктивностите, капацитивностите на елементите од мрежата, спорост на регулаторите и друго), последиците по правило траат многу подолго отколку причинителите на измените на режимот.

Поради постоењето на активните отпорности на елементите од ЕЕС, преодните процеси што притоа настануваат имаат придушен карактер. Интензивноста и карактерот на измените се меродавни за интензитетот на последиците, така што некои од нив се случуваат речиси незабележително, додека пак некои други имаат значително поголем интензитет, па дури можат да имаат непрекинато растечки карактер, така што настанатиот преоден процес не завршува со нов стационарен режим, туку може да има и катастрофални последици по системот.

Разликуваме две врсти на погон на ЕЕС, односно две состојби на работата на ЕЕС:

- нормална (стационарна, урамнотежена) состојба на работата;
- пореметена (нестационарна, неурамнотежена) состојба.

Во нормалната состојба на работата на системот измените на состојбата се спори и постепени, па регулационите уреди можат лесно и правовремено да ги следат, совладуваат и компензираат без видливи последици за потрошувачите. Нормалниот погон се води така што секогаш се настојува да се добие што е можно повисок квалитет на електричната енергија при истовремено економично водење на погонот (оптимизација на распределбата на оптоварувањата на изворите во системот при истовремена минимизација на загубите во системот, со што се постига најмала цена на произведуваната електрична енергија во ЕЕС). Наведената цел се постига со:

- регулација на активните моќности и
- регулација на напоните во ЕЕС.

Регулацијата на активната моќност се постига со дозирање на протокот на вода, односно водна пареа во погонските турбини на електричните централи. Во мрежа напојувана од само еден синхрон генератор со регулацијата на турбината се постига не само регулација на моќноста, туку и регулација на фреквенцијата. Кога се работи за сложен ЕЕС, потребно е да се изврши раздвојување на поимот регулација на фреквенцијата од поимот регулација на моќноста, макар што и обете регулации се постигнуваат со дејствување врз регулаторот на турбината.

Цел на регулацијата на фреквенцијата е да се одржува константна фреквенцијата во системот.

Од друга страна пак, цел на регулацијата на активните моќности во системот е, при константна фреквенција во системот, постигање на програмирано производство и однапред зададена распределба на произведуваните моќности на поедините извори во ЕЕС. Истовремено, со регулацијата на активните моќности во системот се осигурува вршење на програмирана размена на моќностите меѓу два различни ЕЕС (на пример меѓу ЕЕС на две држави).

За разлика од регулацијата на моќноста, напонот (напоните) првенствено се регулира со:

- измените на возбудата кај синхроните генератори и синхроните компензатори,
- измена на преносниот однос кај енергетските трансформатори.

Во процесот на регулацијата учествуваат и пасивните елементи од мрежата со кои се врши компензација на реактивната моќност во системот (кондензаторски батерии – КБ), доколку нивната моќност (капацитет) може макар и во груби размери да се регулира.

Регулацијата на напонот се врши директно и сосема едноставно само во случајот на проста радијална мрежа напојувана од еден синхрон генератор. Во сложените ЕЕС регулацијата на напоните е тесно поврзана со производството и распределбата на произведуваните реактивни моќности. Секој потрошувач приклучен на мрежата (со исклучок на чисто термичките потрошувачи кои имаат $\cos \varphi = 1$) покрај активната зема и реактивна моќност. Реактивната моќност на потрошувачите е по правило (речиси и без исклучоци) индуктивна. Неа ја произведуваат исто така изворите во системот. Распределбата на реактивниот товар по одделните синхрони генератори се врши со регулација на возбудата по определен критериум. Честопати, од економски причини, реактивна моќност се произведува и со помош на синхроните компензатори и кондензаторските батерии, што се лоцираат на најпогодните места во мрежата. Овие елементи на ЕЕС исто така учествуваат во регулацијата на напоните во системот.

Во нисконапонските и среднонапонските мрежи, поради индуктивниот карактер на потрошувачите, најчесто се јавува перманентна потреба од реактивна моќност. Нив најчесто ги компензираме со помош на КБ распределени на правилен начин во мрежата. Спротивно на ова, кај мрежите со висок и највисок напон, поради погонскиот капацитет на надземните водови и кабли, може да се случи (што е особено честа појава во нокните режими кога оптоварувањето на системот е мало) да постои и вишок на реактивна моќност. Неа значи, ја генерираат самите елементи на мрежата и ако е потребно, тој вишок

на реактивна моќност обично се апсорбира (компензира) со примена на придушници (реактори) во системот. Тука можат да помогнат и синхроните компензатори, што во таквиот случај ќе работат во подвозбудена состојба како потрошувачи на реактивна моќност.

Ако во нормални услови на работа квалитетот на електричната енергија и економичноста во работењето ги поставиме како основни критериуми за водење на погонот на ЕЕС, можеме да кажеме:

- со регулацијата на активната моќност се одржува константна фреквенцијата и се врши економска распределба (економски диспечинг) на произведувачите моќности на изворите (оптимално користење на акумулациите, минимум на трошоците за производство и друго);
- со регулацијата на реактивната моќност се одржуваат напонските прилики во системот во прифатливи граници и истовремено се влијае врз тековите на реактивни моќности по критериумот на минимални загуби во мрежата.

Во принцип, за водење на системот ни стојат на располагање два основни регулациони зафати: регулација на водата, односно пареата низ турбините и регулација на возбудата. Обата зафати се, упросто гледано, само во прва апроксимација заемно независни. Но тие се всушност меѓусебно поврзани. На пример, ако со прераспределбата на тековите на реактивни моќности во системот се смалат загубите на моќност во него, тогаш во системот ќе се појави вишок на активна моќност, па ќе се јави потреба од интервенција кај турбинскиот регулатор за намалување на произведувачката активна моќност.

Пореметување на погонот на системот имаме при појава на нагли (скоро моментални) измени на режимот на работата на системот, односно при појава на разни пореметувања. До такви измени доаѓа при:

- нагло вклучување и исклучување на големи потрошувачи, при што како голем потрошувач ќе го третираме секој потрошувач односно потрошувачки центар чија моќност изнесува барем $1/10$ од сумарната моќност на потрошувачката во системот;
- нагло исклучување на големи извори;
- грешки/дефекти кај елементите од мрежата поради внатрешни причини како што се пренапони или отказ на заштитата и надворешни причини како што се: ветер, мраз, удар на молња и друго.

За време на траењето на пореметената состојба мрежата е подложена на струјни и напонски напрегања што можат да доведат до привремени или трајни оштетувања на нејзините елементи. Затоа мрежата мора да биде снабдена со уреди што овозможуваат што е можно побрзо отстранување на причините што довеле до пореметување на состојбата

и воспоставување на нормалната состојба на погонот. Во денешно време таквите уреди се обично со автоматско дејство.

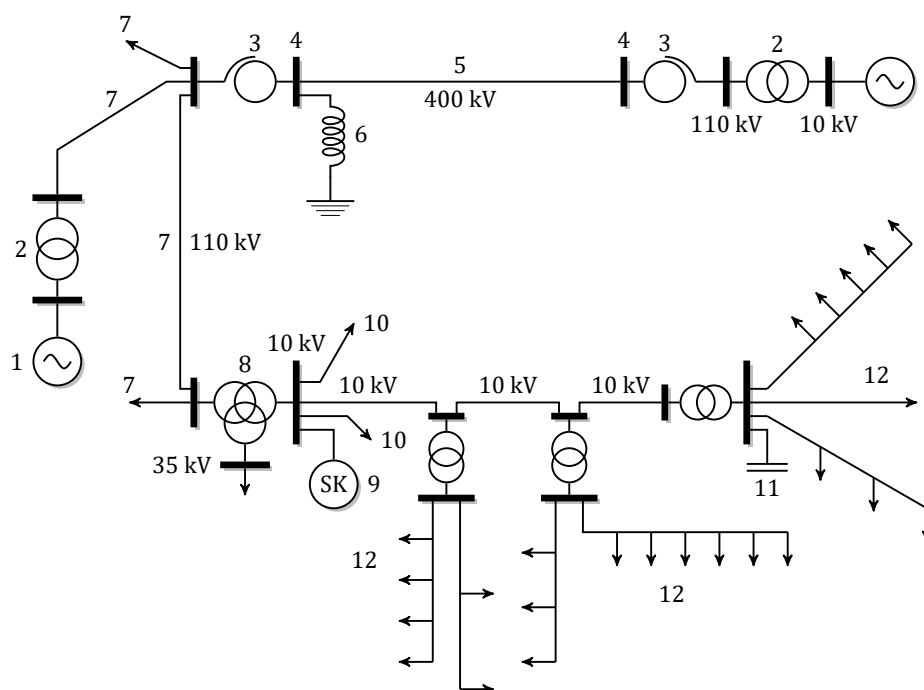
Од сето досега изнесено произлегува дека во рамките на еден ЕЕС постојат голем број учесници што вршат: производство, пренос, распределба или употреба (претворање во друг вид енергија) на електричната енергија. Сите тие учесници имаат свој начин на поведение и свои специфичности во работењето.

Истовремено, од ЕЕС се бара да работи економично, обезбедувајќи прифатлива цена за евтина и квалитетна електрична енергија и да има можност за брзо и сигурно надминување на пореметувањата во погонот и брзо воспоставување на нормален режим на работа. Оттука произлегува дека водењето на големите ЕЕС претставува сложена и комплексна задача.

Затоа водењето на погонот се остварува на неколку хиерархиски нивоа на управување, користејќи го притоа неопходниот систем за: собирање, пренос, обработка и чување на податоци (информационен систем). Во водењето на ЕЕС центри за одлучување се диспечерските центри, кои, зависно од положбата во хиерархиската организација, се одговорни за целиот систем (највисоко хиерархиско ниво) или пак само за дел од системот (пониско хиерархиско ниво).

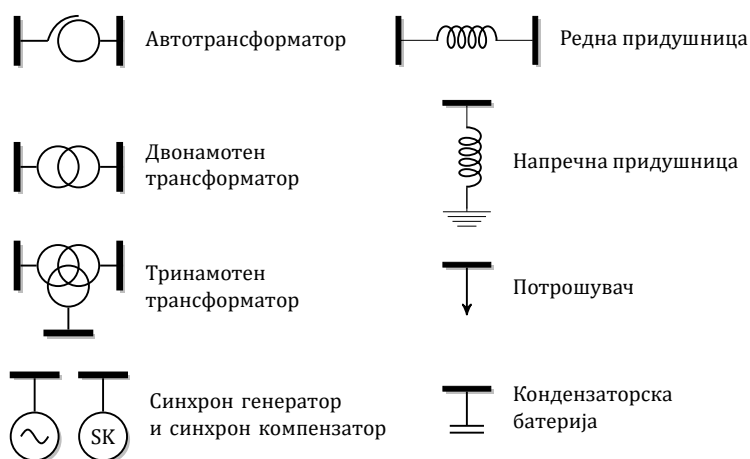
Со примената и вградувањето на брзи процесни компјутери современите информационални системи можат меѓусебно да се поврзуваат. Со тоа се овозможува автоматизирано процесно водење на ЕЕС во реално време (real time). На тој начин учеството на човекот во процесот на водење на системот, кој заради своите ограничени способности и можности честопати е извор на грешки во работењето на системот, се сведува на најмала можна мерка. Сепак, неговото потполно исклучување од процесот на водење на системот и остварувањето на потполно автоматизиран погон, и покрај сите современи достигнуања во областите на информатиката и телекомуникациите, сè уште, барем засега, е тешко остварливо.

На сликата 1.5 е прикажан, во упростена форма, еден од можните начини и патишта на пренесувањето на електричната енергија во еден поголем ЕЕС. Истата слика е искористена и како можност за запознавање со симболите што се користат во еднофазните (еднополните) заменски шеми на ЕЕС што се прикажани на сликата 1.6. Се разбира, на оваа слика е прикажан само еден дел од електроенергетскиот систем.



Слика 1.5. Шематски приказ на дел од еден ЕЕС

1. Синхрон генератор; 2. Блок-трансформатор; 3. Автотрансформатор;
4. Собирници 400 kV; 5. Вод 400 kV; 6. Придушница (реактор); 7. Вод 110 kV;
8. Тринамотен трансформатор; 9. Синхрон компензатор; 10. Дистрибутивен вод 10 kV;
11. Кондензаторска батерија; 12. Нисконапонска дистрибутивна мрежа



Слика 1.6. Симболи за шематско прикажување на поважните елементи на ЕЕС

2

ПРЕНОС НА ЕЛЕКТРИЧНА ЕНЕРГИЈА СО ДОЛГИ ТРИФАЗНИ ВОДОВИ

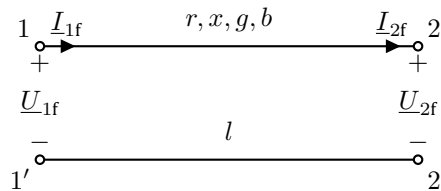
2.1 Реални водови

Разгледуваме еден монофазен (двожичен) вод (слика 2.1) со надолжни параметри $\underline{z} = r + jx$ и $\underline{y} = g + jb$ и должина l . Дефинициите за: r , x , g и b се дадени во прилогот А. Како што е познато од теоријата на водовите, општите равенки со кои се опишува врската меѓу приликите на почетокот и приликите на крајот на водот, нарекувани преносни равенки, гласат:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{1f} &= \underline{U}_{2f} \cdot \cosh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_{2f} \cdot \sinh \underline{\gamma} l, \\ \underline{I}_{1f} &= \frac{\underline{U}_{2f}}{\underline{Z}_c} \cdot \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_{2f} \cdot \cosh \underline{\gamma} l,\end{aligned}\quad (2.1)$$

каде што $\underline{Z}_c$ и $\underline{\gamma}$ се карактеристична (бранова) импеданција на водот и константа на ширење, соодветно. Тие се дадени со следните изрази:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_c &= \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}} = Z_c \cdot e^{j\xi} \\ \underline{\gamma} &= \sqrt{\underline{z} \cdot \underline{y}} = \alpha + j\beta\end{aligned}$$



Слика 2.1. Двожичен вод со должина l и надолжни параметри: r, x, g, b

Равенките (2.1) важат исто така и кај трифазните симетрични урамнотежени водови и се однесуваат на фазните напони и фазните струи во секоја од трите фази.

Во електроенергетиката е вообичаено да оперираме со меѓуфазни големини и со трифазни моќности. Имајќи ги предвид релациите помеѓу меѓуфазните (линиските) и фазните големини

$$\begin{aligned}\underline{U} &= \sqrt{3} \cdot \underline{U}_f, \\ \underline{I} &= \underline{I}_f, \\ \underline{S} &= 3 \cdot \underline{S}_f = 3 \cdot \underline{U}_f \cdot \underline{I}_f^* = \sqrt{3} \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^*,\end{aligned}$$

преносните равенки (2.1) ќе го добијат обликот (2.2):

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \cosh \underline{\gamma} l + \sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sinh \underline{\gamma} l, \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_2 \cdot \cosh \underline{\gamma} l.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Ако пак водот го претставиме како четворопол (слика 2.2), тогаш ќе имаме:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{1f} &= \underline{A} \cdot \underline{U}_{2f} + \underline{B} \cdot \underline{I}_{2f} \\ \underline{I}_{1f} &= \underline{C} \cdot \underline{U}_{2f} + \underline{D} \cdot \underline{I}_{2f}\end{aligned}$$

односно, со оглед на горните односи помеѓу фазните и линиските величини

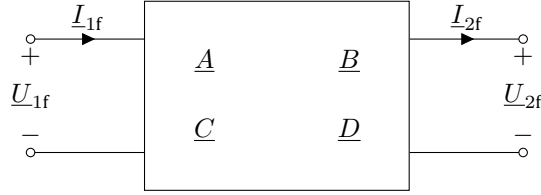
$$\begin{aligned}\frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}} &= \underline{A} \cdot \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}} + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{C} \cdot \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}} + \underline{D} \cdot \underline{I}_2.\end{aligned}\tag{2.3}$$

каде што е:

$$\underline{A} = \underline{D} = \cosh \underline{\gamma} l, \quad \underline{B} = \underline{Z}_c \cdot \sinh \underline{\gamma} l, \quad \underline{C} = \frac{\sinh \underline{\gamma} l}{\underline{Z}_c}.$$

Од релациите (2.2) лесно може да се дојде до релациите (2.4), во кои приликите на крајот од водот се изразени преку приликите на почетокот од водот:

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 &= \underline{U}_1 \cdot \cosh \underline{\gamma} l - \sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_1 \cdot \sinh \underline{\gamma} l, \\ \underline{I}_2 &= -\frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_1 \cdot \cosh \underline{\gamma} l,\end{aligned}\tag{2.4}$$



Слика 2.2. Вод претставен како четворопол

односно

$$\begin{aligned}\frac{U_2}{\sqrt{3}} &= \underline{D} \cdot \frac{U_1}{\sqrt{3}} - \underline{B} \cdot I_1, \\ I_2 &= -\underline{C} \cdot U_1 + \underline{A} \cdot I_1.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Ако на крајот од водот е приклучен потрошувач со моќност

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^*,$$

тогаш, имајќи предвид дека е

$$\underline{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_2^*},$$

ќе добиеме:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \left(\cosh \underline{Y}l + \underline{Z}_c \cdot \sinh \underline{Y}l \cdot \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^2} \right), \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \left(\sinh \underline{Y}l + \underline{Z}_c \cdot \cosh \underline{Y}l \cdot \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^2} \right),\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \left(\cosh \underline{Y}l + \sinh \underline{Y}l \cdot \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{S}_{N2}^*} \right), \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \left(\sinh \underline{Y}l + \cosh \underline{Y}l \cdot \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{S}_{N2}^*} \right).\end{aligned}\tag{2.6}$$

Во последните релации, покрај коњугираната моќност на потрошувачот $\underline{S}_2^* = P_2 - jQ_2$ фигурира уште и коњугираната вредност на карактеристичната, т. е. природната, моќност $\underline{S}_{N2}$, која е дефинирана со следната релација:

$$\underline{S}_{N2} = P_{N2} + jQ_{N2} = 3 \cdot \underline{U}_{2f} \cdot \underline{I}_{N2}^* = 3 \cdot \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \right)^* = \frac{U_2^2}{\underline{Z}_c^*}.\tag{2.7}$$

Карактеристичната импеданција $\underline{Z}_c$ и константата на ширење $\underline{\gamma}$, коишто фигурираат во претходните релации, се во општ случај комплексни величини. Нив можеме да ги напишеме во правоаголни координати на следниот начин:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}} = \sqrt{\frac{r + jx}{g + jb}} = R_c + jX_c, \quad (2.8)$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z} \cdot \underline{y}} = \sqrt{(r + jx) \cdot (g + jb)} = \alpha + j\beta. \quad (2.9)$$

Во (2.9) α се нарекува коефициент на придушување, додека β се нарекува коефициент на фазно поместување.

Пример 2.1. Вод со номинален напон 220 kV со должина $l = 400$ km има надолжни параметри: $r = 0,09 \Omega/\text{km}$; $x = 0,41856 \Omega/\text{km}$; $g = 0$ и $b = 2,62 \mu\text{S}/\text{km}$. Водот на крајот е оптоварен со моќност $P_2 = 70$ MW при $\cos \varphi_2 = 0,95$; што значи дека е $Q_2 = P_2 \cdot \tan \varphi_2 = 70 \cdot 0,328 = 23,1$ Mvar. Освен тоа познат е напонот на крајот од водот $\underline{U}_2 = 220 \angle 0^\circ$ kV. Потребно е да се пресмета комплексната вредност на напонот на почетокот од водот.

Решение

Во минатото егзактното решавање на преносните равенки се сметало за многу сложен процес во кој се јавуваат квадратен корен и хиперболични функции од комплексен аргумент и затоа се правеле упростување од различен карактер. Но, сега е сосема едноставно да се изведат пресметките во изворна форма без никакви модификации како што е прикажано во следната програма во MATLAB.

programi/vodovi/primer_2_1.m

```
1 z = 0.09 + 1j*0.41856;
2 y = 1j*2.62e-6;
3 S2 = 70 + 1j*23.1
4 U2 = 220;
5 l = 400;
6 Zc = sqrt(z/y)
7 gama = sqrt(z*y)
8 Sn2 = U2^2/conj(Zc)
9 U1 = U2*(cosh(gama*l) + conj(S2/Sn2)*sinh(gama*l))
10 U1_modul = abs(U1)
11 U1_ago1 = angle(U1)/pi*180
```

Во неа, директно се применети релациите (2.7) – (2.9) за пресметка на природната моќност $\underline{S}_{N2}$, карактеристичната импеданција $\underline{Z}_c$ и константата на ширење $\underline{\gamma}$ на водот, а потоа со помош на (2.6) е пресметан напонот на почетокот на водот. Со извршување на програмата го добиваме следниот резултат:

```
>> primer_2_1
S2 =
  70.0000 + 23.1000i
Zc =
  4.0197e+02 - 4.2728e+01i
gamma =
  0.0001 + 0.0011i
Sn2 =
  1.1906e+02 - 1.2656e+01i
U1 =
  2.2885e+02 + 5.2265e+01i
U1_modul =
  234.7457
U1_agol =
  12.8645
```

од каде се гледа дека напонот на почетокот на водот изнесува:

$$\underline{U}_1 = (228,9 + j52,3) = 234,7 \cdot e^{j13^\circ} \text{ kV.}$$

□ □ □

Фазната разлика помеѓу напоните $\underline{U}_1$ и $\underline{U}_2$ на почетокот и крајот од водот можеме приближно да ја пресметаме со следниот израз:

$$\Delta\theta \approx \beta \cdot l \cdot \frac{P_2}{P_{N2}} = 0,06 \cdot l \cdot \frac{P_2}{P_{N2}},$$

којшто дава добри резултати кога се работи за пренос на претежно активна моќност (висок фактор на моќност) со не премногу долги водови ($l < 400 \text{ km}$). Во изразот со P_{N2} е означена природната активна моќност на идеалниот вод.

Според тоа, за примерот 2.1 добиваме:

$$\Delta\theta = 0,06 \cdot 400 \cdot \frac{70}{119,06} = 14,1^\circ,$$

што е сосема задоволителен резултат.

Доколку водот пренесува природна моќност, односно доколку е $\underline{S}_2 = \underline{S}_{N2} = \underline{U}_2^2 / \underline{Z}_c^*$, тогаш изразите (2.6) за напонот и струјата на почетокот од водот го добиваат следниот упростен облик:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot (\cosh \underline{\gamma} l + \sinh \underline{\gamma} l) = \underline{U}_2 \cdot e^{\underline{\gamma} l} \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot (\sinh \underline{\gamma} l + \cosh \underline{\gamma} l) = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot e^{\underline{\gamma} l} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Бидејќи во овој случај важи

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c},$$

равенките (2.10) можеме да ги напишеме на следниот начин:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = e^{\gamma l} = e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l}, \quad \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = e^{\gamma l} = e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l}.$$

Последните равенките ни кажуваат дека при пренесувањето на природна моќност, фазната разлика $\Delta\theta$ меѓу напоните $\underline{U}_1$ и $\underline{U}_2$ (истото тоа важи и за струите $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$) изнесува:

$$\Delta\theta = \beta \cdot l = 0,06 \cdot l (^{\circ}).$$

Исто така, произлегува дека ефективната вредност на напонот $\underline{U}_1$ е $e^{\alpha l}$ пати поголема од ефективната вредност на напонот $\underline{U}_2$.

Вредноста $\beta = 0,06^{\circ}/\text{km}$ произлегува од следното: брановата должина при фреквенција од 50 Hz изнесува $\lambda = c/f = 300.000/50 = 6.000$ km што одговара на фазна разлика од 360° , па според тоа за 1 km имаме фазна разлика еднаква на $360/6.000 = 0,06^{\circ}$.

2.2 Идеални водови

Под идеален вод (вод без загуби) се подразбира вод за кој важи $r = 0$ и $g = 0$. Се разбира, во стварноста вакви водови не постојат, меѓутоа реалните преносни водови со големи должини во нормалните режими на работа по своето поведење се многу слични со идеалните. Бидејќи појавите кај идеалните водови се посматраат и проучуваат многу понагледно и поедноставно отколку истото тоа кај реалните водови, проучувањето на реалните водови ќе го вршиме со помош на теоријата на идеални водови.

Бидејќи е $r = 0$ и $g = 0$, коефициентот на пригушување кај идеалните водови ќе биде $\alpha = 0$, со што добиваме $\gamma = j\beta$.

Согласно на тоа ќе имаме:

$$\begin{aligned} \cosh \underline{\gamma} l &= \cosh(\alpha + j\beta)l = \cosh \alpha l \cdot \cos \beta l + j \sinh \alpha l \cdot \sin \beta l = \cos \beta l, \\ \sinh \underline{\gamma} l &= \sinh(\alpha + j\beta)l = \sinh \alpha l \cdot \cos \beta l + j \cosh \alpha l \cdot \sin \beta l = j \sin \beta l. \end{aligned}$$

Покрај тоа имаме:

$$\underline{Z}_c = Z_c \cdot e^{j0} = \sqrt{\frac{x}{b}}.$$

Со оглед на изнесеното, равенките (2.2) ќе добијат нов, значително поедноставен, изглед:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l + j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta l, \\ \underline{I}_1 &= j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l + \underline{I}_2 \cdot \cos \beta l. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Доколку пак сакаме приликите на крајот од водот да ги изразиме преку приликите на почетокот од водот, од равенките (2.4) добиваме:

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 &= \underline{U}_1 \cdot \cos \beta l - j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_1 \cdot \sin \beta l, \\ \underline{I}_2 &= -j \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l + \underline{I}_1 \cdot \cos \beta l.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Во случајот кога водот пренесува природна моќност, која сега ќе биде чисто активна, ќе ги имаме следните релации:

$$\underline{I}_2 = \frac{P_{N2}}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_2^*} = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c}, \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot (\cos \beta l + j \sin \beta l) = \underline{U}_2 \cdot e^{j\beta l}, \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 \cdot (j \sin \beta l + \cos \beta l) = \underline{I}_2 \cdot e^{j\beta l}.\end{aligned}\quad (2.14)$$

Од последните равенки гледаме дека при пренос на природна моќност по идеален вод напоните $\underline{U}_1$ и $\underline{U}_2$ се по модул еднакви меѓу себе, но се фазно поместени за аголот $\Delta\theta = \beta l$. Тоа важи и за струите $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$, т. е. тие се со еднаква ефективна вредност, но се фазно поместени за агол $\Delta\theta = \beta l$. Освен тоа, од равенките (2.13) и (2.14) ги добиваме следните релации:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \sqrt{3} \cdot Z_c,$$

од каде што се гледа дека не постои фазна разлика меѓу соодветните напони и струи.

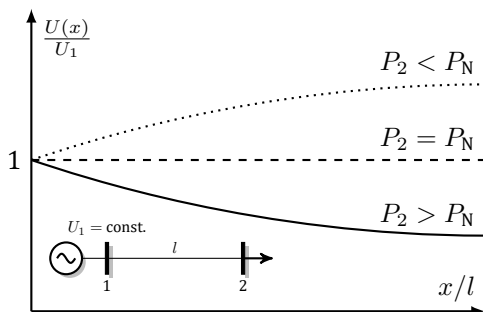
Лесно може да се покаже дека во случајот на пренос на природна моќност, модулот на напонот долж водот не се менува, т. е. за напонот на растојание x од почетокот на водот важи:

$$U(x) = U_1 = \text{const.}$$

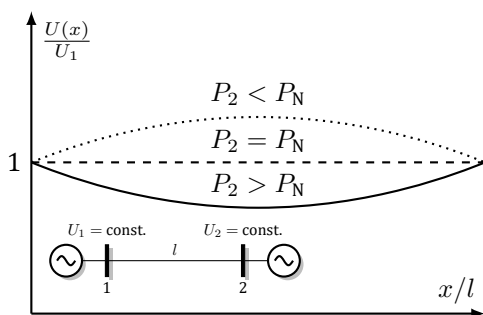
Исто така, важи и односот:

$$\frac{U(x)}{I(x)} = \sqrt{3} \cdot Z_c = \text{const.}$$

Доколку пак нè интересира напонската распределба по должината на водот, при пренос на некоја друга моќност, различна од природната, ќе го заклучиме следното. При пренесување на моќности, помали од природната ($P_2 < P_N$), водот произведува реактивна моќност повеќе отколку што троши, т. е. преовладува капацитивноста на водот, поради што, со оддалечување од неговиот почеток, напонот долж водот расте. Во случајот кога е $P_2 > P_N$, тогаш преовладува индуктивноста на водот



Слика 2.3. Распределба на напонот долж различно оптоварен долг вод

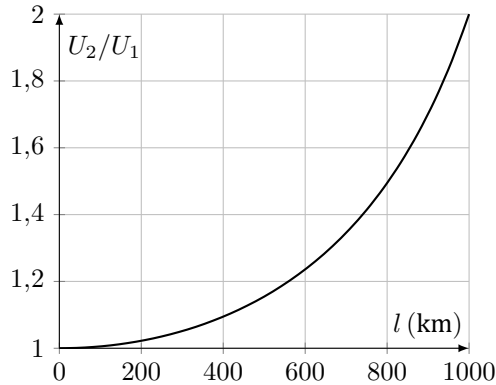


Слика 2.4. Распределба на напонот долж долг вод на чијшто краевни напоните се држат константни

и ќе имаме обратен ефект (слика 2.3). Во случајот на пренесување на природна моќност $P_2 = P_N$, како што веќе заклучивме, напонот долж водот не се менува. Во таквиот режим постои рамнотежа меѓу реактивната моќност што водот ја произведува поради постоењето на неговата капацитивна проводност и реактивната моќност што тој ја ангажира поради постоењето на неговата индуктивна отпорност.

Во случајот кога се работи за многу долг вод, на чијшто почеток и крај се наоѓаат две електрични централи (или пак два одвоени ЕЕС кои можат да се еквивалентираат на тој начин), кои ги држат модулите на напоните U_1 и U_2 на константна вредност $U_1 = U_2$, независно од големината на моќноста пренесувана со разгледуваниот вод, распределбата на напонот долж водот за разни големина на пренесуваната моќност е прикажана на сликата 2.4.

Во случајот кога се работи за работа во режим на празен од ($I_2 = 0$) на водот, што кај долгите преносни водови е ретка, но многу непријатна



Слика 2.5. Ферантиев ефект кај долгите неоптоварени водови

и нежелна појава, од равенките (2.11) добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l, \\ \underline{I}_1 &= j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Од равенките (2.15) можеме да заклучиме дека кај идеалниот вод, во режимот на празен од, напонот на крајот ќе биде секогаш поголем од напонот на неговиот почеток, т. е. $U_2 > U_1$. Освен тоа, на почетокот од водот тече струја која има чисто капацитивен карактер (кај реалните водови струјата на почетокот од водот има и извесна активна компонента), што значи дека во режимот на празен од водот произведува реактивна моќност Q_{v0} за што, врз основа на равенките (2.15), може да се напише:

$$Q_{v0} = \text{Im} \left\{ \sqrt{3} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \right\} = \frac{U_1^2}{Z_c} \cdot \text{tg} \beta l.$$

Напонот на крајот од водот во ваквиот режим е $1 / \cos \beta l$ пати поголем од напонот на неговиот почеток. Оваа појава е позната под името Ферантиев ефект.

Односот U_2/U_1 кај надземен вод кој работи во режим на празен од е секогаш поголем од единица и зависи од должината на водот l . Таа зависност е графички прикажана на сликата 2.5.

Пример 2.2. Да се реши примерот 2.1 така што ќе се смета дека водот е идеален, т. е. $r = 0$ и $g = 0$, а моќноста на крајот од водот е еднаква на неговата природна моќност. Што ќе се случи ако водот е долг 500 km?

Решение

Решението ќе го добиеме со помош на следната програма во MATLAB која е многу слична со програмата од примерот 2.1 со тоа што тука кај надолжната импеданција е испуштен реалниот дел и е напишано $z = 1j * 0.422$, додека за моќноста на крајот од водот е зададено $S2 = S_{n2}$.

programi/vodovi/primer_2_2.m

```
1 z = 1j*0.41856;
2 y = 1j*2.62e-6;
3 U2 = 220;
4 l = 400;
5 Zc = sqrt(z/y)
6 gama = sqrt(z*y)
7 Sn2 = U2^2/conj(Zc);
8 S2 = Sn2
9 U1 = U2*(cosh(gama*l) + conj(S2/Sn2)*sinh(gama*l))
10 U1_modul = abs(U1)
11 U1_agol = angle(U1)/pi*180
```

Со извршување на програмата добиваме:

```
Zc =
    399.6945
gama =
    0.0000 + 0.0010i
S2 =
    121.0925
U1 =
    2.0098e+02 + 8.9482e+01i
U1_modul =
    220.0000
U1_agol =
    24.0000
```

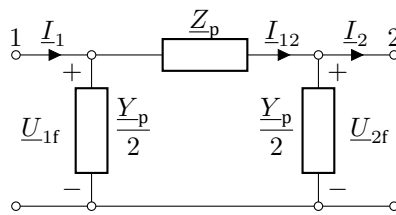
од каде што гледаме дека напонот на почетокот на водот е еднаков на 220 kV колку што е и напонот на крајот на водот. Ваквиот резултат беше очекуван бидејќи се работи за идеален вод кој пренесува природна моќност. Фазниот агол на напонот изнесува точно $0,06^\circ \cdot 400 = 24^\circ$.

Ако должината на водот изнесува 500 km, напонот на неговиот почеток повторно ќе биде 220 kV, но во овој случај неговиот фазен агол ќе изнесува $0,06^\circ \cdot 500 = 30^\circ$.



2.3 Определување на параметрите на точната п-заменска шема на долгите водови

При анализите на разните режими на работа на ЕЕС место приликите долж самите преносни водови нас најчесто нè интересираат само приликите (напоните и струите) на нивните краеве, т. е. во точките на поврзување со останатите елементи од мрежата. Заради тоа е најпогодно водовите да бидат претставени со соодветните п-заменски шеми, чиешто параметри ќе се пресметуваат на начинот што следи.



Слика 2.6. Вод претставен со п-заменска шема

За п-заменската шема на водот, прикажана на сликата 2.6, важи следната релација за фазните напони на двата негови краја

$$\underline{U}_{1f} = \underline{U}_{2f} + \underline{Z}_p \underline{I}_{12} = \underline{U}_{2f} + \underline{Z}_p \left(\underline{I}_2 + \frac{\underline{Y}_p}{2} \underline{U}_{2f} \right),$$

која ако се помножи од двете страни со $\sqrt{3}$ го добива следниот изглед

$$\underline{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Z}_p \underline{Y}_p}{2} \right) \underline{U}_2 + \sqrt{3} \underline{Z}_p \underline{I}_2,$$

при што во равенката сега фигурираат меѓуфазните напони на краевите од водот.

Истовремено, од преносните равенки на водот, знаеме дека важи и следната релација

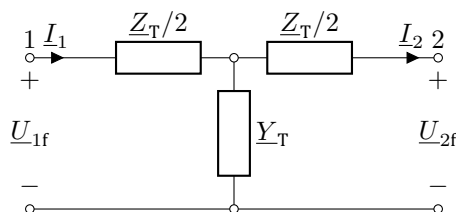
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{l} + \sqrt{3} \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{l}.$$

Со споредба на последните две релации заклучуваме дека важат следните изрази:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_p &= \underline{Z}_c \sinh \underline{l}, \\ 1 + \frac{\underline{Z}_p \underline{Y}_p}{2} &= \cosh \underline{l}, \end{aligned}$$

од каде лесно се добива дека е:

$$\frac{\underline{Y}_p}{2} = \frac{\cosh \underline{l} - 1}{\underline{Z}_p} = \frac{\cosh \underline{l} - 1}{\underline{Z}_c \sinh \underline{l}},$$



Слика 2.7. Вод претставен со Т-заменска шема

односно

$$\frac{Y_p}{2} = \frac{\sinh^2 \frac{\gamma l}{2} + \cosh^2 \frac{\gamma l}{2} - 1}{Z_c \cdot 2 \cdot \cosh \frac{\gamma l}{2} \cdot \sinh \frac{\gamma l}{2}} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2},$$

што значи дека параметрите на п-заменската шема се:

$$\begin{aligned} Z_p &= Z_c \sinh \gamma l, \\ \frac{Y_p}{2} &= \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Доколку водот сакаме да го моделираме со помош на еден Т-образен четворопол (слика 2.7), тогаш неговите параметри $Z_T/2$ и Y_T ги пресметуваме со помош на изразите (2.17), кои се добиени на сличен начин како и во претходниот случај:

$$\begin{aligned} Y_T &= \frac{\sinh \gamma l}{Z_c}, \\ \frac{Z_T}{2} &= Z_c \cdot \frac{\tanh \gamma l}{2}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.4 Упростени начини за одредување на параметрите на заменските шеми на долгите водови

Изразите (2.16) даваат начин за точно одредување на параметрите на еквивалентната п-заменска шема на еден вод. Меѓутоа, нивното користење е сврзано со сложени математички операции во кои се оперира со хиперболични функции од комплексни броеви. Затоа, честопати се користиме со некои упростени начини за нивното одредување.

Доста упростени изрази за приближно определување на параметрите на заменската п-шема на долгите водови се користат кога должината на водот не ја надминува вредноста $l = 1000 \text{ km}$. Овие изрази се добиваат од изразите (2.16) во кои хиперболичните функции

се разложуваат во ред и притоа се уважуваат само првите два члена од редот.

Кај долгите преносни водови секогаш е исполнет условот $r \ll x$. Освен тоа, при анализите на режимите на работа на мрежите и системите најчесто се врши занемарување на активната одводност g на далекуводите, т. е. се зема $g = 0$. Во тој случај изразите за $\underline{Z}_c$ и $\underline{Y}$ можат да се напишат и во значително упростена форма

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{r + jx}{jb}} = \sqrt{\frac{x}{b}} \cdot \sqrt{1 - j\frac{r}{x}} = \sqrt{\frac{x}{b}} \cdot \left(1 - j\frac{r}{2x}\right), \quad (2.18)$$

$$\underline{Y} = \sqrt{(r + jx) \cdot jb} = j\sqrt{x \cdot b} \cdot \sqrt{1 - j\frac{r}{x}} = j\sqrt{x \cdot b} \cdot \left(1 - j\frac{r}{2x}\right), \quad (2.19)$$

при што е сметано дека е $\sqrt{1 + \xi} \approx 1 + \xi/2$.

Со замена на (2.18) и (2.19) во (2.16) и со апроксимација на хиперболичните функции со:

$$\begin{aligned} \sinh \xi &\approx \xi + \xi^3/6, \\ \tanh \xi &\approx \xi - \xi^3/3, \end{aligned}$$

не е тешко да се покаже дека приближните изрази за вредностите на параметрите $\underline{Z}_p$ и $\underline{Y}_p/2$ добиени на ваков начин гласат:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_p &= k_r \cdot (r \cdot l) + jk_x \cdot (x \cdot l), \\ \frac{\underline{Y}_p}{2} &= jk_b \cdot \frac{b \cdot l}{2}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

каде што: k_r , k_x и k_b се корекциони фактори (Кенелиеви коефициенти) кои се пресметуваат со помош на следните формули:

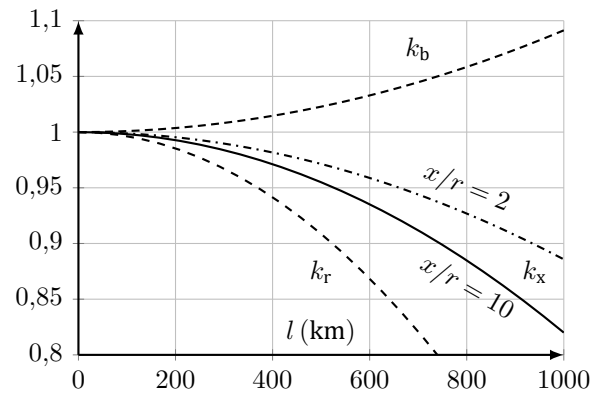
$$\begin{aligned} k_r &= 1 - x \cdot b \cdot \frac{l^2}{3}, \\ k_x &= 1 - x \cdot b \cdot \frac{l^2}{6} + \frac{b \cdot r^2}{x} \cdot \frac{l^2}{4} \approx 1 - x \cdot b \cdot \frac{l^2}{6}, \\ k_b &= 1 + x \cdot b \cdot \frac{l^2}{12}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Вредностите на корекционите фактори: k_r , k_x и k_b во основа зависат од должината на водот l . Тие зависимости се дадени во табелата 2.1, а графички се прикажани на сликата 2.8.

Ако се земе дека е $k_r \approx k_x \approx k_b \approx 1$ тогаш од равенките (2.20) за приближни параметри на п-заменска шема на вод следува:

$$\underline{Z}_p = \underline{z} \cdot l \quad \text{и} \quad \underline{Y}_p = j\underline{y} \cdot l/2.$$

Освен тоа, некогаш се користат и термините вкупна редна импеданција на водот $\underline{Z} = \underline{z} \cdot l$ и вкупна напречна адмитанција на водот $\underline{Y} = \underline{y} \cdot l$.



Слика 2.8. Зависност на Кенелиевите коефициенти од должината на водот

**Табела 2.1. Кенелиеви коефициенти за преносен вод
со различни должини**

l (km)	k_r	k_x	k_b
100	0,99634	0,99820	1,00091
150	0,99178	0,99595	1,00206
200	0,98538	0,99280	1,00366
250	0,97715	0,98875	1,00571
300	0,96710	0,98380	1,00822
350	0,95522	0,97795	1,01119
400	0,94151	0,97120	1,01462
450	0,92598	0,96354	1,01851
500	0,90861	0,95499	1,02285
550	0,88942	0,94554	1,02764
600	0,86840	0,93519	1,03290
650	0,84556	0,92394	1,03861
700	0,82088	0,91179	1,04478
750	0,79438	0,89873	1,05140
800	0,76605	0,88478	1,05849
850	0,73590	0,86993	1,06603
900	0,70391	0,85418	1,07402
950	0,67010	0,83752	1,08248
1000	0,63446	0,81997	1,09139

2.5 Дополнителни примери

Пример 2.3. Го разгледуваме преносниот вод од примерот 2.1 што има должина $l = 400$ km и надолжни параметри: $r = 0,09 \Omega/\text{km}$; $x = 0,41856 \Omega/\text{km}$; $g = 0$ и $b = 2,62 \mu\text{S}/\text{km}$. Да се одредат параметрите на точната и приближната π -заменска шема на дадениот вод.

Решение

Параметрите на приближната π -заменска шема ќе бидат $\underline{Z} = \underline{z} \cdot l$ и $\underline{Y}/2 = j \cdot b \cdot l/2$, додека параметрите на точната π -заменска шема се:

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_c \sinh \underline{y}l, \quad \frac{\underline{Y}_p}{2} = \frac{1}{\underline{Z}_c} \tanh \frac{\underline{y}l}{2}.$$

За дадениот вод пресметките можеме да ги направиме со помош на следната програма:

programi/vodovi/primer_2_3.m

```
1 z = 0.09 + 1j*0.41856;
2 y = 1j*2.62e-6;
3 l = 400;
4 Z = z*l
5 Y = y*l
6 Zc = sqrt(z/y);
7 gama = sqrt(z*y);
8 Zp = Zc*sinh(gama*l)
9 Yp = 1/Zc*tanh(gama*l/2)
```

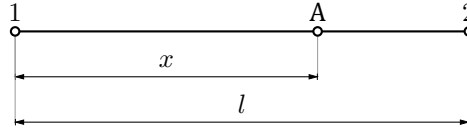
со што го добиваме следниот резултат:

```
>> primer_2_3
Z =
 3.6000e+01 + 1.6742e+02i
Y =
 0.0000 + 0.0010i
Zp =
 3.3922e+01 + 1.6279e+02i
Yp =
 1.7068e-06 + 5.3179e-04i
```

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= (36 + j167,42) \Omega \\ \underline{Y}/2 &= j524 \mu\text{S} \\ \underline{Z}_p &= (33,92 + j162,79) \Omega \\ \underline{Y}_p/2 &= j531,8 \mu\text{S}\end{aligned}$$

□ □ □

Пример 2.4. Идеален вод со должина $l = 800$ km работи во празен од. Напонот на почетокот на водот се држи на константна вредност U_1 . Да се одреди распределбата на напонот и струјата долж водот.



Слика П.2.4.1

Решение

Ако на растојание x од почетокот на водот поставиме точка А (слика П.2.4.1), тогаш можеме да разгледуваме два вода кои работат во празен од: вод 1-2 со должина l и вод А-2 со должина $l - x$.

Според равенката (2.11) за водот 1-2 можеме да ја напишеме следната равенка за напони:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l + j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta l,$$

од којашто, имајќи предвид дека е $\underline{I}_2 = 0$, можеме веднаш да го добиеме напонот на неговиот крај:

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l}.$$

На сличен начин, од равенката (2.11) за струи, ја добиваме струјата на почетокот на водот 1-2:

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l + \underline{I}_2 \cdot \cos \beta l = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l.$$

Понатаму, за водот А-2, кој работи во празен од, ја пишуваме равенката за напонот во точката А:

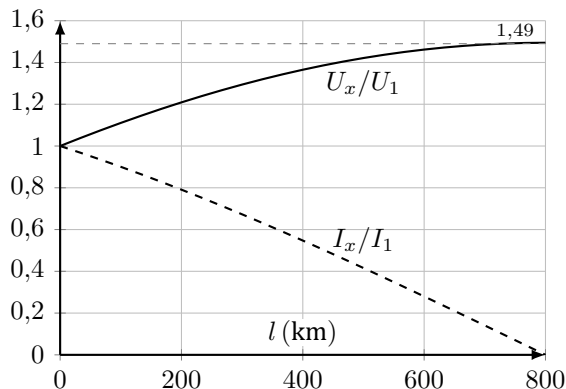
$$\underline{U}_A = \underline{U}_x = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta(l - x),$$

а со оглед на тоа што веќе го знаеме напонот $\underline{U}_2$, за напонот во точката А на растојание x од почетокот на водот можеме да напишеме:

$$\underline{U}_x = \underline{U}_1 \cdot \frac{\cos \beta(l - x)}{\cos \beta l}.$$

Равенката за струи за водот А-2 гласи:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_x = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta(l - x),$$



Слика П.2.4.2

од каде што со замена на претходниот израз за струјата $\underline{I}_1$ добиваме дека струјата на растојание x од почетокот на водот изнесува:

$$\underline{I}_x = \underline{I}_1 \cdot \frac{\sin \beta(l - x)}{\sin \beta l}.$$

На сликата П.2.4.2 е прикажана распределбата на напонот и струјата долж водот во режим на празен од, за разгледуваниот случај. Од сликата се забележува дека напонот има најмала вредност на почетокот, а потоа расте по косинусен закон и на крајот достигнува вредност еднаква на $1,49 \cdot U_1$. Струјата има најголема вредност на почетокот, а потоа опаѓа по синусен закон до нула на крајот на водот.

□ □ □

Пример 2.5. Да се пресмета ефективната вредност на односот на напоните на крајот и почетокот на вод чија должина изнесува $l = 800 \text{ km}$ и чии параметри се: $r = 0,06 \Omega/\text{km}$; $x = 0,388 \Omega/\text{km}$ и $b = 2,83 \mu\text{S}/\text{km}$. Пресметките да се извршат:

- со занемарување на активната отпорност на водот;
- со уважување на активната отпорност на водот.

Решение

а) Бидејќи во првиот случај водот е идеален и работи во празен од равенката за напони (2.15) гласи:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l.$$

Имајќи предвид дека е $\beta \cdot l = 0,06^\circ \cdot 800 = 48^\circ$ за односот на напоните добиваме:

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\cos \beta l} = \frac{1}{\cos 48^\circ} = 1,4945.$$

б) Во вториот случај кога активната отпорност не е занемарена ја пресметуваме константата на ширење:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\frac{r + jx}{jb}} = \sqrt{\frac{0,06 + j0,388}{j2,83 \cdot 10^{-6}}} = (0,081 + j1,05) \cdot 10^{-3},$$

а потоа за односот на напоните добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{k} &= \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\cosh \underline{\gamma} l} = \frac{1}{[\cosh(0,081 + j1,05) \cdot 10^{-3} \cdot 800]} = \\ &= 1,4887 - j0,1073, \\ k &= \sqrt{1,4887^2 + 0,1073^2} = 1,4926. \end{aligned}$$

Претходните пресметки можеме да ги направиме и со помош на следната програма:

programi/vodovi/primer_2_5.m

```
1 disp('a');
2 beta = 0.06/180*pi;
3 l = 800;
4 k = 1/cos(beta*l)
5
6 disp('b');
7 r = 0.06; x = 0.388; b = 2.83e-6;
8 z = r + 1j*x;
9 y = 1j*b;
10 gama = sqrt(z*y)
11 k = 1/cosh(gama*l)
12 k_modul = abs(k)
```

□ □ □

Пример 2.6. До која должина може еден високонапонски вод да не биде компензиран во режимот на празен од, ако на почетокот од водот напонот се одржува на вредноста $1,05 \cdot U_n$, а се дозволува напонот на неговиот крај да не биде поголем од вредноста $1,1 \cdot U_n$. Водот да се третира како идеален.

Решение

Од равенката (2.15) за напони на идеален вод во празен од

$$U_1 = U_2 \cdot \cos \beta l,$$

го добиваме следното:

$$\beta l = \arccos \frac{U_1}{U_2} = \arccos \frac{1,05 \cdot U_n}{1,1 \cdot U_n} = 17,34^\circ,$$

од каде што следува дека должината на водот изнесува:

$$l = \frac{17,34}{0,06} = 289 \text{ km.}$$

□ □ □

Пример 2.7. Идеален вод со должина $l = 500 \text{ km}$ и номинален напон $U_n = 380 \text{ kV}$ има карактеристична импеданса $Z_c = 320 \Omega$. На крајот на водот е приклучен само реактор и притоа напонот на неговиот почеток изнесува $U_1 = 1,05 \cdot U_n = 399 \text{ kV}$. Колкава треба да биде номиналната моќност на реакторот приклучен на неговиот крај, ако сакаме напонот U_2 да изнесува $U_2 = 1,1 \cdot U_n = 418 \text{ kV}$?

Решение

Равенката (2.11) за напони на идеалниот вод гласи:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l + j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta l,$$

при што занемарувајќи ја активната отпорност на реакторот ако се пресмета струјата во реакторот преку напонот на крајот од водот

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot jX_p},$$

добиваме:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \cdot \sin \beta l \right).$$

Од тука, можеме да ја пресметаме реактанцијата на реакторот, земајќи дека е $\beta \cdot l = 0,06^\circ \cdot 500 = 30^\circ$

$$X_p = \frac{Z_c \cdot \sin \beta l}{\underline{U}_1/\underline{U}_2 - \cos \beta l} = \frac{320 \cdot \sin 30^\circ}{1,05/1,1 - \cos 30^\circ} = 1807,5 \Omega,$$

а потоа и неговата номинална моќност:

$$Q_p = \frac{U_n^2}{X_p} = \frac{380^2}{1807,5} = 80 \text{ Mvar.}$$

Уште само ќе нагласиме дека доколку на крајот на водот не се постави реактор тогаш напонот на крајот на водот ќе изнесува:

$$U_2 = \frac{U_1}{\cos \beta l} = \frac{399}{\cos 30^\circ} = 460,7 \text{ kV},$$

што е превисока вредност за нормална работа на водот.



Пример 2.8. Вод со позната должина l напојува потрошувач со чисто активно оптоварување $P_2 = k \cdot P_N$. Да се определи зависноста на напонот U_2 од степенот на оптовареноста на водот k , ако напонот на почетокот од водот U_1 се одржува на константна вредност. Во пресметките водот да се третира како идеален.

Решение

Во случајот кога идеален вод пренесува активна моќност P_2 , од равенката (2.11) земајќи $\sqrt{3} \cdot I_2 = P_2 / \underline{U}_2^*$ следува:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\cos \beta l + j \frac{Z_c \cdot P_2}{\underline{U}_2^*} \cdot \sin \beta l \right).$$

Бидејќи е $P_2 = k \cdot P_N = k \cdot U_2^2 / Z_c$ равенката за напонот $\underline{U}_1$ може да се напише во вид:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 (\cos \beta l + k \cdot j \sin \beta l),$$

од каде за ефективната вредност на напонот на крајот на водот имаме:

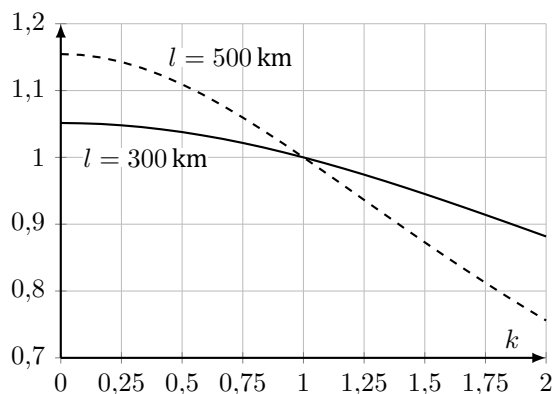
$$U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\cos^2 \beta l + k^2 \sin^2 \beta l}}.$$

Со помош на следната програма е добиена зависноста $U_2/U_1 = f(k)$ за случај кога е $l = 300 \text{ km}$ и $l = 500 \text{ km}$.

programi/vodovi/primer_2_8.m

```
1 beta = 0.06/180*pi;
2 hold on
3 for l = [300 500]
4     k = (0:0.1:2)';
5     f = 1./sqrt(cos(beta*l)^2 + k.^2*sin(beta*l)^2);
6     plot(k,f, 'LineWidth', 2)
7 end
8 grid
9 legend('l = 300 km', 'l = 500 km')
10 xlabel('k')
11 ylabel('U2/U1')
```

Зависноста $U_2/U_1 = f(k)$ е нацртана на сликата П.2.8.1



Слика П.2.8.1



Пример 2.9. Даден е идеален вод долг $l = 250 \text{ km}$, со карактеристична импеданција $Z_c = 350 \Omega$. Напонот на почетокот на водот изнесува $U_1 = 380 \text{ kV}$ и се држи на константна вредност, независно од неговиот режим на работа.

- Да се одреди напонот на крајот од водот и струјата на почетокот од водот во случајот кога водот работи во режимот на празен од. Колкава ќе биде реактивната моќност што водот ја произведува во тој случај?
- Колкава треба да биде реактанцијата на реакторот X_p , приклучена на крајот од водот, за да биде струјата на почетокот од водот еднаква на нула. Колкав е напонот U_2 и моќноста S_2 во овој случај?
- Да се одреди законот на измена на напонот долж водот $U(x)$ за разни вредности на реактансата X_p . Колкава треба да биде реактанцијата X_p за да бидат напоните U_1 и U_2 еднакви меѓу себе?

Решение

а) Во случајот кога водот работи во празен од равенката (2.15) за напони гласи:

$$U_1 = U_2 \cos \beta l,$$

од каде се добива дека напонот на крајот од водот изнесува:

$$U_2 = \frac{U_1}{\cos \beta l} = \frac{380}{\cos(0,06 \cdot 250)} = 393,4 \text{ kV}.$$

Во истиот случај, равенката (2.15) за струи во која го заменуваме и горниот израз за напонот на крајот на водот е:

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}Z_c} \sin \beta l = j \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}Z_c} \operatorname{tg} \beta l,$$

со што веќе можеме да ја пресметаме и моќноста на почетокот на водот

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= \sqrt{3} \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = \sqrt{3} \underline{U}_1 \left(j \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}Z_c} \operatorname{tg} \beta l \right)^* = -j \frac{\underline{U}_1^2}{Z_c} \operatorname{tg} \beta l = \\ &= -j \frac{380^2}{\sqrt{3} \cdot 350} \operatorname{tg} 15^\circ = -j 110,55 \text{ MVA} \end{aligned}$$

од каде заклучуваме дека водот работи во капацитивен режим и генерира 110,55 Mvar.

Во случајот кога на крајот од водот има приклучено реактор со реактанција X_p за струјата на крајот од водот можеме да напишаме:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot j X_p}.$$

Според тоа, равенката за струјата на почетокот на водот ќе биде:

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}Z_c} \sin \beta l + \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot j X_p} \cos \beta l = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sin \beta l}{Z_c} - \frac{\cos \beta l}{X_p} \right),$$

со што условот струјата на почетокот од водот да биде еднаква на нула се сведува на:

$$\frac{\sin \beta l}{Z_c} - \frac{\cos \beta l}{X_p} = 0,$$

од каде ја добиваме реактанцијата на реакторот

$$X_p = \frac{Z_c}{\operatorname{tg} \beta l} = \frac{350}{\operatorname{tg} 15^\circ} = 1306,22 \Omega.$$

За да ја пресметаме моќноста на реакторот прво треба да го пресметаме напонот на крајот од водот. За таа цел ја пишуваме равенката (2.11) за напоните на водот во која веднаш го заменуваме погорниот израз за струјата во реакторот изразена преку напонот на крајот од водот со што добиваме:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos \beta l + j \sqrt{3} Z_c \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot j X_p} \sin \beta l = \underline{U}_2 \left(\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l \right).$$

Доколку сега за реактанцијата на реакторот замениме $X_p = Z_c / \operatorname{tg} \beta l$ имаме:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 (\cos \beta l + \operatorname{tg} \beta l \cdot \sin \beta l) = \frac{\underline{U}_2}{\cos \beta l},$$

од каде го добиваме напонот на крајот од водот:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cos \beta l = 380 \cdot \cos 15^\circ = 367,05 \text{ kV}$$

и моќноста на реакторот која изнесува:

$$\underline{S}_2 = \sqrt{3} \underline{U}_2 \underline{I}_2^* = \sqrt{3} \underline{U}_2 \frac{\underline{U}_2^*}{-jX_p} = j \frac{U_2^2}{X_p} = j \frac{367,05^2}{1306,22} = j103,14 \text{ MVA}.$$

Во третиот случај, ректанција на реакторот треба да се одбере така што напоните на двата краја на водот ќе бидат еднакви. Веќе видовме дека, кога на крајот од водот има приклучено реактор, равенката за напони е:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l \right),$$

од каде се гледа дека треба да биде исполнет следниот услов

$$\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l = 1.$$

Според тоа, во овој случај, реактанцијата на реакторот изнесува:

$$X_p = \frac{Z_c \sin \beta l}{1 - \cos \beta l} = \frac{350 \cdot \sin 15^\circ}{1 - \cos 15^\circ} = 2658,51 \Omega.$$

Промената на напонот по должината на водот можеме да ја нацртаме ако водот го поделиме на n делови, што значи ќе добиеме $n + 1$ јазел. Потоа, прво го пресметуваме напонот на јазелот $n + 1$, на крајот од водот, на следниот начин:

$$\underline{U}_{n+1} = \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l}.$$

Напоните на останатите јазли: $i = 1, 2, \dots, n$ ќе ги пресметаме така што ќе напишеме равенка за вод чиј почетен јазел е i , а краен јазел е $n + 1$. Ако должината на секој таков вод ја означиме со l_i , тогаш за напоните имаме:

$$\underline{U}_i = \underline{U}_{n+1} \left[\cos \beta(l - l_i) + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta(l - l_i) \right].$$

Оваа постапка е спроведена со следната програма:

programi/vodovi/primer_2_9v.m

```
1 Lv = 250;  
2 Zc = 350;  
3 beta = 0.06/180*pi;
```

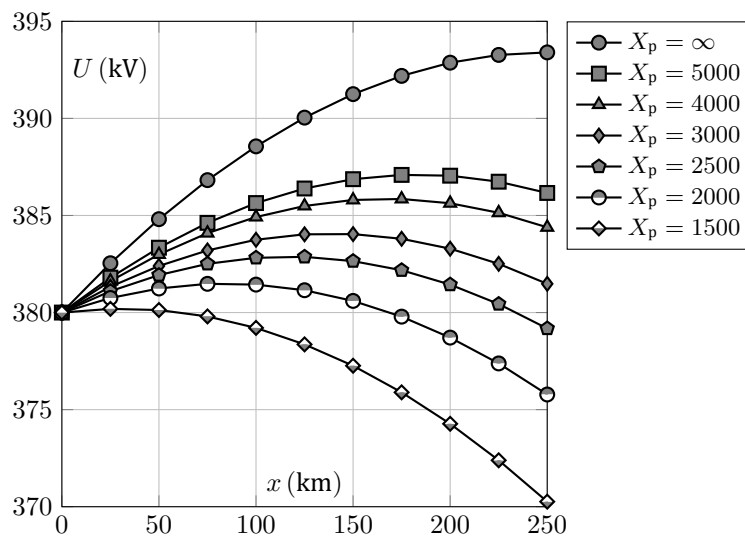


```

4 U1 = 380;
5
6 N = 10;
7 U = zeros(N + 1, 1);
8 L = linspace(0, Lv, N + 1);
9
10 hold on
11 for Xp = [inf, 5000, 4000, 3000, 2500, 2000, 1500]
12     U(N + 1) = U1/(cos(beta*Lv) + Zc/Xp*sin(beta*Lv));
13     for i = 1:N
14         U(i) = U(N + 1)*(cos(beta*(Lv - L(i))) + Zc/Xp*sin(beta*(
15             Lv - L(i))));
16     end
17     plot(L, U, '-o')
18 end
19 hold off
20
21 xlim([0, 250])
22 ylim([370, 400])
23 xlabel('L (km)')
24 ylabel('U (kV)')
25 legend('inf', '5000', '4000', '3000', '2500', '2000', '1500')
26 grid

```

Промената на напонот по должината на водот за различни вредности на X_p е прикажана на сликата П.2.9.1.



Слика П.2.9.1



Пример 2.10. Идеален вод со должина $l = 1000 \text{ km}$ има карактеристична импеданција $Z_c = 300 \Omega$. Напонот на почетокот од водот се држи на константна вредност $U_A = 500 \text{ kV}$. За да се намали реактивната моќност што водот ја генерира во режимот на празен од и за да се ограничат вредностите на напонот долж водот, се предвидува на средината од водот да се приклучи реактор, чија реактанција ќе изнесува $X_p = 450 \Omega$. Да се одредат напоните U_B и U_C во средината и на крајот од водот:

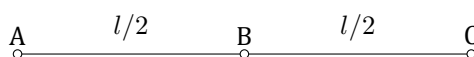
а) пред приклучувањето на реакторот,

б) по приклучувањето на реакторот.

Колкави се реактивните моќности на почетокот од водот во секој од овие два случаја?

Решение

Пред приклучување на реакторот состојбата во водот е прикажана на сликата П.2.10.1 каде што можеме да забележиме два вода во празен од, и тоа: А-С и В-С.



Слика П.2.10.1

За водот А-С можеме да напишеме

$$U_A = U_C \cos \beta l,$$

од каде земајќи дека е $\beta \cdot l = 0,06 \cdot 1000 = 60^\circ$ добиваме:

$$U_C = \frac{U_A}{\cos \beta l} = \frac{500}{\cos 60^\circ} = 1000 \text{ kV}.$$

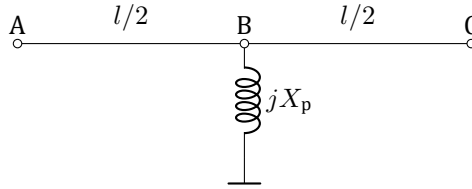
Потоа пишуваме равенка за водот В-С со што го добиваме напонот во средината на целиот вод:

$$U_B = U_C \cos \frac{\beta l}{2} = 1000 \cdot \cos 30^\circ = 866,03 \text{ kV}.$$

По поставувањето на реакторот на средината на водот ја добиваме ситуацијата прикажана на сликата П.2.10.2.

Во овој случај водот В-С ќе го еквивалентираме со неговата влезна импеданција. За таа цел ќе ги пресметаме напонот и струјата на почетокот на водот (т. е. во точката В) користејќи ги равенките (2.15):

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C \cos \frac{\beta l}{2}, \quad \underline{I}_B = j \frac{\underline{U}_C}{\sqrt{3} Z_c} \sin \frac{\beta l}{2},$$

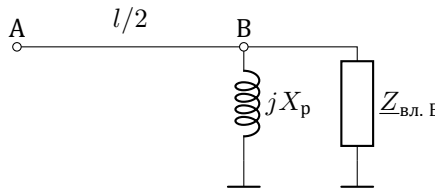


Слика П.2.10.2

а потоа влезната импеданција ќе ја добиеме како количник од нив како што следува:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{вл. В}} &= \frac{\underline{U}_B}{\sqrt{3} \cdot \underline{I}_B} = \frac{\underline{U}_C \cos \frac{\beta l}{2}}{\sqrt{3} \cdot j \frac{\underline{U}_C}{\sqrt{3} Z_c} \sin \beta l} = \\ &= -j \frac{Z_c}{\operatorname{tg} \frac{\beta l}{2}} = -j \frac{300}{\operatorname{tg} 30^\circ} = -j 519,615 \Omega\end{aligned}$$

По еквивалентирањето на водот В-С приликите во останатиот дел од водот се прикажани на сликата П.2.10.3 каде што забележуваме дека на крајот од водот А-В постои паралелна врска од jX_p и $\underline{Z}_{\text{вл. В}}$.



Слика П.2.10.3

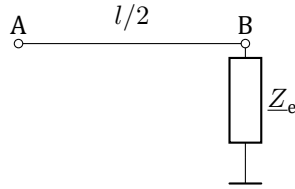
Паралелната врска на крајот од водот А-В ја еквивалентираме со една импеданција

$$\underline{Z}_e = \frac{jX_p \cdot \underline{Z}_{\text{вл. В}}}{jX_p + \underline{Z}_{\text{вл. В}}} = \frac{j450 \cdot (-j519,615)}{j450 - j519,615} = j3358,856 \Omega,$$

со што ја добиваме состојбата од сликата П.2.10.4.

Равенката за напоните на водот А-В гласи:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_B \cos \frac{\beta l}{2} + j\sqrt{3}Z_c \frac{\underline{U}_B}{\sqrt{3}\underline{Z}_e} \sin \frac{\beta l}{2} = \underline{U}_B \left(\cos \frac{\beta l}{2} + j \frac{Z_c}{\underline{Z}_e} \sin \frac{\beta l}{2} \right),$$



Слика П.2.10.4

од каде добиваме:

$$\underline{U}_B = \frac{\underline{U}_A}{\cos \frac{\beta l}{2} + j \frac{Z_c}{Z_e} \sin \frac{\beta l}{2}} = \frac{500}{\cos 30^\circ + j \frac{300}{3358,856} \sin 30^\circ} = 549,04 \text{ kV}.$$

На крајот, за да го пресметаме напонот на јазелот С по приклучување на реакторот пишуваме равенка (2.15) за напони на водот В-С кој работи во празен од

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C \cos \frac{\beta l}{2},$$

со што имаме:

$$\underline{U}_C = \frac{\underline{U}_B}{\cos \frac{\beta l}{2}} = \frac{549,04}{\cos 30^\circ} = 633,98 \text{ kV}$$

□ □ □

3

РЕГУЛАЦИЈА НА НАПОНИ И РЕАКТИВНИ МОЌНОСТИ ВО ЕЕС

3.1 Општо за регулацијата на напони во ЕЕС

Работата на потрошувачите се влошува кога тие работат со напон што се разликува од номиналниот. Во случајот кога напонот е поголем од номиналниот, кај трансформаторите доаѓа до зголемени загуби на активна и реактивна моќност во магнетското коло и до зголемено загревање поради тоа. Слично, кај надземните водови, поради појавата на засилена корона, доаѓа до зголемување на загубите на активна моќност, додека кај каблите, заради зголемените диелектрични загуби, може да дојде до прекумерно загревање на изолацијата и до појава на топлински пробој или нејзино поинтензивно стареење.

Работата со напон понизок од номиналниот исто така неповолно се одразува на техничките и економските показатели на потрошувачите. Кај асинхроните мотори се влошуваат условите на впуштање, а освен тоа, во нормалниот режим на работа се зголемува лизгањето, што повлекува зголемена струја и поинтензивно загревање на намотките на моторот, влошување на коефициентот на корисно дејство и побрзо стареење на моторите. Исто така, при константно оптоварување, работата со напон под номиналниот повлекува зголемени загуби на моќност и енергија во електричните мрежи.

На работата на потрошувачите неповолно влијаат не само отстапувањата на напонот од неговата номинална вредност туку и колебањата на напонот.

Главна причина за отстапувањето на напонот кај потрошувачите од неговата номинална вредност е промената на оптоварувањето на системот, односно променливиот режим на работа на потрошувачите.

Во големите електроенергетски системи (ЕЕС), односот меѓу максималната и минималната сумарна моќност на оптоварувањето во текот

на денот се движи најчесто во интервалот од 1,5:1 до 2:1. Во дистрибутивните мрежи пак, во кои голем дел од енергијата се користи за електрично осветление, истиот тој однос може да биде и поголем од 6:1.

На разните режими на работа на потрошувачите им одговараат различни вредности на моќностите во елементите од мрежата. Соодветно на тоа, загубите на напон како и вредностите на напоните во поедините јазли од мрежата во различни режими ќе бидат различни.

Друга причина за отстапувањата и колебањата на напонот во ЕЕС се измените на режимот на работа на самите извори на електрична енергија.

Моќностите што електричните центри ги генерираат во системот се менуваат како во текот на денот така и во текот на годината. На пример, кај хидроелектричните центри (ХЕЦ) без регулација на протокот на вода, во периодот на големите води во реките работат сите агрегати. Во периодот на малите води, обично во летниот период, дел од агрегатите се исклучуваат од работа.

Исто така, сите агрегати без исклучок во извесен период од годината, поради плански ремоти, се наоѓаат надвор од погонот. Исклучувањето на машините од погонот (било да е тоа плански или поради хаварија) ја намалува моќноста што може да ја произведува електричната централа.

Покрај измените што настануваат кај изворите на електрична енергија, до определени периодични (или случајни) измени доаѓа и во самата шема на мрежата. Имено, од разни причини во мрежата може да дојде до потреба од периодични исклучувања или вклучувања на одделни водови и трансформатори. До измени во конфигурацијата на мрежата може да дојде и по некоја хаварија (дефект) на некој елемент од системот. По испадот (исклучувањето) на повредениот елемент, системот продолжува да работи и без него извесен временски период (додека тој не се поправи или замени со нов) во таканаречениот хавариски режим на работа.

За да се одржува отстапувањето на напонот кај потрошувачите од неговата номинална вредност во определени граници, потребно е да се врши регулација на напонот во разни точки од мрежата.

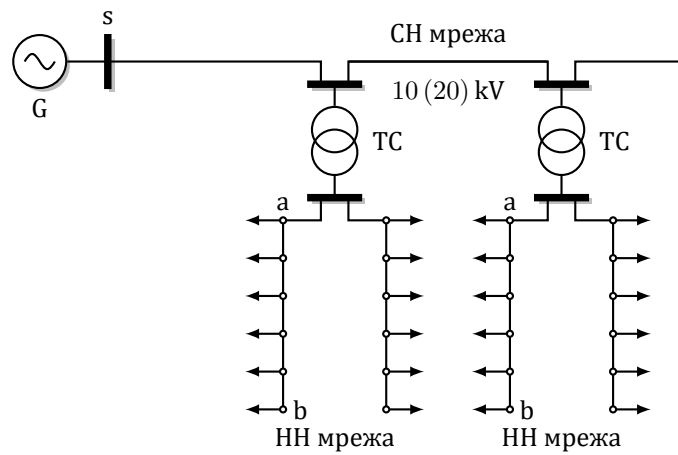
Регулацијата на напонот претставува комплекс на мерки, со кои се настојува напонот кај потрошувачите да биде во дозволени граници.

3.2 Регулација на напонот со измена на напоните кај изворите

Во помалите мрежи (како на пример на сликата 3.1) што се напојуваат од само една електрична централа регулацијата на напонот најчесто се врши со измена на напонот кај самите синхрони генератори.

Притоа, кога оптоварувањето на мрежата расте, се зголемува напонот на собирниците во централата – и обратно.

Менувањето на напонот во електричните центри се врши по однапред составен, односно зададен график на напонот, кој ја дава зависноста меѓу напонот кај електричната централа и оптоварувањето. Овој график се составува така што отстапувањата на напонот кај потрошувачите нема да ги надминуваат однапред дефинираните граници.



Слика 3.1. Шема на месна мрежа

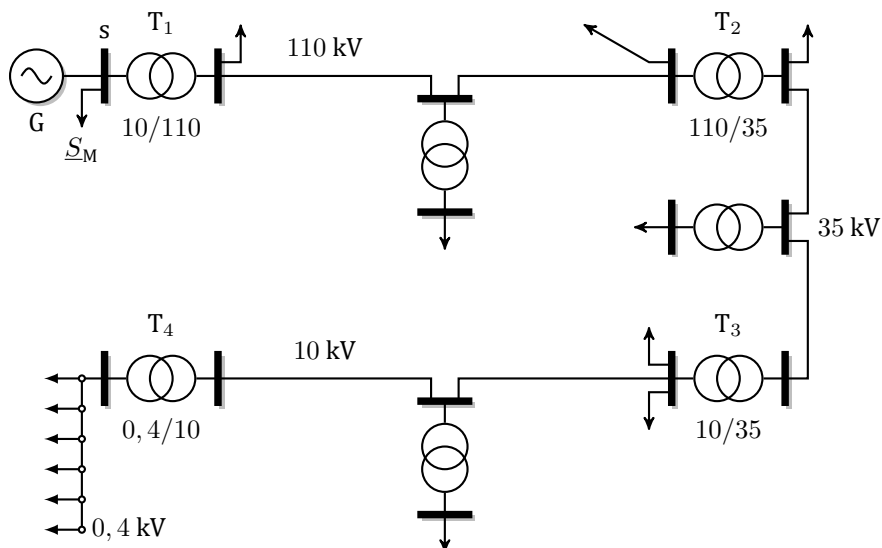
Можното покачување на напонот на генераторските собирници s (слика 3.1) се одредува според напонот на електрични најблиските потрошувачи, а кои се наоѓаат во непосредната близина на трансформаторските станици ТС 10/0,4 kV/kV. Електричните приемници во тие точки секогаш работат со повисок напон во однос на останатите електрични приемници. Од друга страна, границата на допуштеното намалување на напонот кај собирниците s се одредува според напонот на потрошувачите b кои се приклучени на крајот од нисконапонската (НН) мрежа.

Во мрежите на помалите градови и помалите индустриски претпријатија како и во месните мрежи напојувани директно од една електрична централа, обично е можно да се обезбеди напоните кај потрошувачите да се држат во прифатливи граници само со регулација на напонот на изворот на електрична енергија.

Меѓутоа, во развиените регионални мрежи е невозможно да се постигне задоволителна регулација на напоните на потрошувачите само со измена на напоните кај синхроните генератори. Во ваквите мрежи постојат разновидни потрошувачи со различни дијаграми на оп-

товарување, а освен тоа, загубата на напон во таквите мрежи во различни точки е различна и може да се разликува во голема мерка.

Горе кажаното ќе го појасниме на шемата од сликата 3.2 која прикажува дел од една регионална мрежа.



Слика 3.2. Шема на регионална мрежа

Генераторите G напојуваат месно оптоварување S_M и потрошувачи на еден голем регион. Дел од приемниците на месното оптоварување работи директно на генераторски напон (големи асинхрони мотори и друго) и загубата на напон до нив може да изнесува $3 \div 5\%$. Меѓутоа, загубата на напон до најоддалечените потрошувачи, до кои електричната енергија доаѓа после неколку трансформации, може да изнесува и повеќе од 30% . Споменатата загуба на напон значи дека при промена на оптоварувањето во мрежата од 0 до 100% интервалот на отстапувањето на напонот кај најоддалечените потрошувачи може да изнесува над 30% , што е сосема недопуштено.

Ако земеме предвид дека напонот на генераторските собирници може да се регулира во опсегот $U_n \pm 5\% \cdot U_n$, т. е. во интервалот

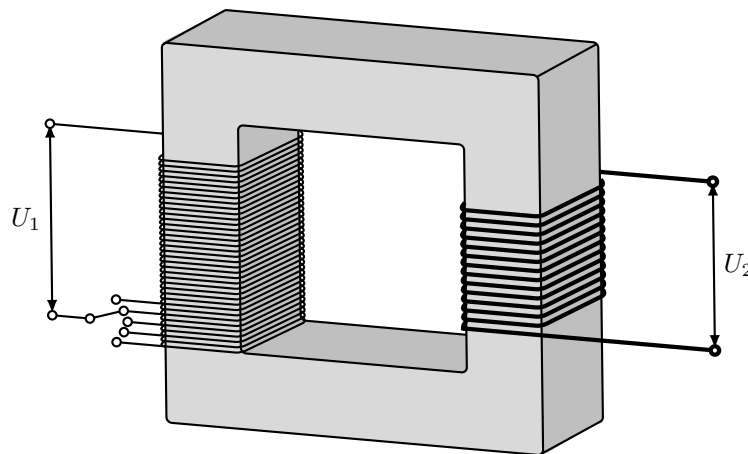
$$0,95 \cdot U_n \leq U \leq 1,05 \cdot U_n,$$

и ако земеме дека минималната моќност изнесува $1/3$ од максималната моќност на оптоварување на мрежата, тогаш лесно можеме да се увериме дека при најоддалечените потрошувачи, ширината на интервалот во кој ќе варира напонот (уважувајќи ја и регулацијата на напон на генераторите) ќе изнесува $(2/3) \cdot 30\% = 20\%$.

Толку големи распони на отстапувањето на напонот кај потрошувачите е воопшто неприфатлив. Тоа значи дека во ваквите случаи за одржувањето на напонот блиску до неговата номинална вредност ќе биде потребно да се преземат дополнителни мерки кои ќе бидат разгледувани подоцна. Регулацијата на напонот при електричните центри во големите ЕЕС претставува, значи, само помошно, а не основно средство за регулација на напоните во ЕЕС.

3.3 Регулација на напон со измена на коефициентот на трансформација кај енергетските трансформатори

Високонапонските намотки кај сите двонамотни трансформатори и среднонапонските намотки кај тринамотните трансформатори, покрај основниот отцеп, имаат и дополнителни – регулациони отцепи (слика 3.3).



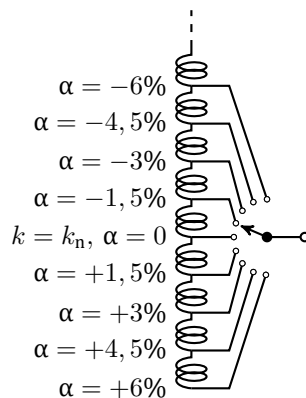
Слика 3.3. Принцип на регулација на напон со трансформатор

Номиналниот преносен однос, односно номиналниот коефициент на трансформација k_n , одговара на номиналниот отцеп

$$k_n = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}.$$

Со користење на дополнителните отцепи се менува и коефициентот на трансформација k (слика 3.4)

$$k = \left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) \cdot k_n, \quad (3.1)$$



Слика 3.4. Регулациона преклопка на трансформаторска намотка

каде што α е напон (изразен во % од номиналниот) на додатниот отцеп.

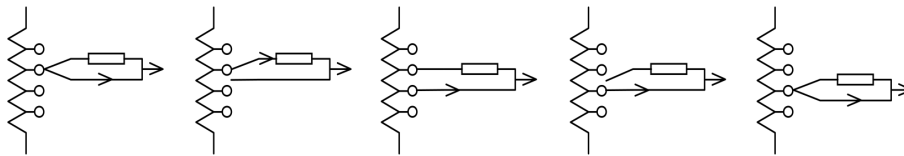
Менувањето на коефициентот на трансформација може да се врши на два начина:

- во безнапонска состојба (т. е. кога трансформаторот е исклучен од мрежата) – овој начин на регулација се нарекува „регулација во безнапонска состојба“ (РБС),
- под товар (т. е. кога трансформаторот е оптоварен), т. е. станува збор за „регулација под товар“ (РПТ).

Измената на коефициентот на трансформација во безнапонска состојба практично и не претставува регулација, бидејќи за секоја измена на напонот во погонот би било потребно исклучување на трансформаторот од погон и подесување (нагудување) на преносниот однос, што е само во некои случаи прифатливо. Затоа ваквиот начин на регулација се користи кај помалите трансформатори со номинален напон на среднонапонската (СН) намотка 10 kV, 20 kV и 35 kV. Вообичено е кај нив регулацијата да се врши во опсегот $\pm 5\%$ околу номиналниот коефициент на трансформација, со чекор на регулација 2,5%. Тоа значи дека ваквите трансформатори на ВН намотка имаат вкупно 5 отцепи, еден основен и четири регулациони $\pm 2,5\%$ и $\pm 5\%$. Притоа промената на преносниот однос се врши сезонски – еднаш во неколку месеци.

Нагудувањето на преносниот однос овде се врши откако трансформаторот ќе се исклучи од мрежата. Преносниот однос се избира така што отстапувањето на средната вредност на секундарниот напон $U_{2, \text{ср.}}$ од бараната вредност U_{20} да биде минимално. Се разбира дека варијациите на напонот U_2 околу неговата средна вредност $U_{2, \text{ср.}}$, предизвикани од измената на напонот U_1 на примарната страна и од измените на оптоварувањето на трансформаторот, со тоа нема напдно да се елиминираат.

Доколку пак измената на преносниот однос на трансформаторот можеме да ја вршиме и под товар, тогаш во секој момент ќе можеме да избираме коефициент на трансформација (тоа се врши обично автоматски) така што напонот на секундарната страна го држиме на приближно константна вредност или пак го управуваме по однапред зададена програма, независно од големината на оптоварувањето и напонските прилики на примарната страна. Заради тоа, во трансформаторот се вградува специјална преклопка со помош на која е можно да се менува бројот на навивките од примарната намотка и кога трансформаторот е оптоварен. Принципот на работа на регулационата преклопка кај овие трансформатори е прикажан на сликата 3.5. Самите трансформатори, снабдени со таква преклопка се нарекуваат регулациони трансформатори.



Слика 3.5. Принцип на работа на регулационата преклопка

Опсегот на регулација кај регулационите трансформатори изнесува обично $\pm 15\%$, макар што понекогаш се оди на помал ($\pm 10\%$) или пак, по потреба, и на поголем ($\pm 20\%$) опсег. Како што се гледа од сликата 3.4, регулацијата се врши во степени, т. е. напонот на секундарната страна од трансформаторот се менува во скокови. Вообичаен скок во еден степен („чекор на регулација“) е 1,5% и 1,78%, макар што има трансформатори со чекор од 1% и 2%. Поголеми скокови од $\pm 2\%$ би давале премногу груба регулација на напонот, додека чекорот помал од 1% значително би ја усложнил и поскапел регулационата преклопка.

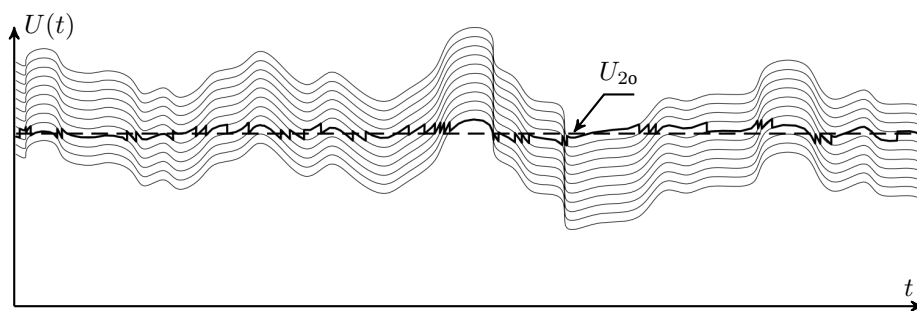
Трансформаторите снабдени со преклопка за РПТ се значително поскапи од истите такви трансформатори, но без можности за РПТ. Бидејќи цената на регулационата преклопка е доста висока и малку зависи од моќноста на трансформаторот, нерационално е сите трансформатори да се изведуваат со можност за РПТ. Затоа само поголемите трансформатори со номинален напон на ВН намотка над 35 kV се изведуваат како регулациони.

Тринамотните трансформатори со номинален напон на ВН намотка 110 kV или 220 kV најчесто на ВН страна имаат преклопка за РПТ, додека на СН страна имаат преклопка за РБС.

Регулацијата на преносниот однос е обично автоматска. За регулаторот да работи стабилно, т. е. за да нема голем број непотребни

сработувања на регулационата преклопка, тој не треба да реагира на малите и брзи варијации на напонот во мрежата што се честа и нормална појава. За таа цел, обично неговата зона на нечувствителност по напон изнесува нешто повеќе од половина чекор на регулација (слика 3.6). Така се обезбедува регулаторот да даде импулс за измена на коефициентот на трансформација само тогаш, кога напонот на секундарната страна е (по ефективна вредност) поблиску до соседниот степен на регулација.

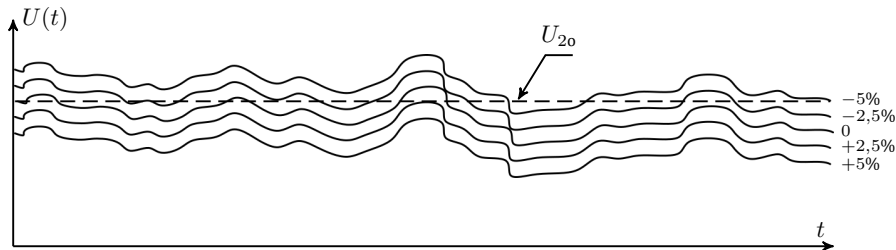
Покрај тоа, за да се избегне реагирањето на кратковремените колебања на напонот што се случуваат при разни регуларни вклучувања и исклучувања на потрошувачите во мрежата, се воведува и временско затегање на дејството на регулаторот. Обично тоа изнесува од 10 до 15 секунди. По потреба, согласно со локалните услови, тоа може да изнесува и неколку минути. На тој начин регулационата преклопка се заштитува од преголемиот број непотребни операции и од предвременото истролување на нејзиниот контактен систем.



Слика 3.6. Работа на преклопката кај регулационен трансформатор

Да ја разгледаме сега работата на еден двонамотен трансформатор без можност за РПТ и да видиме како се избира неговиот преносен однос. Ваквиот трансформатор ќе работи со ист преносен однос (неизменета положба на преклопката) како во режимот на максимално така и во режимот на минимално оптоварување, и тоа за подолг временски период (на пример за време од една годишна сезона). Поради тоа, напонот U_2 на секундарната страна ќе варира во текот на денот околу својата средна вредност $U_{2, \text{ср.}}$. Меѓутоа, за потрошувачите е најпогодно ако преклопката ја поставиме во таква положба што ќе биде исполнет условот $U_{2, \text{ср.}} = U_{20}$, т. е. напонот на секундарната страна U_2 да варира околу бараната (пожелуваната) вредност U_{20} (слика 3.7). Во тој случај, отстапувањата на напонот од вредноста U_{20} во режимот на минимално и максимално оптоварување ќе бидат меѓусебно приближно еднакви, а освен тоа, потрошувачите ќе работат најдолго време со напон близок до оној што сме сакале да го постигнеме. Затоа коефициентот на трансфор-

мација го избираме тргнувајќи од условот, напонот кај потрошувачите во режимот на средно оптоварување да биде еднаков на бараниот U_{20} .



Слика 3.7. Избор на најсоодветен отцеп кај трансформатор со РПТ

Напонот $U_{2, \text{cp.}}$ во режимот на средно оптоварување треба да се пресметува согласно со условите на напојување на потрошувачите од посматраниот трансформатор (односно трансформаторска станица). На пример, ако потрошувачите се приклучени непосредно на собирниците на секундарот, тогаш ќе биде пожелно во режимот на средно оптоварување нивниот напон да биде еднаков на номиналниот напон на потрошувачите. Ако пак потрошувачите се оддалечени од трансформаторската станица, тогаш ќе биде потребно напонот на собирниците на секундарната страна да биде повисок од номиналниот за неколку проценти (обично за $3 \div 5\%$ повисок) со цел да се компензира загубата на напон во напојната мрежа.

Положбата на регулационата преклопка, односно регулациониот отцеп кај трансформаторите со РБС се избира на следниот начин. Најнапред се врши пресметување на напонот U_1 на примарната страна од трансформаторот, решавајќи ја напојната мрежа. Потоа, знаејќи ги параметрите R_T и X_T на трансформаторот (сведени на страната на повисокиот напон) и знаејќи го оптоварувањето на трансформаторот $\underline{S}_T = P_T + jQ_T$, ја определуваме (приближно, со занемарување на напречната компонента на падот на напон) вредноста U'_2 на напонот на секундарната страна (сведена кон примар)

$$U'_2 \approx U_1 - \Delta U_d = U_1 - \frac{P_T \cdot R_T + Q_T \cdot X_T}{U_1}. \quad (3.2)$$

Притоа, пресметување на напонот U'_2 вршиме два пати:

- за режимот на минимално и
- за режимот на максимално оптоварување.

Ако така добиените вредности ги означиме со $U'_{2(\min)}$ и $U'_{2(\max)}$, тогаш во режимот на средно оптоварување напонот на секундарната страна (се

разбира сведен кон примар) ќе биде:

$$U'_{2, \text{cp.}} = \frac{U'_{2(\min)} + U'_{2(\max)}}{2}. \quad (3.3)$$

За да постигне напонот на секундарот во таквиот режим да биде еднаков на бараната вредност U_{20} , коефициентот на трансформација треба да биде:

$$k_0 = \frac{U'_{2, \text{cp.}}}{U_{20}}. \quad (3.4)$$

Откога сме ја определиле вредноста k_0 на коефициентот на трансформација, од изразот (3.1) лесно ќе го определиме и бараниот регулационен отцеп

$$\alpha_0 = \left(\frac{k_0}{k} - 1 \right) \cdot 100. \quad (3.5)$$

Бараниот коефициент k_0 може понекогаш да биде и помал од номиналниот преносен однос, т. е. $k_0 < k_n$, од каде следува дека за големиот α_0 може да се добие и негативна вредност, што зависи од условите во мрежата. Сега, знаејќи ја вредноста на α_0 , го определуваме и отцепот на кој ќе биде поставена преклопката, а тоа е оној кој е најблиску до пресметаната вредност α_0 . Потоа се пресметуваат вистинските вредности на напонот на секундарната страна во двата карактеристични режима, добиени со така избраниот регулационен отцеп:

$$U_{2(\max)} = \frac{U'_{2(\max)}}{k}, \quad U_{2(\min)} = \frac{U'_{2(\min)}}{k}.$$

Доколку вака пресметаните екстремни вредности на напонот U_2 излегуваат од однапред утврдените граници, односно не ги исполнуваат техничките барања, тогаш тоа ќе значи дека трансформаторот треба да биде снабден со преклопка за РПТ, или пак ќе биде потребно да се преземат други дополнителни мерки во мрежата (на пример компензација на реактивната моќност со помош на синхрон компензатор или кондензаторски батерии) со кои ќе се намалат варијациите на напонот и олесни регулацијата. Значи, постапката, поделена во повеќе чекори е следната:

1. Пресметка на приликите во напојната мрежа со што се добиваат $U_{1(\max)}$ и $U_{1(\min)}$
2. Пресметка на сведените вредности на U'_2 , за режимите на максимално и минимално оптоварување

$$U'_{2(\max)} = U_{1(\max)} - \frac{P_{T(\max)} \cdot R_T + Q_{T(\max)} \cdot X_T}{U_{1(\max)}}$$

$$U'_{2(\min)} = U_{1(\min)} - \frac{P_{T(\min)} \cdot R_T + Q_{T(\min)} \cdot X_T}{U_{1(\min)}}$$

3. Пресметка на средната вредност на напонот U'_2

$$U'_{2, \text{cp.}} = \frac{U'_{2(\min)} + U'_{2(\max)}}{2}$$

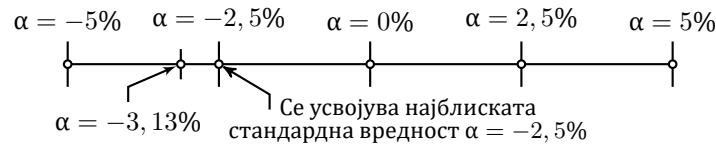
4. Пресметка на потребниот коефициент на трансформација

$$k_0 = \frac{U'_{2, \text{cp.}}}{U_{20}}$$

5. Пресметка на најповолна позиција на преклопката

$$\alpha_0 = \left(\frac{k_0}{k} - 1 \right) \cdot 100$$

6. Заокружување на позицијата на преклопката на најблиската постојна вредност



Слика 3.8. Определување на позицијата на преклопката како една од стандардните вредности

7. Пресметка на коефициентот на трансформација

$$k = \left(1 + \frac{\alpha}{100} \right) \cdot k_n$$

8. Проверка на напонските прилики на секундарот

$$U_{2(\max)} = \frac{U'_{2(\max)}}{k}, \quad U_{2(\min)} = \frac{U'_{2(\min)}}{k}$$

Пример 3.1. Потребно е да се избере регулациониот отцеп на СН намотка од трансформаторот за снижување на напонот 35/0,4 kV со моќност 630 kVA така што средната вредност на напонот на НН собирници да биде $U_{20} = 0,39$ kV, а отстапувањата на напонот во режимот на максимално и минимално оптоварување околу средната вредност да бидат приближно еднакви.

Во режимот на максимално оптоварување потрошувачите земаат моќност $P_{\max} = 520$ kW и $Q_{\max} = 390$ kvar и напонот на СН собирници

изнесува $U_{1(\max)} = 33,3 \text{ kV}$. Во режимот на минимално оптоварување моќноста на потрошувачите изнесува $P_{\min} = 220 \text{ kW}$ и $Q_{\min} = 180 \text{ kvar}$, а напонот на СН собирници изнесува $U_{1(\min)} = 35,2 \text{ kV}$.

Активната и реактивната отпорност на трансформаторот, сведени на СН страна, изнесуваат $R_T = 23,5 \Omega$ и $X_T = 123,5 \Omega$.

Решение

Најнапред ќе ги одредиме вредностите $U'_{2(\max)}$ и $U'_{2(\min)}$ на сведената вредност на напонот на НН собирници во режим на максималното и минималното оптоварување, приближно, со занемарување на попречната компонента на загубата на напон:

$$\begin{aligned} U'_{2(\max)} &= U_{1(\max)} - \frac{P_{\max} \cdot R_T + Q_{\max} \cdot X_T}{U_n} = \\ &= 33,3 - \frac{0,52 \cdot 23,5 + 0,39 \cdot 123,5}{35} = 31,6 \text{ kV}, \\ U'_{2(\min)} &= U_{1(\min)} - \frac{P_{\min} \cdot R_T + Q_{\min} \cdot X_T}{U_n} = \\ &= 35,2 - \frac{0,22 \cdot 23,5 + 0,18 \cdot 123,5}{35} = 34,4 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Средната вредност на напонот на секундарната страна сведен на примарната ќе биде:

$$U'_{2, \text{cp.}} = \frac{U'_{2(\min)} + U'_{2(\max)}}{2} = 33,0 \text{ kV}.$$

Потребниот коефициент на трансформација k_0 , според изразот (3.4), ќе биде:

$$k_0 = \frac{U'_{2, \text{cp.}}}{U_{20}} = \frac{33}{0,39} = 84,7,$$

додека номиналниот коефициент на трансформација изнесува:

$$k_n = \frac{35}{0,4} = 87,5.$$

Согласно на изразот (3.5) потребната вредност на регулациониот отцеп изнесува:

$$\alpha_0 = \left(\frac{k_0}{k_n} - 1 \right) \cdot 100 = \left(\frac{84,7}{87,5} - 1 \right) \cdot 100 = -3\%.$$

Бидејќи кај трансформаторите со РБС чекорот на регулација изнесува $2,5\%$ а регулациониот опсег е $\pm 5\%$, на располагање ни стојат 5

можни опции. Најблиску до бараната вредност за $\alpha_0 = -3\%$ е отцепот што одговара на позицијата $\alpha = -2,5\%$.

Според тоа, во конкретниов случај ќе избереме $\alpha = -2,5\%$. Тоа значи дека бројот на навивки на СН намотка ќе го намалиме во однос на номиналниот за $2,5\%$, така што коефициентот на трансформација на трансформаторот ќе изнесува:

$$k = k_n \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) = \frac{35}{0,4} \cdot \left(1 - \frac{2,5}{100}\right) = 0,975 \cdot k_n = 85,3125.$$

Во тој случај, вистинските вредности на напонот кај НН собирници ќе изнесуваат:

- во режим на максимално оптоварување

$$U_{2(\max)} = \frac{U'_{2(\max)}}{k} = \frac{31,6}{85,3125} = 0,371 \text{ kV}$$

- во режим на минимално оптоварување

$$U_{2(\min)} = \frac{U'_{2(\min)}}{k} = \frac{34,4}{85,3125} = 0,403 \text{ kV}$$

- средна вредност

$$U_{2, \text{cp.}} = \frac{U'_{2, \text{cp.}}}{k} = \frac{33,0}{85,3125} = 0,387 \text{ kV}.$$

Ако сметаме дека е прифатливо напонот U_2 да варира околу бараната вредност $U_{20} = 0,39 \text{ kV}$ најмногу за $\pm 5\%$, т. е. во интервалот од $0,95 \cdot 0,39 = 0,371 \text{ kV}$ до $1,05 \cdot 0,39 = 0,410 \text{ kV}$, тогаш заклучуваме дека добиените вредности за $U_{2(\max)}$ и $U_{2(\min)}$ во разгледуваниот случај се наоѓаат во допуштениот интервал.

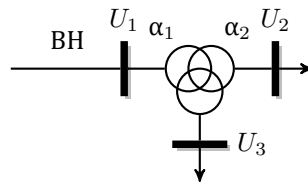
□ □ □

Кај тринамотните трансформатори со РБС, преклопка за промена на бројот на навивки постои и кај примарната намотка и кај секундарната намотка. Бројот на навивки на терциерната намотка не се менува. Доколку во трансформаторската станица за снижување на напонот постои еден ваков трансформатор, тогаш положбата на преклопките при ВН и при СН намотки се избира на следниот начин.

Слично како и кај двонамотните трансформатори, најнапред се спроведуваат електрични пресметки со кои се утврдуваат вредностите

$U'_{3(\min)}$ и $U'_{3(\max)}$ (сведени кон примар) на напонот на терциерните собирници во режимот на минималното и максималното оптоварување, со цел да се пресмета неговата средна вредност

$$U_{3, \text{cp.}} = \frac{U'_{3(\min)} + U'_{3(\max)}}{2}.$$



Слика 3.9. Тринамотен трансформатор со РБС

Потоа, знаејќи ја бараната вредност на напонот U_{30} , која сакаме да ја постигнеме на собирниците на кои е приклучен терциерот при средното оптоварување, го определуваме бараниот коефициент на трансформација $k_{13,0}$ меѓу примарната и терциерната намотка

$$k_{13,0} = \frac{U'_{3, \text{cp.}}}{U_{30}}.$$

Понатаму ја определуваме положбата на преклопката на примарната намотка која одговара на преносниот однос $k_{13,0}$

$$\alpha_{10} = \left(\frac{k_{13,0}}{k_{13n}} - 1 \right) \cdot 100,$$

каде што k_{13n} претставува номинален преносен однос меѓу примарната и терциерната намотка и тој одговара на основниот отцеп на примарната намотка ($\alpha_1 = 0$).

Сега одбираме регулационен отцеп α_1 на примарната намотка кој е најблиску до вредноста α_{10} . На вака избраниот отцеп му одговара преносен однос примар/терциер

$$k_{13} = \left(1 + \frac{\alpha_1}{100} \right) \cdot k_{13n},$$

со што е завршен изборот на најсоодветниот отцеп при примарната намотка.

Слично на тоа, за изборот на најсоодветниот отцеп α_2 кај секундарната намотка најнапред за режимите на минималното и максималното

оптоварување се определуваат вредностите $U'_{2(\min)}$ и $U'_{2(\max)}$ на напонот (сведен кон примар). Потоа се одредува неговата средна вредност

$$U'_{2, \text{cp.}} = \frac{U'_{2(\min)} + U'_{2(\max)}}{2},$$

која одговара на режимот на средно оптоварување, од каде се добива потребниот коефициент на трансформација примар/секундар

$$k_{12,0} = \frac{U'_{2, \text{cp.}}}{U_{20}}.$$

Бидејќи и примарната и секундарната намотка имаат регулациони отцепи, а преклопката на примарната намотка е веќе поставена на положба α_1 , ќе имаме:

$$k_{12,0} = \frac{1 + \alpha_1/100}{1 + \alpha_{20}/100} \cdot k_{12n}, \quad (3.6)$$

од каде добиваме:

$$\alpha_{20} = \left[\frac{k_{12n}}{k_{12,0}} \cdot \left(1 + \frac{\alpha_1}{100} - 1 \right) \right] \cdot 100, \quad (3.7)$$

а потоа го избираме најблискиот стандарден отцеп на секундарната намотка, на којшто му одговара коефициент на трансформација примар/секундар

$$k_{12} = \frac{1 + \alpha_1/100}{1 + \alpha_2/100} \cdot k_{12n}. \quad (3.8)$$

Во тој случај вистинските вредности на напоните на собирниците на кои се приклучени секундарната и терциерната намотка во режимот на максималното оптоварување ќе бидат:

$$U_{2(\min)} = \frac{U'_{2(\min)}}{k_{12}}, \quad U_{2(\max)} = \frac{U'_{2(\max)}}{k_{12}},$$
$$U_{3(\min)} = \frac{U'_{3(\min)}}{k_{13}}, \quad U_{3(\max)} = \frac{U'_{3(\max)}}{k_{13}}.$$

Доколку вака пресметаните вредности на напоните U_2 и U_3 во двата карактеристични режими на работа не ги задоволуваат однапред поставените барања во поглед на отстапувањето на напонот, ќе биде потребно во посматраната трансформаторска станица да се инсталира тринамотен трансформатор со РПТ.

Пример 3.2. Во една трансформаторска станица за снижување на напонот инсталиран е тринамотен трансформатор 110/ 38,5/ 6,6 kV со моќност 10 MVA. Со електрична пресметка се одредени напоните на секундарната и терциерната страна, во режимот на максимално и минимално оптоварување, сведени на примарната страна:

$$\begin{aligned} U'_{2(\max)} &= 93,3 \text{ kV}, & U'_{3(\max)} &= 96,4 \text{ kV}, \\ U'_{2(\min)} &= 103,6 \text{ kV}, & U'_{3(\min)} &= 102,5 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Примарната намотката има регулациона преклопка за РПТ со 18 регулациони отцепи ($\pm 9 \times 1,78\%$). Секундарната намотка има преклопка за РБС со 4 регулациони отцепи ($\pm 2 \times 2,5\%$). Потребно е да се одреди со кои регулациони отцепи на примарната и секундарната намотка ќе треба да работи трансформаторот за да постигне напоните на секундарната и терциерната страна да изнесуваат:

- во режим на максимално оптоварување

$$U_{20(\max)} = 37 \text{ kV}, \quad U_{30(\max)} = 6,3 \text{ kV},$$

- во режим на минимално оптоварување

$$U_{20(\min)} = 36 \text{ kV}, \quad U_{30(\min)} = 6 \text{ kV}.$$

Решение

Најнапред ќе ги одредиме коефициентите на трансформација со коишто трансформаторот треба да работи во режимот на максимално и минимално оптоварување, а потоа ќе ги одбереме најсоодветните отцепи $\alpha_{0(\max)}$ и $\alpha_{10(\min)}$ на преклопката на примарната намотка

$$\begin{aligned} k_{13,0(\max)} &= \frac{U'_{3(\max)}}{U_{30(\max)}} = \frac{96,4}{6,3} = 15,30, \\ k_{13,0(\min)} &= \frac{U'_{3(\min)}}{U_{30(\min)}} = \frac{102,5}{6,0} = 17,08. \end{aligned}$$

Соодветно на нив ќе имаме:

$$\alpha_{10(\max)} = \left[\frac{k_{13,0(\max)}}{k_{13n}} - 1 \right] \cdot 100 = \left(\frac{15,30}{110/6,6} - 1 \right) \cdot 100 = -8,2\%$$

и најблискиот отцеп:

$$\alpha_{1(\max)} = 5 \cdot (-1,78) = -8,9\%.$$

Понатаму ќе имаме:

$$\alpha_{10(\min)} = \left[\frac{k_{13,0(\min)}}{k_{13n}} - 1 \right] \cdot 100 = \left(\frac{102,5/6}{110/6,6} - 1 \right) \cdot 100 = +2,4\%,$$

и избираме

$$\alpha_{1(\min)} = 1 \cdot 1,78 = 1,78\%.$$

Со вака усвоените позиции на регулационата преклопка за вистинските вредности на напонот на терциерот ќе добиеме:

$$U_{3(\max)} = \frac{U'_{3(\max)}}{\left(1 + \frac{\alpha_{1(\max)}}{100}\right) \cdot k_{13n}} = \frac{96,4}{\left(1 + \frac{-8,9}{100}\right) \cdot \frac{110}{6,6}} = 6,35 \text{ kV},$$

$$U_{3(\min)} = \frac{U'_{3(\min)}}{\left(1 + \frac{\alpha_{1(\min)}}{100}\right) \cdot k_{13n}} = \frac{102,5}{\left(1 + \frac{1,78}{100}\right) \cdot \frac{110}{6,6}} = 6,04 \text{ kV}.$$

Можеме да заклучиме дека за вака усвоените вредности на $\alpha_{1(\max)}$ и $\alpha_{1(\min)}$ отстапувањата на напонот U_3 од бараните вредности се мали (помали од 0,5%).

Сега ни останува уште да ја одредиме положбата на регулационата преклопка од секундарната намотка α_2 така што ќе постигнеме напонот на собирници 35 kV да варира во интервалот $36 \leq U_2 \leq 37 \text{ kV}$. Се разбира, тука станува збор за РБС односно, α_2 ќе остане ист и за режимот на максимално и за режимот на минимално оптоварување.

Ако регулационата преклопка од секундарната намотка се постави на основниот отцеп ($\alpha_2 = 0$), тогаш коефициентот на трансформација примар/секундар ќе биде:

$$k_{12(\max)} = \frac{1 + \alpha_{1(\max)}/100}{1 + \alpha_{2(\max)}/100} \cdot k_{12n} = \frac{1 - 8,9/100}{1} \cdot \frac{110}{38,5} = 2,60;$$

$$k_{12(\min)} = \frac{1 + \alpha_{1(\min)}/100}{1 + \alpha_{2(\min)}/100} \cdot k_{12n} = \frac{1 + 1,78/100}{1} \cdot \frac{110}{38,5} = 2,91.$$

Во вакви услови ($\alpha_2 = 0$) напоните $U_{2(\max)}$ и $U_{2(\min)}$ на собирници 35 kV во двата карактеристични режима би биле:

$$U_{2(\max)} = \frac{U'_{2(\max)}}{k_{12(\max)}} = \frac{93,3}{2,60} = 35,88 \text{ kV},$$

$$U_{2(\min)} = \frac{U'_{2(\min)}}{k_{12(\min)}} = \frac{103,6}{2,91} = 35,69 \text{ kV},$$

што значи дека напонот на секундарната страна ќе варира во интервалот $35,88 \leq U_2 \leq 35,69 \text{ kV}$ околу средната вредност

$$U_{2, \text{cp.}} = \frac{35,88 + 35,69}{2} = 35,74 \text{ kV}.$$

Вредноста $U_{2, \text{cp.}} = 35,74 \text{ kV}$ за $\alpha_2 = 0$ е помала од бараната средна вредност

$$U_{20, \text{cp.}} = \frac{37 + 36}{2} = 36,5 \text{ kV},$$

за $0,76 \text{ kV}$, односно за $2,08\%$. За да ја компензираме оваа разлика, ќе треба да го зголемиме бројот на навивките на секундарната намотка за $2,08\%$, што значи дека најпогодно ќе биде да го избереме првиот регулационен отцеп $\alpha_2 = 2,5\%$. Во тој случај би добиле:

$$k_{12(\text{max})} = \frac{1 + \alpha_{1(\text{max})}/100}{1 + \alpha_2/100} \cdot k_{12n} = \frac{1 - 8,9/100}{1 + 2,5/100} \cdot \frac{110}{38,5} = 2,54,$$

$$U_{2(\text{max})} = \frac{93,3}{2,54} = 36,73 \text{ kV},$$

$$k_{12(\text{min})} = \frac{1 + \alpha_{1(\text{min})}/100}{1 + \alpha_2/100} \cdot k_{12n} = \frac{1 + 1,78/100}{1 + 2,5/100} \cdot \frac{110}{38,5} = 2,84,$$

$$U_{2(\text{min})} = \frac{103,6}{2,84} = 36,48 \text{ kV},$$

$$U_{2, \text{cp.}} = \frac{U_{2(\text{min})} + U_{2(\text{max})}}{2} = \frac{36,48 + 36,73}{2} = 36,6 \text{ kV}.$$

Значи, ако избереме регулационен отцеп на секундарната страна $\alpha_2 = +2,5\%$, ќе добиеме напонот U_2 во дадените услови на работа да варира во многу тесен интервал околу средната вредност $U_{2, \text{cp.}} = 36,6 \text{ kV}$, што во голема мерка одговара на однапред поставените барања.

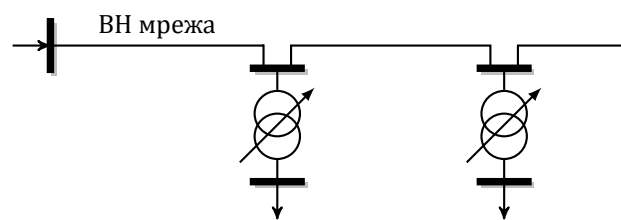
На крајот ќе напоменеме дека во пресметките е претпоставено режимите на максимално и минимално оптоварување временски да се совпаѓаат и за двете мрежи, 6 kV и 35 kV , што секогаш не мора да биде така. Имено, дијаграмите на оптоварување на едната и другата мрежа понекогаш можат да бидат временски „изместени“, а тоа во голема мерка зависи од карактерот на приклучените потрошувачи во секоја од нив.



Регулационите трансформатори претставуваат основно средство за регулација на напонот во ЕЕС. Многу често тие претставуваат и единствено економски оправдано средство за регулација на напоните не само во регионалните туку и во месните мрежи.

Така на пример, карактеристично за месните мрежи е тоа што голем процент од водовите се кабелски или пак надземни со релативно мал пресек. Во таквите мрежи загубата на напон претежно се должи на течењето на активните, а не на реактивните моќности. Освен тоа, месните мрежи некогаш напојуваат комунално-битов товар (градски и селски дистрибутивни мрежи) со висок фактор на моќност $\cos \varphi \geq 0,95$. Во овие случаи компензацијата на реактивната моќност ќе има слаб ефект врз подобрувањето на напонските прилики во мрежата и со помош на регулационите трансформатори, ќе може да се задоволат барањата во поглед на напоните при потрошувачите.

Регулационите трансформатори се поставуваат или кај секој потрошувач (слика 3.10), или пак кај група потрошувачи (слика 3.11). Во првиот случај станува збор за месна регулација, додека во вториот за централна регулација на напонот во мрежата.

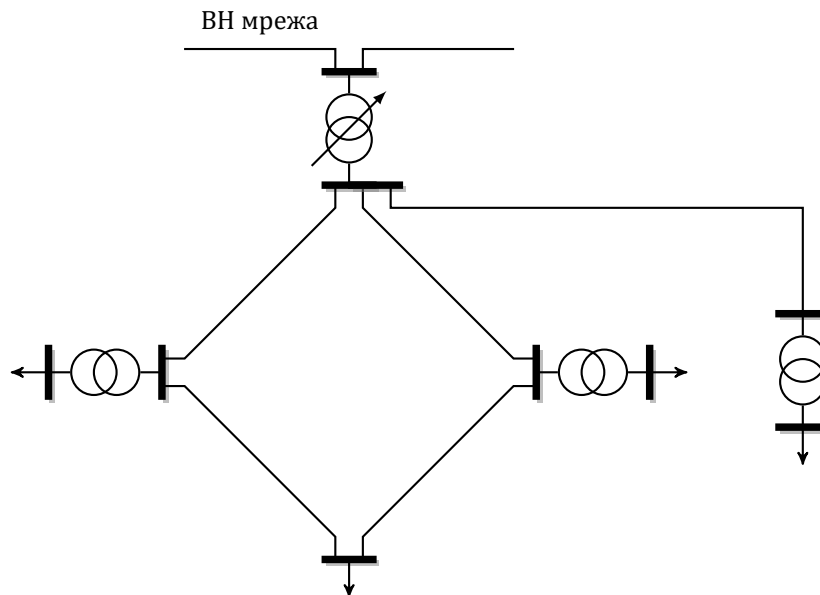


Слика 3.10. Месна регулација на напонот во мрежата

Поставувањето на еден регулационен трансформатор за напојувањето на цел регион се нарекува централен систем за регулација на напонот. Кај него регулацијата на напонот се врши во само една точка (собирици), наречена напонски контролирана точка. Тоа е обично таква точка чиј напон во најголема мера ја опишува или карактеризира напонската состојба во сета напојувана мрежа. Притоа регулацијата на напонот е рачна, од страна на дежурниот персонал, или автоматска.

Централниот систем на регулација на напонот е поевтин и поедноставен од месната регулација, па затоа се применува секогаш кога е тоа можно.

Меѓутоа, во одредени случаи, кога на пример потрошувачите во мрежата имаат различен карактер и соодветно на тоа имаат различни режими на работа во текот на денот и различни дијаграми на оптоварување, тогаш обично доаѓа до преголеми отстапувања на напоните во мрежата од однапред бараните (или дозволените) вредности. Во тој случај се потребни дополнителни средства и зафати со кои ќе се врши додатна регулација (на пример преку инјектирање на реактивна моќност) во една или повеќе точки од мрежата.



Слика 3.11. Централна регулација на напонот во мрежата

Доколку пак ни со дополнителните мерки не можат да се постигнат задоволителни резултати, тогаш ќе биде неопходно да се премине на другиот систем, а тоа е системот на месна регулација на напонот (слика 3.10). Кај него секој потрошувач се напојува преку регулационен трансформатор и на тој начин неговиот напон може да се регулира независно од работата на останатите потрошувачи и условите во ВН напојна мрежа.

3.4 Пресметка на напони во ЕЕС

Решавањето на една електроенергетска мрежа се состои во пресметувањето на напоните на сите јазли како и распределбата на моќности во сите елементи на мрежата. За таа цел постојат голем број нумерички методи коишто се разликуваат по својата намена, ефикасност и сложеност. Тие се различни по постапката на решавање на проблемот, брзината на пресметување како и по потребите од компјутерска меморија. Нив тука нема посебно да ги разгледуваме, туку пресметката на напони и распределбата на моќности ќе ја правиме на поинаков начин со примена на функцијата `fsolve` којашто е вградена во MATLAB/GNU Octave. Програмите што ќе ги образложиме и користиме ќе се

базираат на примената на методот на независни напони ¹. Со помош на методот на независни напони за една електрична мрежа се составува систем линеарни равенки што можат да се напишат во матричен облик:

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I}, \quad (3.9)$$

којшто дава врска помеѓу векторот на напоните на јазлите $\underline{U}$ и векторот на инјектираните струи $\underline{I}$.

Редот на системот равенки (3.9) е еднаков на бројот на јазли во мрежата N .

Матрицата $\underline{Y}$ којашто се нарекува матрица на адмитанции на мрежата е квадратна, има ред еднаков на N и таа може да се добие на различни начини. Доколку во разгледуваното коло нема индуктивни спреги помеѓу одделни елементи (што ќе претпоставиме дека овде е секогаш исполнето), матрицата $\underline{Y}$ едноставно се определува со инспекција на мрежата. При тоа важат следните правила:

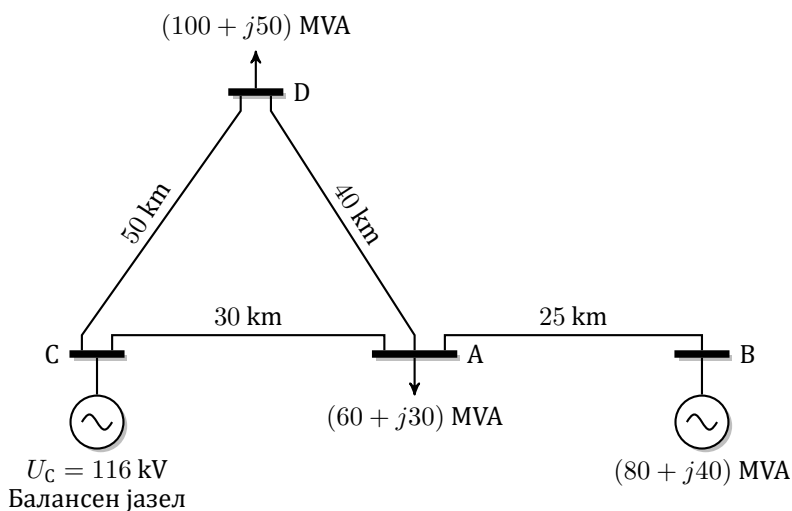
- Членот Y_{kk} е еднаков на сумата на адмитанциите на сите елементи на кои им припаѓа јазелот k ,
- Членот Y_{kl} е еднаков на сумата на адмитанциите на сите елементи што директно ги поврзуваат јазлите k и l , земена со променет знак.

Пример 3.3. На сликата П.3.3.1 е прикажан едноставен ЕЕС. Номиналниот напон на водовите е 110 kV и сите водови се изведени со следните надолжни параметри: $r = 0,13 \Omega/\text{km}$; $x = 0,4 \Omega/\text{km}$ и $b = 2,75 \mu\text{S}/\text{km}$. Должините на водовите се дадени на самата слика, каде што исто така се прикажани моќностите на потрошувачите во јазлите коишто не зависат од нивните напони. Напонот на напојниот јазел С изнесува 116 kV. Да се пресметаат напоните на останатите јазли на мрежата и вкупните загуби на моќност во мрежата.

Решение

При решавањето на електроенергетските мрежи најчесто се користат единични големини коишто се означуваат со ознаката pu (per unit). Тие се воведени за надминување на проблемот на сведување на параметрите на електричните мрежи со различни напонски нивоа. Единичната големина на една физичка променлива се дефинира како количник од разгледуваната променлива и една произволно избрана вредност, што има иста димензија и се нарекува базна големина. За електрични големини од ист вид се избира по една базна големина: U_B , I_B , S_B , Z_B и Y_B . Притоа, од петте базни големини, произволно се избираат две,

¹Детали за методот може да се видат во Прилог В. За продлабочено запознавање со Нутњ-Рафсоновиот метод за пресметка на напони и распределба на моќности во електроенергетски мрежи се препорачува да се прочита Прилог F



Слика П.3.3.1. Едноставен електроенергетски систем

а останатите се изразуваат преку усвоените две големини. Згодено се покажало да се изврши избор на базната моќност S_B (често е 100 MVA) и базниот напон U_B (номиналниот напон на мрежата). Во мрежи со повеќе напонски нивоа, за секое напонско ниво се дефинира по еден систем од 5 базни големини. Базната струја I_B , базната импеданција Z_B и базната адмитанција Y_B се пресметуваат на следниот начин:

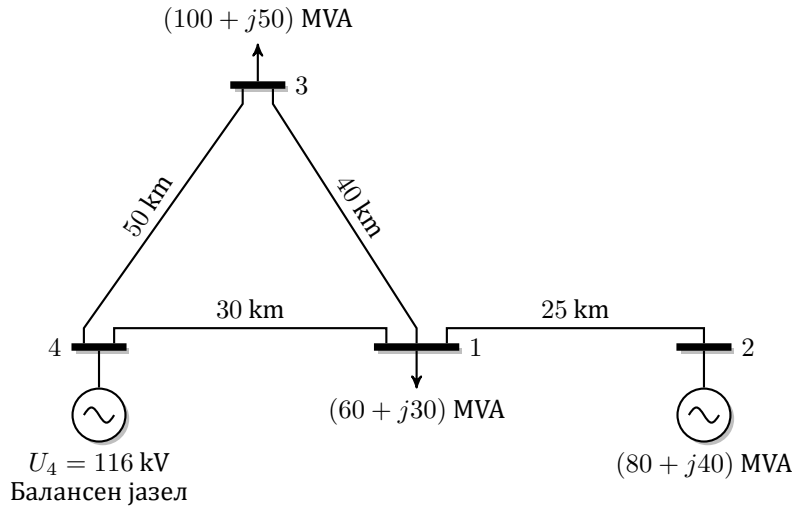
$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} \cdot U_B}, \quad Z_B = \frac{U_B^2}{S_B}, \quad Y_B = \frac{S_B}{U_B^2}.$$

Во нашиот пример ќе усвоиме $S_B = 100$ MVA и $U_B = 110$ kV со што добиваме:

$$Z_B = \frac{U_B^2}{S_B} = \frac{110^2}{100} = 121 \, \Omega.$$

Пред да започнеме да ја решаваме мрежата од сликата П.3.3.1 е потребно да извршиме индексирање на јазлите. Заради методот којшто натаму ќе го користиме, згодено е индексот на напојниот јазел, којшто уште се нарекува и балансен јазел, да биде еднаков со бројот на јазли во мрежата. Тоа значи дека во овој случај јазелот C ќе добие индекс 4, додека на останатите јазли им ги доделуваме индексите од 1 до 3 на произволен начин. На сликата П.3.3.2 е прикажан ЕЕС од сликата П.3.3.1 со внесени индекси на јазлите.

Редните импеданции од п-заменските шеми на гранките ги пресметуваме така што нивната должина ја множиме со соодветните надолжни



Слика П.3.3.2. Индексирани јазли во ЕЕС од сликата П.3.3.1

параметри, а потоа вредностите ги делиме со базната импеданција со што ги добиваме параметрите изразени во единични вредности (при тоа $\underline{Z}_{k-m}$ е ознака за импеданцијата меѓу јазлите k и m):

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{4-1} &= \frac{(r + jx) \cdot l_{4-1}}{Z_B} = \frac{(0,13 + j0,4) \cdot 30}{121} = (0,0322 + j0,0992) \text{ pu;} \\ \underline{Z}_{4-3} &= \frac{(r + jx) \cdot l_{4-3}}{Z_B} = \frac{(0,13 + j0,4) \cdot 50}{121} = (0,0537 + j0,1653) \text{ pu;} \\ \underline{Z}_{1-3} &= \frac{(r + jx) \cdot l_{1-3}}{Z_B} = \frac{(0,13 + j0,4) \cdot 40}{121} = (0,0430 + j0,1322) \text{ pu;} \\ \underline{Z}_{2-1} &= \frac{(r + jx) \cdot l_{2-1}}{Z_B} = \frac{(0,13 + j0,4) \cdot 25}{121} = (0,0269 + j0,0826) \text{ pu.}\end{aligned}$$

Вкупните напречни капацитивни спроводности од π -заменските шеми на гранките ги пресметуваме така што должината на гранките ја множиме со надолжниот параметар b , а потоа вредностите ги множиме со базната импеданција (што е еквивалентно на делење со базната адмитанција) со што ги добиваме следните единични вредности:

$$\begin{aligned}B'_{4-1} &= b \cdot l_{4-1} \cdot Z_B = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 121 = 0,0100 \text{ pu;} \\ B'_{4-3} &= b \cdot l_{4-3} \cdot Z_B = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 121 = 0,0166 \text{ pu;} \\ B'_{1-3} &= b \cdot l_{1-3} \cdot Z_B = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 121 = 0,0133 \text{ pu;} \\ B'_{2-1} &= b \cdot l_{2-1} \cdot Z_B = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 121 = 0,0083 \text{ pu.}\end{aligned}$$

Понатаму ги пресметуваме адмитанциите на гранките коишто се дадени со следните изрази

$$\underline{Y}_{4-1} = \frac{1}{\underline{Z}_{4-1}} = \frac{1}{0,0322 + j0,0992} = (2,9602 - j9,1198) \text{ pu};$$

$$\underline{Y}_{4-3} = \frac{1}{\underline{Z}_{4-3}} = \frac{1}{0,0537 + j0,1653} = (1,7777 - j5,4721) \text{ pu};$$

$$\underline{Y}_{1-3} = \frac{1}{\underline{Z}_{1-3}} = \frac{1}{0,0430 + j0,1322} = (2,2250 - j6,8406) \text{ pu};$$

$$\underline{Y}_{2-1} = \frac{1}{\underline{Z}_{2-1}} = \frac{1}{0,0269 + j0,0826} = (3,5646 - j10,9457) \text{ pu}.$$

На крајот ги сумираме напречните susceptанции на водовите кај секој од јазлите на следниот начин

$$B_1 = \frac{B'_{4-1} + B'_{1-3} + B_{2-1}}{2} = \frac{0,0100 + 0,0133 + 0,0083}{2} = 0,0158 \text{ pu};$$

$$B_2 = \frac{B'_{2-1}}{2} = \frac{0,0083}{2} = 0,0042 \text{ pu};$$

$$B_3 = \frac{B'_{4-3} + B'_{1-3}}{2} = \frac{0,0166 + 0,0133}{2} = 0,0149 \text{ pu};$$

$$B_4 = \frac{B'_{4-1} + B'_{4-3}}{2} = \frac{0,0100 + 0,0166}{2} = 0,0133 \text{ pu}.$$

Откако ги пресметавме параметрите на елементите од мрежата можеме да ја формираме матрицата на адмитанции на мрежата:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{4-1} + \underline{Y}_{1-3} + \underline{Y}_{2-1} + jB_1 & -\underline{Y}_{2-1} & -\underline{Y}_{1-3} & -\underline{Y}_{4-1} \\ -\underline{Y}_{2-1} & \underline{Y}_{2-1} + jB_2 & 0 & 0 \\ -\underline{Y}_{1-3} & 0 & \underline{Y}_{1-3} + \underline{Y}_{4-3} + jB_3 & -\underline{Y}_{4-3} \\ -\underline{Y}_{4-1} & 0 & -\underline{Y}_{4-3} & \underline{Y}_{4-1} + \underline{Y}_{4-3} + jB_4 \end{bmatrix},$$

т.е.

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 8,750 - j26,890 & -3,565 + j10,946 & -2,225 + j6,841 & -2,960 + j9,120 \\ -3,565 + j10,946 & 3,565 - j10,942 & 0 & 0 \\ -2,225 + j6,841 & 0 & 4,003 - j12,298 & -1,778 + j5,472 \\ -2,960 + j9,120 & 0 & -1,778 + j5,472 & 4,738 - j14,579 \end{bmatrix}.$$

Според методот на независни напони за мрежата од сликата П.3.3.2 можеме да го напишеме следниот систем равенки:

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} & \underline{Y}_{14} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & 0 & 0 \\ \underline{Y}_{31} & 0 & \underline{Y}_{33} & \underline{Y}_{34} \\ \underline{Y}_{41} & 0 & \underline{Y}_{43} & \underline{Y}_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \end{bmatrix}, \quad (\text{П.3.3.1})$$

којшто е од ред $N = 4$ и кој ни дава врска помеѓу напони на јазлите и инјектираните струи во нив.

Бидејќи напонот во јазелот 4 е познат и во единични вредности изнесува $116/110 = 1,05455$, четвртата редица од системот равенки (П.3.3.1) можеме да ја испуштиме, а во останатите 3 равенки членовите со познатата вредност на напонот U_4 ги префрламе на десната страна на равенките со што добиваме систем равенки од ред $N-1 = 3$, што напишан во матрична форма гласи

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & 0 \\ \underline{Y}_{31} & 0 & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} - \underline{U}_4 \cdot \begin{bmatrix} \underline{Y}_{14} \\ 0 \\ \underline{Y}_{34} \end{bmatrix}. \quad (\text{П.3.3.2})$$

Добиениот систем равенки (П.3.3.2) е линеарен и него лесно ќе го решевме доколку ни беа познати инјектираните струи во јазлите коишто фигурираат на десната страна. Но кај електроенергетските мрежи за јазлите се познати инјектираните моќности како што тоа е дадено уште на самиот почеток кога беше поставен проблемот. Инјектираните струи треба да се пресметуваат.

Инјектираната струја во јазелот i можеме да ја пресметаме со зададената инјектирана моќност во тој јазел и неговиот напон, т.е.

$$\underline{I}_i = \left(\frac{\underline{S}_i}{\underline{U}_i} \right)^*, \quad (\text{П.3.3.3})$$

при што ако во јазелот i е приклучен потрошувач неговата моќност се зема со негативен знак, што не се прави ако во јазелот е приклучен генератор.

Заменувајќи ја релацијата (П.3.3.3) во (П.3.3.2) го добиваме следниот систем нелинерани равенки што напишан во матричен облик гласи:

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & 0 \\ \underline{Y}_{31} & 0 & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{S}_1/\underline{U}_1 \\ \underline{S}_2/\underline{U}_2 \\ \underline{S}_3/\underline{U}_3 \end{bmatrix}^* + \underline{U}_4 \cdot \begin{bmatrix} \underline{Y}_{14} \\ 0 \\ \underline{Y}_{34} \end{bmatrix} = 0, \quad (\text{П.3.3.4})$$

каде што непознати величини се напоните на јазлите: $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ и $\underline{U}_3$, додека моќностите изнесуваат: $\underline{S}_1 = -(0,6 + j0,3)$ pu, $\underline{S}_2 = (0,8 + j0,4)$ pu и $\underline{S}_3 = -(1 + j0,5)$ pu.

Системот нелинеарни равенки (П.3.3.4) може да се реши со примена на готови програми како што е тоа програмата fsolve во MATLAB. Овој систем равенки во MATLAB е можно да се напише на следниот начин:

```
Y(1:3,1:3)*U1 - conj(Sp(1:3)./U1) + U5*Y(1:3,4)
```

каде што $Y(1:3, 1:3)$ е матрица на адмитанции на јазлите од 1 до $N-1 = 3$, $U1$ е вектор со напони на истите јазли, а $Sp(1:3)$ е вектор со инјектирани моќности во јазлите од 1 до $N-1$. Векторот $Y(1:3, 4)$ ги содржи елементите од редиците 1 до $N-1$ од последната колона на матрицата на адмитанции на јазлите на целата мрежа (во случајот тоа е четвртата колона). Напонот на напојниот јазел 4 е означен со Us .

Програмата за решавање на системот комплексни нелинеарни равенки (П.3.3.4) во MATLAB го има следниот изглед:

programi/naponi/naponi_1.m

```

1  Us = 116/110; % napon na balansniot jazel
2  Sp = [-60-30j; 80+40j; -100-50j; 0]/100; % injecktirani moknosti
3  Y41 = 1/(0.0322 + 0.0992j); % redni admitancii na grankite
4  Y43 = 1/(0.0537 + 0.1653j);
5  Y13 = 1/(0.0430 + 0.1322j);
6  Y21 = 1/(0.0269 + 0.0826j);
7  B1 = (0.0100 + 0.0133 + 0.0083j)/2; % susceptancii vo jazlite
8  B2 = 0.0083/2;
9  B3 = (0.0166 + 0.0133j)/2;
10 B4 = (0.0100 + 0.0166j)/2;
11 Y = [Y41+Y13+Y21 -Y21 -Y13 -Y41 % matrica na admitancii
12      -Y21 Y21 0 0
13      -Y13 0 Y13+Y43 -Y43
14      -Y41 0 -Y43 Y41+Y43];
15 Y = Y + 1j*diag([B1 B2 B3 B4]); % dodavanje na napreznite granki
16 ravenki = @(U1) Y(1:3,1:3)*U1 - conj(Sp(1:3)./U1) + Us*Y(1:3,4);
17 opt = optimoptions('fsolve','Display','off');
18 U1 = fsolve(ravenki, [1; 1; 1], opt); % resavanje na sistemot
    ravenki
19 U = [U1; Us] % naponi na site jazli
20 Um = abs(U)*110 % naponi vo kV
21 Ua = angle(U)/pi*180 % fazni agli na naponite
22 Sinj = U.*conj(Y*U)*100; % injecktirani moknosti vo jazlite
23 dS = sum(Sinj) % vkupni zagubi na moknost

```

Во програмата прво се пресметуваат параметрите на елементите од мрежата, а потоа се формира матрицата $\underline{Y}$ во два чекора: во редиците 11-14 се додаваат адмитанциите на гранките, а потоа во редицата 15 во дијагоналата на матрицата се додаваат сумите од капацитивните спроводности на гранките.

Системот равенки (П.3.3.4) е дефиниран во редицата 16, а потоа тој е решен во редицата 17 со примена на `fsolve` при што како почетно решение за напоните е зададен вектор со 3 елементи еднакви на 1.

На крајот, во редицата 18 е формиран векторот со напони на сите јазли каде на крајот од векторот $U1$ е додаден напонот на напојниот јазел. Потоа се пресметани модулите на напоните Um и нивните фазни агли Ua .

Знаејќи ги напоните на сите јазли со помош на матрицата $\underline{Y}$, т. е. со равенките (3.9), е можно да се пресметаат инјектираните струи, а потоа и инјектираните моќности во јазлите. Така на пример, инјектираната

моќност во јазелот i изнесува

$$S_i = \underline{U}_i \cdot \underline{I}_i^*,$$

каде што струјата $\underline{I}_i$ е елемент од векторот $\mathbf{I}$ за којшто важи релацијата (3.9). Инјектираните моќности во јазлите се сместени во векторот Sinj којшто е пресметан во редицата 22. Сумата на инјектираните моќности во сите јазли ги дава загубите на моќност во целата мрежа.

Со активирање на програмата `naponi_1` го добиваме следниот резултат:

```
U =
    1.0269 - 0.0216i
    1.0764 + 0.0311i
    0.9738 - 0.0708i
    1.0545 + 0.0000i
Um =
    112.9845
    118.4575
    107.3955
    116.0000
Ua =
    -1.2077
     1.6524
    -4.1583
     0
dS =
    5.4469 +11.6969i
```

□ □ □

Пример 3.4. За мрежата од примерот 3.3 да се определи промената на напоните во сите јазли при промена на реактивната моќност на генераторот во јазелот 2 во опсегот од -40 Mvar до 40 Mvar .

Решение

Влезните податоци за електроенергетските мрежи ќе ги внесуваме во `m`-датотеки кои се дефинирани како функции без влезни параметри и еден излезен параметар `ees` којшто претставува структура со два скалара и две матрици. Слично како и во други програмски јазици структура во MATLAB е променлива којашто во себе содржи повеќе други променливи. До одделните променливи се пристапува така што се пишува името на структурата, потоа се става точка и на крајот се пишува името на променливата од интерес. Во продолжение е дадена датотеката со којашто е опишана мрежата од примерот 3.3.

Програма 3.1. Податоци за системот од примерот 3.3 (`programi/naponi/ees_1.m`)

```
1 function ees = ees_1()
2 ees.Sb = 100;
```

```

3 ees.Us = 116/110;
4 ees.jazli = [
5     1  110  -60  -30
6     2  110   80   40
7     3  110 -100  -50
8     4  110   0   0
9 ];
10 ees.granki = [
11     4   1  0.0322  0.0992  0.0100
12     4   3  0.0537  0.1653  0.0166
13     1   3  0.0430  0.1322  0.0133
14     2   1  0.0269  0.0826  0.0083
15 ];

```

Во програмата 3.1 со скаларот `ees.Sb` е зададена базната моќност што во примеров е земено да изнесува 100 MVA, а со `ees.Us` е зададен напонот на напојниот (балансниот) јазел. Потоа следуваат две матрици во коишто се дадени податоците за јазлите и за инјектираните моќности кај нив и податоци на гранките од мрежата.

Матрицата `ees.jazli` ги содржи податоците за јазлите и инјектираните моќности во нив и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на јазли во системот. Таа има 4 колони што во редиците ги содржат следните податоци:

1. Индекс на јазелот,
2. Базен напон на јазелот (kV) што вообичаено е еднаков на номиналниот напон на јазелот,
3. Активна моќност инјектирана во јазелот P (MW),
4. Реактивна моќност инјектирана во јазелот Q (Mvar).

Матрицата `ees.granki` ги содржи податоците за гранките во мрежата и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на гранки во системот (надземни водови, кабли и трансформатори). Таа има 5 колони што во редиците ги содржат следните податоци:

1. Индекс на почетниот јазел на гранката,
2. Индекс на крајниот јазел на гранката,
3. Надолжна активна отпорност од п-заменската шема на гранката R (pu),
4. Надолжна реактивна отпорност од п-заменската шема на гранката X (pu),
5. Напречна реактивна проводност од п-заменската шема на гранката B (pu).

Програма 3.2. Решавање електроенергетска мрежа со примена на `fsolve` (`programi/naponi/naponi_pq.m`)

```

① 1 function [Um, Ua, dS] = naponi_pq(datoteka)
2   if isstruct(datoteka)
3       ees = datoteka;
4   else
5       ees = feval(datoteka);

```



```

6 end
② 7 Y = matrica_y(ees.granki); % matrica na admitancii
8 Us = ees.Us; % napon na balansniot jazel
③ 9 Sp = (ees.jazli(:,3) + 1j*ees.jazli(:,4))/ees.Sb; % potrosuvaci
10 n = size(ees.jazli, 1);
④ 11 ravenki = @(U1) Y(1:n-1,1:n-1)*U1 ...
12 - conj(Sp(1:n-1)./U1) + Us*Y(1:n-1, n);
13 U1 = fsolve(ravenki, ones(n-1, 1)); % resi ravenki
14 U = [U1; Us]; % naponi na site jazli
⑤ 15 Um = abs(U).*ees.jazli(:,2); % naponi vo kV
16 Ua = angle(U)/pi*180; % fazni agli na naponite
17 Sinj = U.*conj(Y*U).*ees.Sb; % injektirani moknosti vo jazlite
18 dS = sum(Sinj); % vkupni zagubi na moknost

```

Програмата `naponi_rq` се состои од следните главни делови:

- ① Вчитување на влезните податоци, при што ако првиот влезен податок е структура тој едноставно се копира во `ees`, а доколку тој е име на влезна датотека тогаш структурата `ees` се добива со читање од датотеката.
- ② Формирање на матрицата на адмитанции на мрежата.
- ③ Определување на инјектираните моќности во јазлите, напонот на напојниот јазел и бројот на јазли.
- ④ Пишување на системот равенки (П.3.3.4) и пресметка на напоните со помош на функцијата `fsolve`.
- ⑤ Пресметка на модулите и фазните агли на напоните, инјектираните моќности во јазлите и вкупните загуби на моќност во целата мрежа.

Матрицата на адмитанции се формира со помош на функцијата `matrica_y` којашто е дадена во програмата 3.3. Во неа влезен параметар е матрицата `granki` чија содржина е дадена претходно, а како излезен параметар се добива матрицата `Y`.

Програма 3.3. Формирање на матрицата `Y` (`programi/naponi/matrica_y.m`)

```

① 1 function Y = matrica_y(granki)
2 f = granki(:, 1);
3 t = granki(:, 2);
4 ngr = size(granki,1);
5 n = max([f; t]);
6 Yg = 1./(granki(:,3) + 1j*granki(:,4));
7 Bg = granki(:,5);
② 8 A = sparse(1:ngr, f, ones(ngr, 1), ngr, n) ...
9 - sparse(1:ngr, t, ones(ngr, 1), ngr, n);
10 Y = A' * sparse(1:ngr, 1:ngr, Yg) * A ...
11 + sparse(f, f, 1j*Bg/2, n, n) ...
12 + sparse(t, t, 1j*Bg/2, n, n);

```

Функцијата `matrica_y` се состои од следните главни делови:

- ① Одредување на бројот на јазли и гранки и формирање на вектори со кои се опишани гранките: почетните и крајните јазли `f` и `t`, надолжни адмитанции и напречни susceptанции `Yg` и `Bg`.

- ② Формирање на матрицата на инциденција $\mathbf{A}$, а потоа и матрицата $\mathbf{Y}$ преку релацијата $\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Z}_{GR}^{-1} \cdot \mathbf{A}$, за која детали може да се видат во Прилог В.

Програмата `naponi_rq` се користи сосема едноставно. За да го решиме примерот 3.3 треба само да напишеме:

```
>> [Um, Ua, dS] = naponi_rq('ees_1')
Um =
    112.9845
    118.4575
    107.3955
    116.0000
Ua =
    -1.2077
     1.6524
    -4.1583
     0
dS =
    5.4469 +11.6969i
```

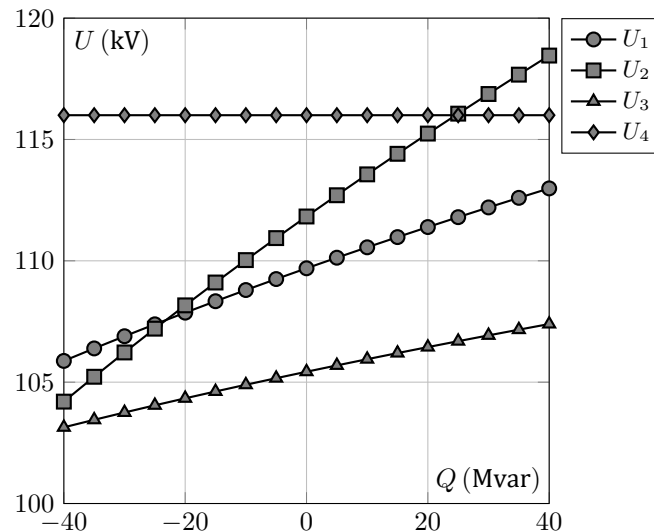
Имајќи ја функцијата `naponi_rq` можеме да правиме повеќекратни пресметки како што е направено во програмата `q_promenlivo.m`.

`programi/naponi/q_promenlivo.m`

```
1 ees = ees_1;
2 Q = -40:5:40;
3 n = length(Q);
4 U = zeros(n, 4);
5 for i = 1:n
6     ees.jazli(2,4) = Q(i);
7     Um = naponi_rq(ees);
8     U(i, :) = Um';
9 end
10 plot(Q, U, '-o');
11 legend('U1', 'U2', 'U3', 'U4');
12 xlabel('Q (Mvar)')
13 ylabel('U (kV)')
14 grid;
```

На почетокот, во првата редица го вчитуваме системот `ees_1`. Потоа, во делот ① дефинираме вектор Q со вредности од -40 до 40 со чекор 5 , ја одредуваме неговата должина и дефинираме матрица U во која за секоја вредност на реактивната моќност од векторот Q ќе ги сместиме пресметаните напони за сите 4 јазли од мрежата.

Пресметките на напони ги правиме во делот ② каде во еден циклус за секоја вредност на елементите од Q ја менуваме реактивната моќност на јазелот 2 (редица 2, колона 4 од матрицата `ees.jazli`), потоа ги пресметуваме напоните со функцијата `naponi_rq` и пресметаните напони ги сместуваме во матрицата U . Во делот ③ ја цртаме зависноста на напоните од реактивната моќност на генераторот во јазелот 2 со што ја добиваме сликата П.3.4.1.



Слика П.3.4.1. Зависност на напоните од инјектираната реактивна моќност

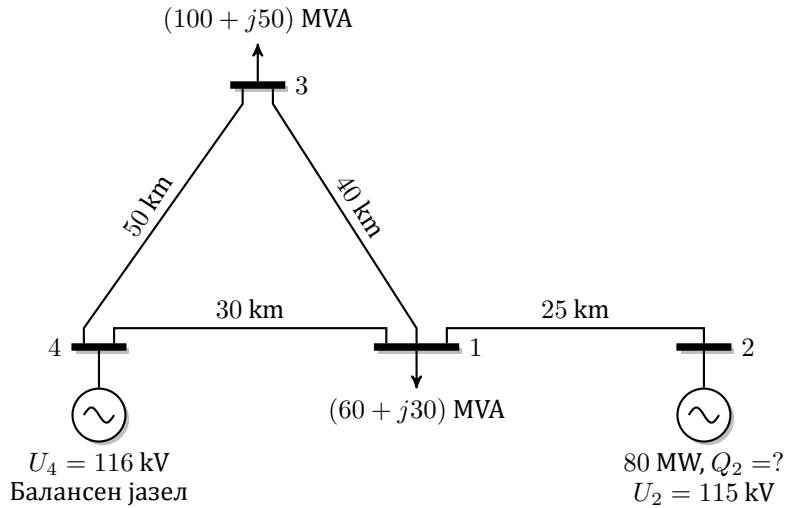
Од сликата П.3.4.1 се забележува дека со промена на инјектираната реактивна моќност, во само еден јазел од мрежата се менуваат напоните на сите јазли, освен на напојниот во којшто се одржува константен напон. Исто така е важно да се одбележи дека промената на напоните е речиси линеарно зависна од инјектираната реактивна моќност. Најголема промена на напон се забележува во јазелот 2 каде што се случува промена на инјектираната реактивна моќност, додека кај јазлите 1 и 3 промените се помали. Кај јазелот 3 промените се најмали затоа што тој е електрично најдалеку од јазелот 2.

□ □ □

Пример 3.5. На сликата П.3.5.1 е прикажан ЕЕС од примерот 3.3 во којшто за генераторот во јазелот 2 не е позната неговата реактивна моќност туку се знае дека тој го одржува напонот на јазелот на вредност од 115 kV. Да се пресмета колкава реактивна моќност треба да има генераторот во јазелот 2 и да се пресметаат напоните на останатите јазли на мрежата и вкупните загуби на моќност во мрежата.

Решение

Во примерот 3.4 видовме дека ако генераторот во јазелот 2 ја менува својата реактивна моќност тогаш напонот на јазелот 2 ќе се менува во



Слика П.3.5.1. ЕЕС од примерот 3.3 со јазел со контролиран напон

интервалот од 104 kV до 118 kV. Од сликата П.3.4.1 можеме да процениме дека за да постигнеме $U_2 = 115$ kV реактивната моќност на генераторот во јазелот 2 треба да изнесува приближно 20 Mvar.

Од горната постапка, којашто е само илустративна, може да се насети дека за да го добиеме решението автоматски со примена на програмата fsolve ќе биде потребно да дефинираме и уште една променлива Q_2 чија што вредност треба да биде таква што за напонот U_2 ќе важи:

$$|U_2| = \frac{115}{110},$$

што значи дека покрај дополнителната променлива треба да дефинираме уште една дополнителна равенка.

Со помош на напонот U_2 е можно, дополнителната инјекција на реактивна моќност Q_2 да ја претвориме во дополнителна инјекција на струја на следниот начин:

$$\underline{I}'_2 = \left(\frac{jQ_2}{\underline{U}_2} \right)^*.$$

Според тоа новиот систем равенки ќе го добиеме така што во системот равенки (П.3.3.4) ќе додадеме уште еден член на десната страна, како што тоа е направено во (П.3.5.1), со којшто ќе ја симулираме инјекцијата на реактивна моќност во соодветниот јазел. Освен тоа, во (П.3.5.1) имаме додадено уште една равенка со којашто сме го дефинирале условот за ефективната вредност на напонот во јазелот 2.

Со ова бројот на непознати е повторно усогласен со бројот на равенки. Во системот има 4 равенки, а исто така има и 4 непознати величини: $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$ и Q_2 .

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & 0 \\ \underline{Y}_{31} & 0 & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} - \\ & - \begin{bmatrix} \underline{S}_1/\underline{U}_1 \\ \underline{S}_2/\underline{U}_2 \\ \underline{S}_3/\underline{U}_3 \end{bmatrix}^* + \underline{U}_4 \cdot \begin{bmatrix} \underline{Y}_{14} \\ 0 \\ \underline{Y}_{34} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ jQ_2/\underline{U}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0, \quad (\text{П.3.5.1}) \\ & |\underline{U}_2| = \frac{115}{110}. \end{aligned}$$

Податоците за ЕЕС од овој пример, како и претходно, ќе ги запишеме во m-датотека со име ees_2.m којашто ќе биде малку различна од датотеката од примерот 3.3. Сега во неа треба на некаков начин да запишеме кој јазел (јазли) се со контролиран напон (напони) и колкава е вредноста на напонот. Тоа го правиме со воведување на нова матрица pv во којашто бројот на редици е еднаков со бројот на јазли со контролиран напон, а бројот на колони е еднаков на два. Името на оваа матрица не е случајно одбрано, туку е исто со општоприфатеното име за јазлите со контролиран напон. Познато е дека состојбата на секој јазел во една мрежа е одредена со четири големина: инјектирана активна моќност, инјектирана реактивна моќност, ефективна вредност на напонот и фазен агол на напонот. Според тоа кои две големина придружени кон јазелот се познати пред пресметката, тој ќе припадне на едно од трите подмножества јазли на разгледуваниот систем. Јазли со контролиран напон – PV јазли, кај кои познати се инјектираната активна моќност и ефективната вредност на напонот и обично тоа се јазли со генератори или синхрони компензатори. PQ јазли, кај кои познати се инјектираната активна и реактивна моќност (на потрошувачи и/или генератори) кои обично се зададени како константни моќности независни од напонот. Балансен јазел кај кој се познати ефективната вредност и фазниот агол на напонот.

Во секоја редица од матрица pv се внесуваат податоците за индексот на јазелот (колона бр. 1) и за вредноста на напонот (колона бр. 2, изразена во pu) за секој јазел со контролиран напон.

Содржината на датотеката во која се дадени податоците за мрежата е следната:

programi/naponi/ees_2.m

```

1 function ees = ees_2()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.Us = 116/110;
4 ees.jazli = [
5     1  110  -60  -30
6     2  110   80   0
7     3  110 -100  -50
8     4  110   0   0
9 ];
10 ees.granki = [
11     4   1  0.0322  0.0992  0.0100
12     4   3  0.0537  0.1653  0.0166
13     1   3  0.0430  0.1322  0.0133
14     2   1  0.0269  0.0826  0.0083
15 ];
16 ees.pv = [
17     2  115/110
18 ];

```

каде што се гледа претходно опишаната матрица pv. Дополнителна разлика во однос на датотеката ees_1.m е тоа што тука елементот jazli(2,4) е еднаков на нула, што значи дека во тој јазел веќе немаме зададено фиксно дефинирана реактивна моќност.

Бидејќи во овој случај имаме променливи кои се комплексни (напоните на јазлите) и променливи кои се реални (реактивните моќности на генераторите), функцијата fsolve нема да може да ја примениме директно како претходно. За таа правилно да функционира сите променливи треба да бидат од ист тип, така што ќе биде потребно комплексните напони да ги претставиме преку реални броеви. Напоните ќе ги претставуваме преку нивната ефективна вредност (модул на комплексниот број) и нивниот фазен агол, така што за секој јазел ќе имаме по 2 реални променливи наместо 1 комплексна. Сите непознати вредности ги сместуваме во векторот W во кој, на позициите од 1 до $N_1 = N - 1$ се дадени ефективните вредности на напоните, потоа на позициите од $N_1 + 1$ до $2N_1$ се дадени фазните агли на напоните и на позициите од $2N_1 + 1$ до крајот се реактивните моќности на генераторите.

Со помош на функцијата podeli_w од векторот W ги формираме векторите U1 и Qpv кои ги содржат комплексните вредности на напоните и реактивните моќности на генераторите.

programi/naponi/podeli_w.m

```

1 function [U1, Qpv] = podeli_w(W, n1)
2 U1m = W(1:n1);
3 U1a = W(n1+1:2*n1);
4 U1 = U1m.*exp(1j*U1a);
5 Qpv = W(2*n1+1:end);

```

Системот равенки (П.3.5.1) е напишан во функцијата `jaz_pot`. Во неа воочуваме 3 дела. Во првиот дел со помош на функцијата `podeli_w` ги формираме векторите `U1` и `Qpv`. Во вториот дел го пишуваме системот равенки, а во третиот дел ги одделуваме реалниот и имагинарниот дел од равенките и го додаваме условот за зададените вредности на напоните кај јазлите со контролиран напон.

programi/naponi/jaz_pot.m

```

1 function F = jaz_pot(W, Y1, Us, Ys, Sp1, ipv, Upv)
2 n1 = size(Y1, 1);
3 [U1, Qpv] = podeli_w(W, n1);
4 F = Y1 * U1 - conj(Sp1 ./ U1) + Us * Ys;
5 F(ipv) = F(ipv) - conj(1j*Qpv./U1(ipv));
6 F = [
7     real(F)
8     imag(F)
9     abs(U1(ipv)) - Upv
10 ];

```

Програмата за решавање на системот комплексни нелинеарни равенки (П.3.5.1), којшто е дефиниран со функцијата `jaz_pot`, е дадена во датотеката `naponi.m` чијшто изглед е следниот:

Програма 3.4. Решавање електроенергетска мрежа со јазли со контролиран напон (programi/naponi/naponi.m)

```

1 function [Um, Ua, Qpv, dS] = naponi(datoteka)
2 if isstruct(datoteka)
3     ees = datoteka;
4 else
5     ees = feval(datoteka);
6 end
7 Y = matrica_y(ees.granki); % matrica na admitancii
8 Us = ees.Us; % napon na balansniot jazel
9 Sp = (ees.jazli(:,3) + 1j*ees.jazli(:,4))/ees.Sb; % potrosuvaci
10 ipv = ees.pv(:,1); % indeksi na PV jazlite
11 Upv = ees.pv(:,2); % zadaden napon na PV jazlite
12 n = size(ees.jazli, 1);
13 npv = size(ipv, 1);
14 ravenki = @(W) jaz_pot(W, Y(1:n-1,1:n-1), ...
15     Us, Y(1:n-1, n), Sp(1:n-1), ipv, Upv);
16 W0 = [ones(n-1, 1); zeros(n-1, 1); zeros(npv, 1)];
17 W = fsolve(ravenki, W0); % resi ravenki
18 [U1, Qpv] = podeli_w(W, n - 1);
19 U = [U1; Us]; % naponi na site jazli
20 Um = abs(U).*ees.jazli(:,2); % naponi vo kV
21 Ua = angle(U)/pi*180; % fazni agli na naponite
22 Qpv = Qpv*ees.Sb; % Q na generatorite kaj PV jazlite
23 Sinj = U.*conj(Y*U)*ees.Sb; % injektirani moknosti vo jazlite
24 dS = sum(Sinj); % vkupni zagubi na moknost

```

Означените 5 дела во функцијата `naponi` ги извршуваат потполно истите работи како и деловите од функцијата `naponi_rq`, но овој пат со

проширениот систем равенки (П.3.5.1). Со помош на оваа функција го добиваме следниот резултат:

```
>> [Um, Ua, Qpv, dS] = naponi('ees_2')
Um
    111.2708
    115.0000
    106.3732
    116.0000
Ua =
    -0.9294
     2.3759
    -4.0649
         0
Qpv =
    18.5321
dS =
    5.6604 +12.4615i
```

Од решението може да се забележи дека одговорот на прашањето поставено на почетокот од овој пример е: генераторот во јазелот 2 треба да има реактивна моќност еднаква на 18, 5321 Mvar за неговиот напон да изнесува 115 kV.



Пример 3.6. На сликата П.3.6.1 е прикажана ЕЕС од примерот 3.5 во којшто е додаден синхрон компензатор во јазелот 3 којшто има задача да обезбедува напонот на тој јазел да биде со ефективна вредност 110 kV. Да се пресметаат реактивните моќности на генераторот во јазелот 2 и на синхронизираниот компензатор во овој случај.

Решение

Податоците за системот се дадени во датотеката ees_3.m којашто се разликува од датотеката ees_2.m само по содржината на матрицата pv. Таа матрица во овој случај е:

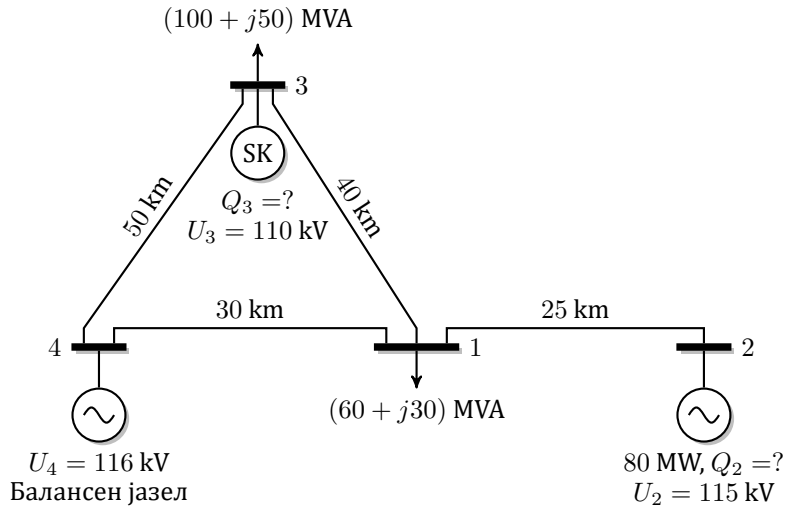
```
ees.pv = [
    2 115/110
    3 1
    ];
```

и таа сега има една редица повеќе, затоа што во мрежата има еден PV јазел повеќе отколку во примерот 3.5. Во втората редица се внесени броевите 3 и 1 затоа што вториот PV јазел има индекс еднаков на 3, а неговиот зададен напон во единични вредности изнесува 1.

Примерот ќе го решиме со пишување на командата

```
>> [Um, Ua, Qpv, dS] = naponi('ees_3');
```

во којашто на крајот стои знакот точка-запирка што значи дека на екранот во командниот простор нема ништо да се испише. За да видиме колкави се реактивните моќности пишуваме



Слика П.3.6.1. ЕЕС од примерот 3.5 со два јазла со контролирани напони

```
>> Qpv
Qpv =
    8.1228
   36.2772
```

што значи дека реактивната моќност на генераторот во јазелот 2 изнесува 8,1228 Mvar, а реактивната моќност на синхронизираниот компензатор изнесува 36,2772 Mvar.

Првата вредност од Qpv се однесува на реактивната моќност на генераторот во јазелот 2, а вториот на реактивната моќност на синхронизираниот компензатор, затоа што по тој редослед се наведени индексите на јазлите во матрицата ees.pv. На крајот проверуваме колкави се ефективните вредности на напоните:

```
>> Um
Um =
   112.1912
   115.0000
   110.0000
   116.0000
```

од каде што забележуваме дека се исполнети барањата за јазлите со контролирани напони.

□ □ □

3.5 Врска меѓу напоните и реактивните моќности во ЕЕС

3.5.1 Линеарна U-Q карактеристика добиена со развој во Тајлоров ред

Познавајќи го векторот на инјектирани струи во јазлите

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}},$$

можеме да го пресметаме векторот на инјектирани моќности во јазлите на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{S}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{I}}^* = \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot (\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}})^*, \quad (3.10)$$

каде што $\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})$ означува дијагонална матрица на чијашто дијагонала се наоѓаат елементите од векторот $\underline{\mathbf{U}}$. Ако на пример векторот има два елемента, тогаш имаме:

$$\text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 & 0 \\ 0 & \underline{U}_2 \end{bmatrix}.$$

Според тоа, инјектираните моќности во јазлите може да се изразат како функција од напоните на сите јазли

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{U}}).$$

Познато е дека при развивање на функции со N променливи во Тајлоров ред, во околината на N -димензионална точка $\mathbf{x}^0$, уважувајќи ги само изводите од прв ред можеме да напишеме:

$$F_i(\mathbf{x}) = F_i(\mathbf{x}^0) + \sum_{j=1}^N \left[\left. \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0} \cdot (x_j - x_j^0) \right], \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

При тоа е вообичаено парцијалните изводи на функциите по секоја од променливите да се означуваат на следниот начин:

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j},$$

со што сите парцијални изводи можеме да ги сместиме во една матрица $\underline{\mathbf{J}}$ со димензии $N \times N$ којашто се нарекува јакобијан.

Во нашиот случај, воведувајќи вектор со вредности на функциите $\underline{\mathbf{F}}$ и вектор со вредности на променливите $\underline{\mathbf{U}}$, Тајлоровиот ред можеме да го напишеме во матрична форма на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{U}}) = \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{U}}^0) + \underline{\mathbf{J}}^0 \cdot (\underline{\mathbf{U}} - \underline{\mathbf{U}}^0) = \underline{\mathbf{S}}^0 + \underline{\mathbf{J}}^0 \cdot \Delta \underline{\mathbf{U}}. \quad (3.11)$$

каде што:

$$\underline{\mathbf{S}}^0 = \mathbf{F}(\underline{\mathbf{U}}^0), \quad \Delta \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{U}} - \underline{\mathbf{U}}^0.$$

Нека во даден работен режим, во кој инјектираните моќности во јазлите изнесуваат $\underline{\mathbf{S}}^0$, во некои од јазлите се инјектираат дополнителни реактивни моќности, новите вредности на инјектираните моќности ќе бидат

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{S}}^0 + j\Delta \mathbf{Q},$$

каде што векторот $\Delta \mathbf{Q}$ ги содржи инјекциите на реактивни моќности во јазлите. Се разбира, некои од елементите на овој вектор може да бидат и нули.

Со замена на воведениот израз за $\underline{\mathbf{S}}$ во равенката (3.11) добиваме дека, промената на напони што ќе се случи поради дополнителните инјекции на реактивни моќности, ќе ја добиеме со решавање на следниот систем линеарни равенки:

$$\underline{\mathbf{J}}^0 \cdot \Delta \underline{\mathbf{U}} = j\Delta \mathbf{Q}. \quad (3.12)$$

Ако претпоставиме дека со инјекциите на реактивни моќности фазните агли на напоните ќе се променат незначително, тогаш системот равенки (3.12) ќе стане реален и ќе биде:

$$\text{Im}(\underline{\mathbf{J}}^0) \cdot \Delta \underline{\mathbf{U}} = \Delta \mathbf{Q}, \quad (3.13)$$

каде што со $\text{Im}(\cdot)$ е означено одделувањето на имагинарен дел од комплексна величина.

Тргувајќи од релацијата за инјектирани моќности во јазлите (3.10) ќе ги изведеме матричните изрази за парцијалните изводи на комплексните инјектирани моќности по ефективните вредности на напоните. Во изразите се содржани изводите на инјектираните моќности за сите јазли во мрежата, така што со соодветно селектирање на некои од нив и одделување на имагинарен дел можеме да го формираме јакобијанот.

Парцијалните изводи на инјектираните моќности по ефективните вредности на напоните се:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{U}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{I}}^*}{\partial \underline{\mathbf{U}}}. \quad (3.14)$$

Имајќи предвид дека е $\underline{U}_i = U_i \cdot e^{j\theta_i}$ за парцијалниот извод на комплексните напони по ефективните вредности на напоните ќе имаме:

$$\frac{\partial \underline{U}_i}{\partial U_i} = e^{j\theta_i} = \frac{\underline{U}_i}{U_i}$$

или во матрична форма за сите јазли одеднаш:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{U}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1} \quad (3.15)$$

додека за парцијалниот извод на комплексните струи по ефективните вредности на напоните, имајќи ја предвид равенката (3.15) со диференцирање на равенката $\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{I}}$ добиваме:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{I}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1} \quad (3.16)$$

Со замена на (3.15) и (3.16) во (3.14) добиваме

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} &= \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1} + \\ &+ \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}^*) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1} = \\ &= \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot (\text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) + \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}^*)) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1} = \\ &= \text{diag}(\underline{\mathbf{S}}) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1} + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}^*) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

За случај на систем со три јазли равенката (3.17) во развиена форма го има следниот изглед

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{U}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{U}_3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \underline{I}_1^* & 0 & 0 \\ 0 & \underline{I}_2^* & 0 \\ 0 & 0 & \underline{I}_3^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11}^* & \underline{Y}_{12}^* & \underline{Y}_{13}^* \\ \underline{Y}_{21}^* & \underline{Y}_{22}^* & \underline{Y}_{23}^* \\ \underline{Y}_{31}^* & \underline{Y}_{32}^* & \underline{Y}_{33}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1^* & 0 & 0 \\ 0 & \underline{U}_2^* & 0 \\ 0 & 0 & \underline{U}_3^* \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{U}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{U}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{U}_3 \end{bmatrix}^{-1}$$

односно

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_1 (\underline{Y}_{11} \underline{U}_1)^*}{\underline{U}_1} & \frac{\underline{U}_1 (\underline{Y}_{12} \underline{U}_2)^*}{\underline{U}_2} & \frac{\underline{U}_1 (\underline{Y}_{13} \underline{U}_3)^*}{\underline{U}_3} \\ \frac{\underline{U}_2 (\underline{Y}_{21} \underline{U}_1)^*}{\underline{U}_1} & \frac{\underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_2 (\underline{Y}_{22} \underline{U}_2)^*}{\underline{U}_2} & \frac{\underline{U}_2 (\underline{Y}_{23} \underline{U}_3)^*}{\underline{U}_3} \\ \frac{\underline{U}_3 (\underline{Y}_{31} \underline{U}_1)^*}{\underline{U}_1} & \frac{\underline{U}_3 (\underline{Y}_{32} \underline{U}_2)^*}{\underline{U}_2} & \frac{\underline{U}_3 \underline{I}_3^* + \underline{U}_3 (\underline{Y}_{33} \underline{U}_3)^*}{\underline{U}_3} \end{bmatrix}.$$

Имајќи го превид претходно изнесеното за парцијалните изводи на инјектираните комплексни моќности можеме да напишеме:

$$\frac{\partial \underline{S}_i}{\partial \underline{U}_j} = \begin{cases} \frac{\underline{S}_i + \underline{U}_i (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^*}{\underline{U}_i}, & i = j, \\ \frac{\underline{U}_i (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^*}{\underline{U}_i}, & i \neq j. \end{cases} \quad (3.18)$$

Со извесни занемарувања, кои нема да внесат преголеми грешки, изразот (3.18) можеме значително да го упростиме.

Прво забележуваме дека во случајот кога е $i = j$, во изразот има два члена $\underline{S}_i$ и $\underline{U}_i(\underline{Y}_{ij}\underline{U}_j)^*$ кои физички претставуваат моќности. Првиот е инјектираната моќност во јазелот i , додека вториот член е моќност која би се постигнала на потрошувач со адмитанција еднаква на $\underline{Y}_{ij}$. Бидејќи знаеме дека адмитанција $\underline{Y}_{ij}$ е еднаква на реципрочната вредност на импеданција на гранката која ги поврзува јазлите i и j со променет знак, можеме да ја процениме моќноста на вториот член. На пример, ако разгледуваме вод 110 kV со должина од 50 km и надолжна реактанција $0,4 \Omega/\text{km}$ тогаш моќноста ќе биде $110^2/(0,4 \cdot 50) = 605 \text{ Mvar}$ што е повеќекратно поголема моќност од очекуваната инјектирана моќност на тоа напонско ниво. Според тоа, членот $\underline{S}_i$ можеме да го занемариме, со што добиваме:

$$\frac{\partial \underline{S}_i}{\partial \underline{U}_j} = \frac{\underline{U}_i(\underline{Y}_{ij}\underline{U}_j)^*}{\underline{U}_i}.$$

Ако сега ги занемариме и фазните агли на напоните и сметаме дека сите се еднакви на нула, добиваме

$$\frac{\partial \underline{S}_i}{\partial \underline{U}_j} = \underline{Y}_{ij}^* \underline{U}_j = (G_{ij} + jB_{ij})^* \cdot \underline{U}_j = (G_{ij} - jB_{ij}) \cdot \underline{U}_j,$$

од каде по издвојувањето на имагинарниот дел следува:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_j} = -B_{ij} U_j.$$

За систем со 3 јазли изводите на инјектираните реактивни моќности по секој од напоните на јазлите ќе бидат:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} -B_{11}U_1 & -B_{12}U_1 & -B_{13}U_1 \\ -B_{21}U_2 & -B_{22}U_2 & -B_{23}U_2 \\ -B_{31}U_3 & -B_{32}U_3 & -B_{33}U_3 \end{bmatrix},$$

т. е.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} = -\text{diag}(\mathbf{U}) \cdot \mathbf{B}. \quad (3.19)$$

Знаејќи го имагинарниот дел од јакобијанот, со замена на равенката (3.19) во (3.13) ја добиваме следната матрична равенка:

$$-\text{diag}(\mathbf{U}) \cdot \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{U} = \Delta \mathbf{Q}, \quad (3.20)$$

односно

$$-\mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{U} = [\text{diag}(\mathbf{U})]^{-1} \cdot \Delta \mathbf{Q}. \quad (3.21)$$

Бидејќи инверзната матрица од дијагонална матрица е повторно дијагонална и тоа со елементи на главната дијагонала кои се еднакви

на реципрочните вредности на соодветните елементи на оригиналната матрица можеме да напишеме:

$$-\mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{U} = \Delta \mathbf{Q}/\mathbf{U}, \quad (3.22)$$

каде што векторот од десната страна на равенката, означен со $\Delta \mathbf{Q}/\mathbf{U}$, не означува математичка операција со вектори и треба да се сфати само како симбол со кој се означува следниот вектор:

$$\Delta \mathbf{Q}/\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1/U_1 \\ \Delta Q_2/U_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_N/U_N \end{bmatrix}.$$

При решавањето на проблемот со регулација на напони често пати постојат определен број јазли кај кои напонот се одржува на константна вредност без разлика на промените во мрежата. Тоа се најчесто јазлите во кои има синхрони генератори, или соодветни компензациони уреди, и кај нив ќе биде $\Delta U = 0$. Тоа значи дека редиците и колоните што одговараат на тие јазли можеме да ги испуштиме од системот равенки (3.22).

Ако левата и десната страна на равенката (3.22) ги помножиме матрично од лево со $\mathbf{X} = (-\mathbf{B})^{-1}$ добиваме:

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{X} \cdot \Delta \mathbf{Q}/\mathbf{U}, \quad (3.23)$$

при што треба да водиме сметка дека системот равенки (3.23) се однесува само на јазлите кај кои сакаме да вршиме регулација на напонот.

Матрицата $\mathbf{X}$ се нарекува матрица на реактанции на кусоспоената мрежа затоа што испуштањето на редици и колони од матрицата $\mathbf{B}$ што одговараат на јазлите со константен напон во суштина значи нивно кусо спојување со референтниот јазел (земјата).

Пример 3.7. За системот од примерот 3.6, да се пресмета колкава дополнителна реактивна моќност треба да инјектира синхрониот компензатор во јазелот 3, за неговиот напон да се покачи за 1 kV. Да се пресмета и за колкава вредност ќе се покачи напонот на јазелот 1. При тоа да се смета дека генераторите во јазлите 2 и 4 ги одржуваат напоните на зададените константни вредности. Во пресметките да се занемарат редните активни отпорности на гранките и нивните капацитивности, што значи дека е $r = 0$ и $b = 0$.

Решение

Бидејќи напоните на јазлите 2 и 4 се одржуваат на константна вредност имаме $\Delta U_2 = 0$ и $\Delta U_4 = 0$. Тоа значи дека во системот равенки (3.23) можеме да ги испуштиме редиците и колоните 2 и 4 со што добиваме:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{13} \\ X_{31} & X_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_1/U_1 \\ \Delta Q_3/U_3 \end{bmatrix}.$$

Истовремено знаеме дека $\Delta Q_1 = 0$ затоа што во јазелот 1 нема дополнителна инјекција на реактивна моќност, со што за промените на напоните имаме:

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= X_{13} \cdot \frac{\Delta Q_3}{U_3}, \\ \Delta U_3 &= X_{33} \cdot \frac{\Delta Q_3}{U_3}, \end{aligned}$$

од каде што следува дека е

$$\Delta Q_3 = \frac{\Delta U_3 \cdot U_3}{X_{33}}.$$

Импеданциите на гранките во овој случај изнесуваат:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{4-1} &= \frac{jx \cdot l_{4-1}}{Z_B} = \frac{j0,4 \cdot 30}{121} = j0,0992 \text{ pu}; \\ \underline{Z}_{4-3} &= \frac{jx \cdot l_{4-3}}{Z_B} = \frac{j0,4 \cdot 50}{121} = j0,1653 \text{ pu}; \\ \underline{Z}_{1-3} &= \frac{jx \cdot l_{1-3}}{Z_B} = \frac{j0,4 \cdot 40}{121} = j0,1322 \text{ pu}; \\ \underline{Z}_{2-1} &= \frac{jx \cdot l_{2-1}}{Z_B} = \frac{j0,4 \cdot 25}{121} = j0,0826 \text{ pu}; \end{aligned}$$

така што за редните адмитанции од п-заменските шеми на гранките добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{4-1} &= \frac{1}{\underline{Z}_{4-1}} = \frac{1}{j0,0992} = -j10,0806 \text{ pu}; \\ \underline{Y}_{4-3} &= \frac{1}{\underline{Z}_{4-3}} = \frac{1}{j0,1653} = -j6,0496 \text{ pu}; \\ \underline{Y}_{1-3} &= \frac{1}{\underline{Z}_{1-3}} = \frac{1}{j0,1322} = -j7,5643 \text{ pu}; \\ \underline{Y}_{2-1} &= \frac{1}{\underline{Z}_{2-1}} = \frac{1}{j0,0826} = -j12,1065 \text{ pu}. \end{aligned}$$

Со пресметаните параметри на елементите од мрежата можеме да ја формираме матрицата на адмитанции на мрежата:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{4-1} + \underline{Y}_{1-3} + \underline{Y}_{2-1} & -\underline{Y}_{2-1} & -\underline{Y}_{1-3} & -\underline{Y}_{4-1} \\ -\underline{Y}_{2-1} & \underline{Y}_{2-1} & 0 & 0 \\ -\underline{Y}_{1-3} & 0 & \underline{Y}_{1-3} + \underline{Y}_{4-3} & -\underline{Y}_{4-3} \\ -\underline{Y}_{4-1} & 0 & -\underline{Y}_{4-3} & \underline{Y}_{4-1} + \underline{Y}_{4-3} \end{bmatrix},$$

односно, во случајов ќе биде:

$$\underline{\mathbf{Y}} = j\mathbf{B} = -j \cdot \begin{bmatrix} 29,7515 & -12,1065 & -7,5643 & -10,0806 \\ -12,1065 & 12,1065 & 0 & 0 \\ -7,5643 & 0 & 13,6139 & -6,0496 \\ -10,0806 & 0 & -6,0496 & 16,1303 \end{bmatrix} \text{ pu},$$

Со одделување на редиците и колоните 1 и 3 што се однесуваат на јазлите кај кои сакаме да ги пресметаме прирастите на напоните, а не бараме да се пресметаат прирастите на реактивните моќности во јазлите 2 и 4, имаме:

$$-\mathbf{B}'' = \text{Im}(\underline{\mathbf{Y}}) = \begin{matrix} & 1 & 3 \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 29,7515 & -7,5643 \\ -7,5643 & 13,6139 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ pu},$$

со што можеме да ја добиеме и матрицата на реактанции на кусоврзаната мрежа:

$$\mathbf{X}'' = (-\mathbf{B}'')^{-1} = \begin{matrix} & 1 & 3 \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,03914 & 0,02175 \\ 0,02175 & 0,08554 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ pu},$$

при што, како што веќе спомнавме погоре, испуштањето на редиците 2 и 4 од матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$ е еквивалентно со кусо врзување со земја на соодветните два јазла.

Познавајќи ги реактанциите X_{13} и X_{33} , водејќи сметка дека е: $\Delta U_3 = 1/110 = 0,0091 \text{ pu}$, $U_3 = 110/110 = 1 \text{ pu}$ и $\Delta Q_1 = 0$, пресметуваме:

$$\begin{aligned} \Delta Q_3 &= \frac{\Delta U_3 \cdot U_3}{X_{33}''} = \frac{1/110 \cdot 1}{0,08554} = 0,10628 \text{ pu} = 10,628 \text{ Mvar}, \\ \Delta U_1 &= X_{13}'' \cdot \frac{\Delta Q_3}{U_3} = 0,02175 \cdot \frac{0,10628}{1} = 0,00231 \text{ pu} = 0,254 \text{ kV}, \\ \Delta U_3 &= X_{33}'' \cdot \frac{\Delta Q_3}{U_3} = 0,08554 \cdot \frac{0,10628}{1} = 0,00909 \text{ pu} = 1 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Примерот 3.7 можеме да го решиме и со помош на следната програма:

programi/naponi/naponi_5.m

```
① 1 ees = ees_3;
   2 [U1, ~, Qpv1] = naponi(ees);
   3
② 4 ees.pv = [
   5     2 115/110
   6     3 111/110
   7 ];
   8 [U2, ~, Qpv2] = naponi(ees);
   9 dQ3_tocno = Qpv2(2) - Qpv1(2);
  10 dU_tocno = U2([1 3]) - U1([1 3]);
  11
③ 12 ees.granki(:, [3, 5]) = 0;
  13 Y = matrica_y(ees.granki);
  14 X = -imag(Y([1 3], [1 3]))^-1;
  15 dQ3 = 1/110*1/X(2,2)*100
  16 dU = X*[0; dQ3/100]*110
  17 greska = (dQ3/dQ3_tocno - 1)*100
```

во која на почетокот, во делот 1, ги вчитуваме податоците за системот и ги пресметуваме напоните и инјекциите на реактивна моќност кај јазелите со контролиран напон. Потоа, во делот 2, за напонот на јазелот 3 во матрицата `ees.pv` задаваме вредност 111/110 и повторно ги пресметуваме напони и инјекциите на реактивна моќност.

На крајот од делот 2 пресметуваме разлика на инјектираните моќности `dQ3_tocno` во јазелот 3 и разлика на напоните `dU_tocno` кај јазелите 1 и 3.

Во делот 3 ги повторуваме пресметките кои веќе претходно „рачно“ ги направивме и ја пресметуваме грешката кај инјектираната моќност ΔQ_3 која е пресметана со решавање на системот линеарни равенки (3.23).

Со активирање на програмата ги добиваме следните резултати:

```
>> naponi_6
dQ3_tocno =
    10.4718
dU_tocno =
    0.2534
    1.0000
dQ3 =
    10.6279
dU =
    0.2542
    1.0000
greska =
    1.4902
```

од каде што забележуваме одлично поклопување на пресметаните прирасти на напоните ΔU_1 и ΔU_3 споредено со вредностите добиени со

детално решавање на мрежата со програмата paroni, додека грешката кај пресметаната вредност на ΔQ_3 помала од 1,5%.

□ □ □

3.5.2 Линеарна U-Q карактеристика добиена со примена на суперпозиција

Го разгледуваме ЕЕС од примерот 3.6 за која веќе сме ги пресметале напоните во сите јазли, како и моќноста на синхронизираниот компензатор во јазелот 3. Познавајќи ги и моќностите на потрошувачите во јазлите 1 и 3 можеме да ги пресметаме струите на двата потрошувачи, како и струјата на синхронизираниот компензатор на следниот начин:

$$\underline{I}_1 = \left(\frac{\underline{S}_1}{\underline{U}_1} \right)^*, \quad \underline{I}_3 = \left(\frac{\underline{S}_3}{\underline{U}_3} \right)^*, \quad \underline{I}_{SK} = \left(\frac{jQ_{SK}}{\underline{U}_3} \right)^*,$$

со што овие три елемента во системот можеме да ги замениме со струјни генератори со соодветно пресметаните струи.

Генераторите во јазлите 2 и 4, кои ги одржуваат напоните на константна вредност, ќе ги замениме со напонски генератори со напони еднакви на $\underline{U}_2$ и $\underline{U}_4$.

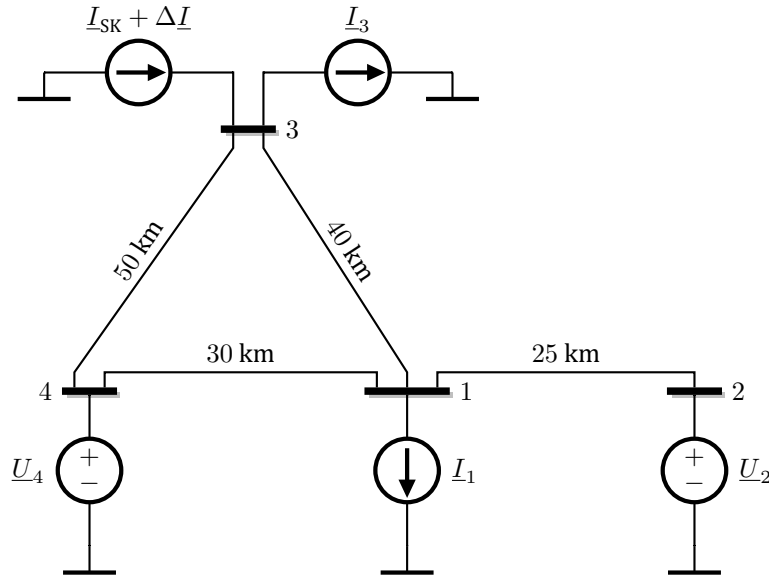
Во случај кога сакаме да пресметаме колкави ќе бидат промените на напоните ако синхронизираниот компензатор ја промени својата моќност, односно својата струја за износ $\Delta \underline{I}$, го добиваме еквивалентното коло од сликата 3.12. Ако е $\Delta \underline{I} = 0$ напоните пресметани со ова еквивалентно коло се потполно еднакви како и напоните пресметани во примерот 3.6.

Во колото од сликата 3.12 има повеќе напонски и струјни генератори така што тоа можеме да го решиме и со принципот на суперпозиција. Струјниот генератор со струја $\underline{I}_{SK} + \Delta \underline{I}$ можеме да го третираме како 2 одделни, паралелно поврзани, струјни генератори со струи: $\underline{I}_{SK}$ и $\Delta \underline{I}$.

Колото можеме да го решаваме со секој напонски и струен генератор одделно, но можеме некои од нив и да ги групираме за да постигнеме определена цел. Ќе разгледуваме два случаја:

1. Во колото се вклучени напонските генератори со напони $\underline{U}_2$ и $\underline{U}_4$ и струјните генератори со струи: $\underline{I}_{SK}$, $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_3$,
2. Во колото е вклучен само струјниот генератор со струја $\Delta \underline{I}$.

Решението на колото во првиот случај одговара на оригиналната состојба од примерот 3.6, додека решението на колото во вториот случај ќе ни ги даде промените на напоните што ќе настанат поради промената на инјектираната струја на синхронизираниот компензатор.



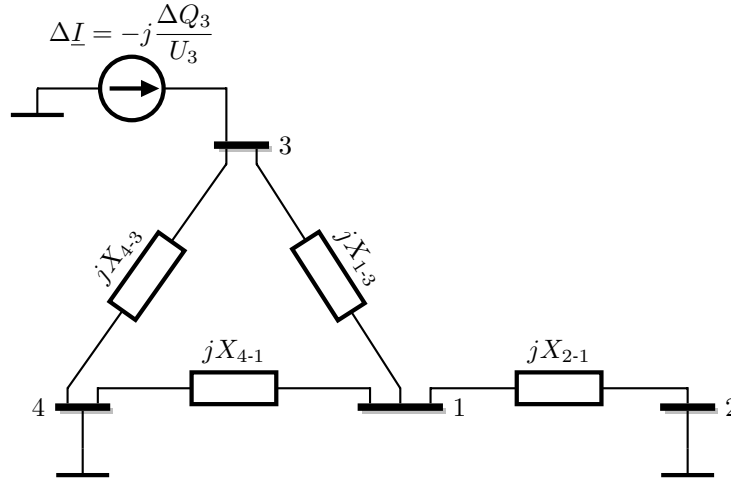
Слика 3.12

Според тоа, промената на напоните ќе ја добиеме со решавање на колото прикажано на сликата 3.13 во кое постои само струјниот генератор со струја $\Delta \underline{I}$, додека сите останати генератори се исклучени. При исклучувањето на струјните генератори тие едноставно се испуштаат од колото, додека напонските генератори кусо се врзуваат.

Како и претходно, при пресметката на промената на напоните, ќе сметаме дека фазните агли на напоните се еднакви на нула, а гранките од мрежата се претставени само со нивните реактанции како што е прикажано на сликата 3.13.

Бидејќи струјата на струјниот генератор и импеданциите на гранките во колото се чисто имагинарни броеви, пресметаните напони ќе бидат позитивни реални броеви. Поради тоа, од практични причини, можеме да сметаме дека параметрите на сите елементи во колото се реални броеви, со што го добиваме колото како на сликата 3.14, во која пресметаните напони имаат исти вредности како и напоните во колото од сликата 3.13.

На инјектираната струја $\underline{I}_3 + \Delta \underline{I}$ во јазелот 3 соодветствува моќност $P_3 + \Delta P_3 + jQ_3 + j\Delta Q_3 = \underline{U}_3 \cdot (\underline{I}_3 + \Delta \underline{I})^*$. Бидејќи е $P_3 + jQ_3 = \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^*$ следува: $\Delta P_3 + j\Delta Q_3 = \underline{U}_3 \cdot \Delta \underline{I}^*$. Ако се земе $\underline{U}_3 = U_3$ ќе биде: $j\Delta Q_3 = U_3 \cdot \Delta \underline{I}^*$, односно $\Delta \underline{I} = -j\Delta Q_3/U_3$.



Слика 3.13

Реципрочните вредности на редните реактанции од п-заменските шеми на гранките од примерот 3.6 ги имаат следните вредности:

$$B_{4-1} = \frac{1}{X_{4-1}} = \frac{1}{0,0992} = 10,0806 \text{ pu};$$

$$B_{4-3} = \frac{1}{X_{4-3}} = \frac{1}{0,1653} = 6,0496 \text{ pu};$$

$$B_{1-3} = \frac{1}{X_{1-3}} = \frac{1}{0,1322} = 7,5643 \text{ pu};$$

$$B_{2-1} = \frac{1}{X_{2-1}} = \frac{1}{0,0826} = 12,1065 \text{ pu}.$$

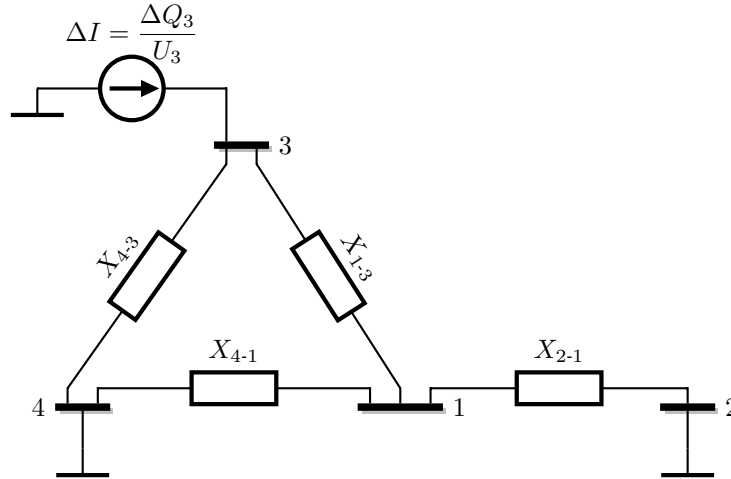
Колото од сликата 3.14 можеме да го решиме со примена на методот на независни напони. Според тој метод, матричната равенка во дадениот случај гласи:

$$\mathbf{B}'' \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta I \end{bmatrix}$$

каде што:

$$\mathbf{B}'' = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} B_{4-1} + B_{1-3} + B_{2-1} & B_{1-3} \\ B_{1-3} & B_{1-3} + B_{4-3} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$\Delta I = \Delta Q_3 / U_3.$$



Слика 3.14

Ако ја воведеме матрицата $\mathbf{X}'' = (\mathbf{B}'')^{-1}$, матричната форма на системот линеарни равенки, со кој ќе ги пресметаме прирастите на напоните, според равенката (3.23), ќе биде

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{X}'' \cdot \Delta \mathbf{Q} / \mathbf{U}.$$

Од тука, имајќи предвид дека е $\Delta Q_1 = 0$, добиваме

$$\Delta U_3 = X''_{33} \cdot \frac{\Delta Q_3}{U_3},$$

односно

$$\Delta Q_3 = \frac{\Delta U_3 \cdot U_3}{X''_{33}}.$$

Во конкретниот случај за матриците $\mathbf{B}''$ и $\mathbf{X}''$ имаме:

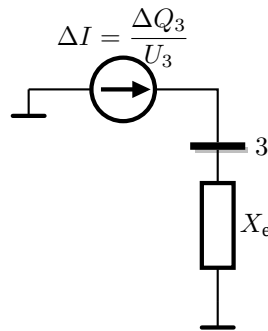
$$\mathbf{B}'' = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 29,7515 & -7,5643 \\ -7,5643 & 13,6139 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ pu},$$

$$\mathbf{X}'' = (\mathbf{B}'')^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,03914 & 0,02175 \\ 0,02175 & 0,08554 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ pu},$$

со што можеме да ја пресметаме бараната промена на реактивната моќност на синхронизираниот компензатор:

$$\Delta Q_3 = \frac{\Delta U_3 \cdot U_3}{X''_{33}} = \frac{1/110 \cdot 1}{0,08554} \cdot 100 = 10,63 \text{ Mvar.}$$

До резултатот можеме да дојдеме и на поинаков начин. Сите реактанции во колото од сликата 3.14 можеме со правилата за редно-паралелно поврзување да ги еквивалентираме во единствена реактанција поврзана во јазелот 3, како што е прикажано на сликата 3.15.



Слика 3.15

Еквивалентната реактанција изнесува:

$$\begin{aligned} X_e &= (X_{4-1} \parallel X_{2-1} + X_{1-3}) \parallel X_{4-3} \\ &= (0,0992 \parallel 0,0826 + 0,1322) \parallel 0,1653 = 0,0855 \text{ pu,} \end{aligned}$$

каде што со симболот „ $\parallel$ “ е означена паралелна врска на два елемента.

За колото на сликата можеме да ја напишеме следната релација

$$\Delta U_3 = X_e \cdot \frac{\Delta Q_3}{U_3},$$

од каде добиваме:

$$\Delta Q_3 = \frac{\Delta U_3 \cdot U_3}{X_e} = \frac{1/110 \cdot 1}{0,0855} \cdot 100 = 10,63 \text{ Mvar.}$$

Доколку дефинираме помошна функција `par` со која се пресметува еквивалентна импеданција на паралелна врска на два елемента на следниот начин:

programi/naponi/par.m

```
1 function Ze = par(Z1, Z2)
2 Ze = Z1*Z2/(Z1 + Z2);
```

тогаш со сосема едноставна команда ќе ја добиеме реактанцијата X_e како што следува

```
>> Xe = par(par(0.0992, 0.0826) + 0.1322, 0.1653)
Xe =
    0.0855
```

3.6 Матрица на реактанции на кусоврзаната мрежа

Според релацијата (3.23) може да се заклучи дека доколку во секој од јазлите вршме инјектирање на реактивна моќност, тогаш промената на напонот во произволен јазел i од мрежата се пресметува со помош на изразот:

$$\Delta U_i = X_{i1} \cdot \frac{\Delta Q_1}{U_1} + X_{i2} \cdot \frac{\Delta Q_2}{U_2} + \dots + X_{ii} \cdot \frac{\Delta Q_i}{U_i} + \dots + X_{in} \cdot \frac{\Delta Q_n}{U_n}, \quad (3.24)$$

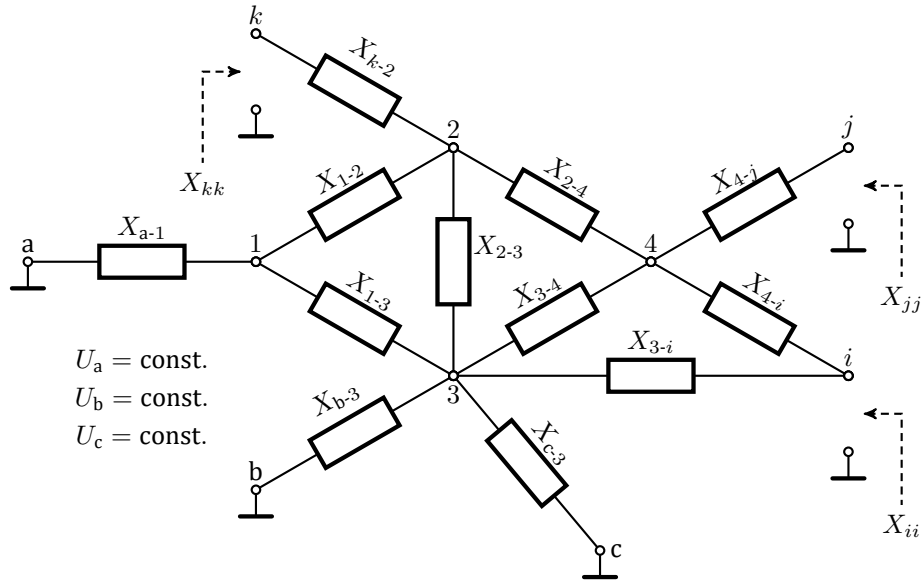
каде што X_{ii} се нарекува сопствена или влезна реактанција во јазелот i , додека X_{ij} се нарекува меѓусебна реактанција на јазлите i и j .

Матрицата на реактанции на кусоврзаната мрежа $\mathbf{X}$ ја добиваме од шемата на самата мрежа. Слично како и кај анализите на кусите врски, најнапред ги занемаруваме активните отпорности на одделните елементи. Сите попречни гранки се исфрлаат од шемата. Потрошувачите исто така се испуштаат како и кај анализите на струите на куси врски. Електромоторните сили на синхроните генератори накусо ги спојуваме (премостуваме) и на тој начин ја добиваме краткоспоената мрежа во која фигурираат само реактанциите на нејзините елементи. Собирниците од мрежата, чијшто напон се регулира во погонот и се одржува на константна вредност на било каков начин, се третираат како собирници напојувани од идеален напонски генератор кој има внатрешна реактанција еднаква на нула, па затоа нив ги спојуваме накусо, т. е. ги „заземјуваме“. Такви собирници во шемата од сликата 3.16 се: а, б и с.

За помалите мрежи матрицата $\mathbf{X}$ може да се пресмета и рачно, со примена на разни трансфигурации и еквивалентирања на кусоврзаната мрежа составена според моделот од сликата 3.16. Меѓутоа, кај поголемите и посложени мрежи единствен практичен начин за нејзиното добивање е примената на специјални матрични методи и употребата компјутер.

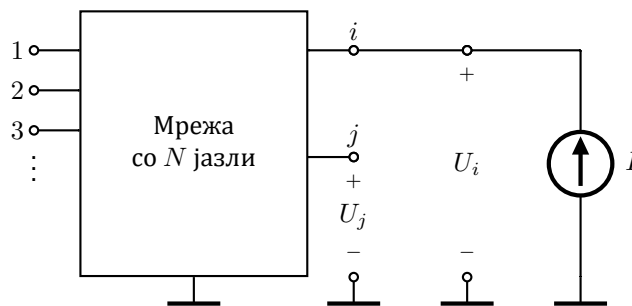
Како што веќе видовме, матричните методи за формирање на матрицата $\mathbf{X}$ се сведуваат на формирање на матрицата $\mathbf{B}'$ според правилата од методот на независни напони и потоа следува нејзина инверзија

$$\mathbf{X} = (-\mathbf{B}')^{-1}.$$



Слика 3.16. Еквивалентна шема на ЕЕС за добивање на матрицата X

Сопствените и меѓусебните реактанции може да се добијат со решавање на електричното коло од сликата 3.17. На сликата со правоаголникот е означена мрежа со N јазли со произволна конфигурација којшто можеме да го замислиме како една кутија во која е спакувана целата мрежа од сликата 3.16, при што од кутијата излегуваат приклучоци преку кои имаме пристап со секој од јазлите во мрежата.



Слика 3.17. Шема кон дефиниција на сопствени и меѓусебни реактанции

Доколку во мрежата од сликата 3.17 само во јазелот i инјектираме струја со вредност I , а потоа ги пресметаме напоните на јазлите i и j ,

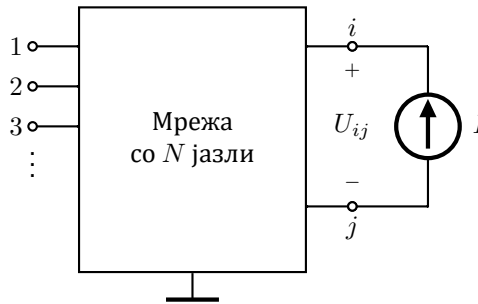
тогаш влезната реактанција на јазелот i ќе биде:

$$X_{ii} = \frac{U_i}{I},$$

додека меѓусебната реактанција помеѓу јазлите i и j е:

$$X_{ij} = \frac{U_j}{I}.$$

Во случаите кога матрицата $\mathbf{X}$ ја пресметуваме со примена на транс-фигурации и еквивалентирања на кусоврзаната мрежа меѓусебната реактанција помеѓу јазлите i и j можеме да ја пресметаме и преку влезната реактанција помеѓу истите јазли.



Слика 3.18. Шема кон дефиниција на влезна реактанција помеѓу два јазла

Ако помеѓу јазлите i и j поврземе струен генератор со струја I насочена од јазелот j кон јазелот i (слика 3.18), тогаш за влезната реактанција помеѓу овие два јазли можеме да напишеме

$$X_{ij, \text{вл.}} = \frac{U_{ij}}{I}.$$

Напонот U_{ij} е едноставно разлика од напоните на јазлите i и j во однос на референтниот јазел

$$U_{ij} = U_i - U_j.$$

Според методот на независни напони за напоните на јазлите i и j од мрежата на сликата 3.18 важи матричната равенка:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ii} & X_{ij} \\ X_{ji} & X_{jj} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix},$$

или во развиена форма:

$$U_i = X_{ii} \cdot I - X_{ij} \cdot I,$$

$$U_j = X_{ij} \cdot I - X_{jj} \cdot I,$$

од каде што следува:

$$U_{ij} = (X_{ii} + X_{jj} - 2X_{ij}) \cdot I.$$

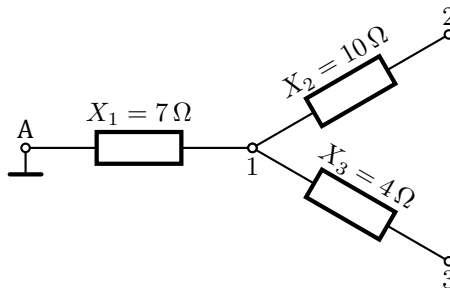
Според тоа, влезната реактанција помеѓу јазлите i и j изнесува:

$$X_{ij, \text{вл.}} = X_{ii} + X_{jj} - 2X_{ij},$$

од каде што за нивната меѓусебна реактанција добиваме:

$$X_{ij} = \frac{X_{ii} + X_{jj} - X_{ij, \text{вл.}}}{2}.$$

Пример 3.8. За колото од сликата П.3.8.1 да се пресметаат влезната реактанција X_{22} и меѓусебната реактанција X_{23} .



Слика П.3.8.1

Решение

Постапка бр. 1

Со инспекција на колото ја добиваме матрицата $\mathbf{B}'$ која гласи:

$$-\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} X_1^{-1} + X_2^{-1} + X_3^{-1} & -X_2^{-1} & -X_3^{-1} \\ -X_2^{-1} & X_2^{-1} & 0 \\ -X_3^{-1} & 0 & X_3^{-1} \end{bmatrix},$$

а потоа со нејзина инверзија ќе ја добиеме матрицата $\mathbf{X}$.

Постапката можеме да ја спроведеме во MATLAB на следниот начин:

programi/naponi/x_primer_1.m

```
1 B = -[1/7+1/10+1/4 -1/10 -1/4
2       -1/10  1/10    0
3       -1/4    0    1/4];
4 X = (-B)^-1
```

со што добиваме:

```
>> x_primer_1
```

```
X =
 7.0000    7.0000    7.0000
 7.0000   17.0000    7.0000
 7.0000    7.0000   11.0000
```

од каде се гледа дека е $X_{22} = 17 \Omega$ и $X_{23} = 7 \Omega$.

Постапка бр. 2

Од колото на сликата П.3.8.1 е очигледно дека влезните реактанции за јазлите 2 и 3 се:

$$X_{22} = X_1 + X_2 = 7 + 10 = 17 \Omega,$$

$$X_{33} = X_1 + X_3 = 7 + 4 = 11 \Omega,$$

додека влезната реактанција помеѓу нив изнесува:

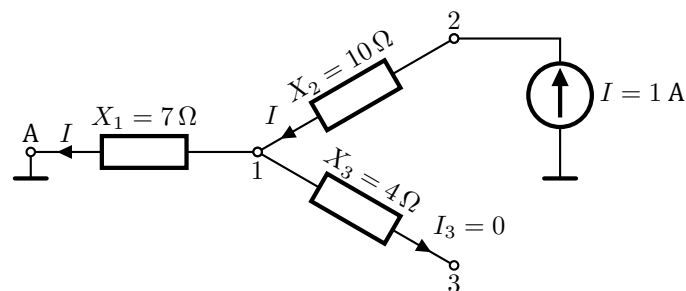
$$X_{23, \text{вл.}} = X_2 + X_3 = 10 + 4 = 14 \Omega.$$

Според тоа меѓусебната реактанција помеѓу јазлите 2 и 3 е:

$$X_{23} = \frac{X_{22} + X_{33} - X_{23, \text{вл.}}}{2} = \frac{17 + 11 - 14}{2} = 7 \Omega.$$

Постапка бр. 3

Во јазелот 2 инјектираме струја $I = 1 \text{ A}$, со што го добиваме колото од сликата П.3.8.2.



Слика П.3.8.2

Инјектираната струја I тече низ реактанциите X_2 и X_1 и тоа во насока 2-1 и 1-а, како што е прикажано на сликата П.3.8.1. Во реактанцијата X_3 , која во колото е поврзана само со еден крај, не тече струја така што имаме $I_3 = 0$.

Според тоа напоните на јазлите во колото се:

$$U_1 = X_1 \cdot I = 7 \cdot 1 = 7 \text{ V},$$

$$U_2 = U_1 + X_2 \cdot I = 7 + 10 \cdot 1 = 17 \text{ V},$$

$$U_3 = U_1 + X_3 \cdot I_2 = 7 + 4 \cdot 0 = 7 \text{ V},$$

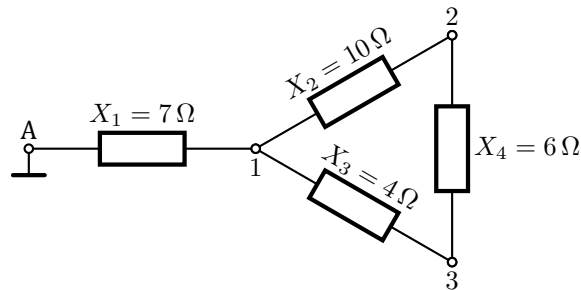
од каде што следува дека бараните реактанции изнесуваат

$$X_{22} = \frac{U_2}{I} = \frac{17}{1} = 17 \Omega,$$

$$X_{23} = \frac{U_3}{I} = \frac{7}{1} = 7 \Omega.$$

□ □ □

Пример 3.9. Во колото од примерот 3.8 се додава уште една реактанција X_4 поврзана помеѓу јазлите 2 и 3 како што е прикажано на сликата П.3.9.1. Да се извршат пресметките на влезната реактанција X_{22} и меѓусебната реактанција X_{23} .



Слика П.3.9.1

Решение

Постапка бр. 1

Во овој случај за матрицата $-\mathbf{B}'$ можеме да напишеме:

$$-\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} X_1^{-1} + X_2^{-1} + X_3^{-1} & -X_2^{-1} & -X_3^{-1} \\ -X_2^{-1} & X_2^{-1} + X_4^{-1} & -X_4^{-1} \\ -X_3^{-1} & -X_4^{-1} & X_3^{-1} + X_4^{-1} \end{bmatrix},$$

а потоа со нејзина инверзија ќе ја добиеме матрицата **X**.

Пресметките во MATLAB ги правиме на следниот начин:

```
programi/naponi/x_primer_2.m
1 B = -[1/7+1/10+1/4    -1/10    -1/4
2       -1/10  1/10+1/6    -1/6
3       -1/4    -1/6  1/4+1/6];
4 X = (-B)^-1
```

со што добиваме:

```
>> x_primer_2
X =
    7.0000    7.0000    7.0000
    7.0000   12.0000    9.0000
    7.0000    9.0000   10.2000
```

од каде се гледа дека е $X_{22} = 12 \Omega$ и $X_{23} = 9 \Omega$.

Од резултатот заклучуваме дека со додавањето на нова гранка во колото, влезната реактанција во јазелот 2 се намалува, а меѓусебната реактанција помеѓу јазлите 2 и 3 се зголемува. Резултатот е сосема логичен затоа што во кое било коло кога ќе додадеме нова гранка, можните патеки за течење на струја во колото се зголемуваат. Тоа значи „полесно“ поминување на струја низ колото, а со тоа помали влезни реактанции во јазлите и поголеми меѓусебни реактанции затоа што во овој случај инјектираната струја во еден јазел може полесно да стигне до некој друг јазел и нејзиното влијание врз напонот на вториот јазел ќе биде поголемо.

Постапка бр. 2

За колото на сликата П.3.9.1 влезните реактанции за јазлите 2 и 3 се:

$$X_{22} = (X_3 + X_4) \parallel X_2 + X_1 = (6 + 4) \parallel 10 + 7 = 12 \Omega,$$

$$X_{33} = (X_2 + X_4) \parallel X_3 + X_1 = (10 + 6) \parallel 4 + 7 = 10,2 \Omega,$$

додека влезната реактанција помеѓу истите јазли е:

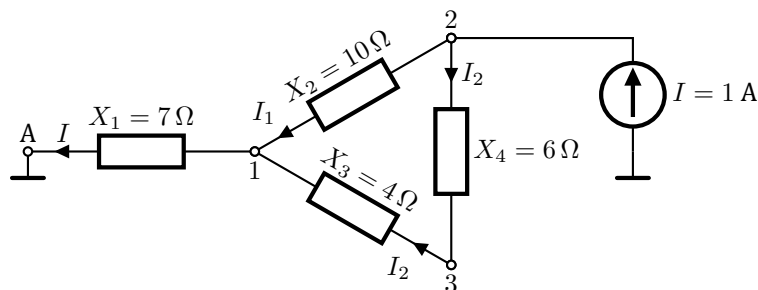
$$X_{23, \text{вл.}} = (X_2 + X_3) \parallel X_4 = (10 + 4) \parallel 6 = 4,2 \Omega.$$

Конечно, за меѓусебната реактанција добиваме:

$$X_{23} = \frac{X_{22} + X_{33} - X_{23, \text{вл.}}}{2} = \frac{12 + 10,2 - 4,2}{2} = 9 \Omega.$$

Постапка бр. 3

Во јазелот 2 инјектираме струја $I = 1 \text{ A}$, со што го добиваме колото од сликата П.3.9.2.



Слика П.3.9.2

Струите I_1 и I_2 ги пресметуваме со правилото за струен делител за паралелните гранки чии реактанции се X_2 и $X_3 + X_4$ со што добиваме:

$$I_1 = \frac{X_3 + X_4}{X_2 + (X_3 + X_4)} \cdot I = \frac{6 + 4}{10 + (6 + 4)} \cdot 1 = 0,5 \text{ A},$$

$$I_2 = I - I_1 = 0,5 \text{ A}.$$

Потоа ги пресметуваме напоните на јазлите во колото:

$$U_1 = X_1 \cdot I = 7 \cdot 1 = 7 \text{ V},$$

$$U_2 = U_1 + X_2 \cdot I_1 = 7 + 10 \cdot 0,5 = 12 \text{ V},$$

$$U_3 = U_1 + X_3 \cdot I_2 = 7 + 4 \cdot 0,5 = 9 \text{ V},$$

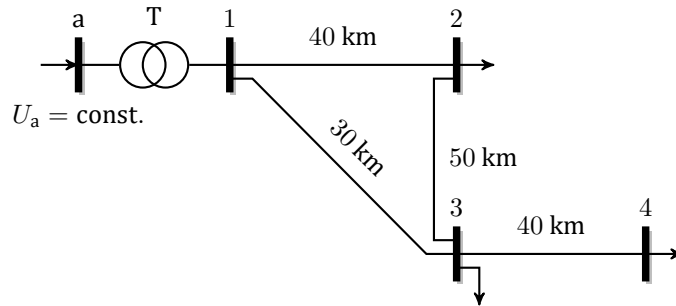
од каде за бараните реактанции добиваме:

$$X_{22} = \frac{U_2}{I} = \frac{12}{1} = 12 \Omega,$$

$$X_{23} = \frac{U_3}{I} = \frac{9}{1} = 9 \Omega.$$

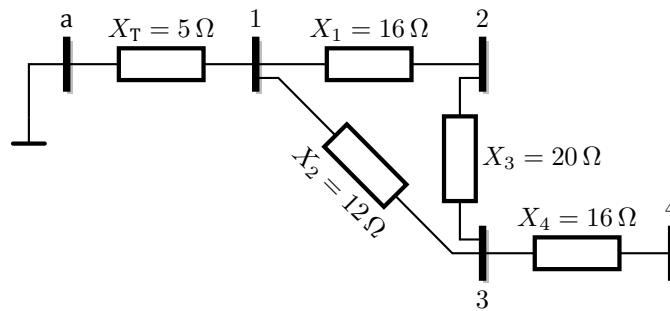
□ □ □

Пример 3.10. Да се формира матрицата на реактанции на кусо-врзаната мрежа за независните јазли за мрежата прикажана на сликата П.3.10.1. Сите водови во мрежата се од ист тип и имаат иста надолжни реактанција $x = 0,4 \Omega/\text{km}$, а нивните должини се прикажани на сликата П.3.10.1. Трансформаторот 400/110 kV/kV има реактанција на редната гранка (сведена кон 110 kV страна) која изнесува $X_T = 5 \Omega$. Напонот на високонпонската страна на трансформаторот Т се одржува на константна вредност.



Слика П.3.10.1

Решение



Слика П.3.10.2

За мрежата од сликата П.3.10.1 е формирана мрежата на сликата П.3.10.2, на која сите елементи се прикажани со нивните реактанции, има 5 јазли од кои еден е референтен (земјата, т. е. јазелот а) и 4 се независни. Според тоа матрицата $\mathbf{B}'$ ќе ги има следните елементи:

$$-\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} X_T^{-1} + X_1^{-1} + X_2^{-1} & -X_1^{-1} & -X_2^{-1} & 0 \\ -X_1^{-1} & X_1^{-1} + X_3^{-1} & -X_3^{-1} & 0 \\ -X_2^{-1} & -X_3^{-1} & X_2^{-1} + X_3^{-1} + X_4^{-1} & -X_4^{-1} \\ 0 & 0 & -X_4^{-1} & X_4^{-1} \end{bmatrix},$$

додека матрицата на реактанции се добива со нејзина инверзија $\mathbf{X} = (-\mathbf{B}')^{-1}$.

Решението го добиваме со MATLAB на следниот начин:

programi/naponi/x_primer_3.m

```

1 XT = 5; X1 = 16; X2 = 12; X3 = 20; X4 = 16;
2 B = -[1/XT+1/X1+1/X2      -1/X1      -1/X2      0
3      -1/X1      1/X1+1/X3      -1/X3      0
4      -1/X2      -1/X3      1/X2+1/X3+1/X4 -1/X4
5              0              0      -1/X4      1/X4];
6 X = (-B)^-1

```

со што добиваме:

>> x_primer_3

```

X =
5.0000    5.0000    5.0000    5.0000
5.0000   15.6667    9.0000    9.0000
5.0000    9.0000   14.0000   14.0000
5.0000    9.0000   14.0000   30.0000

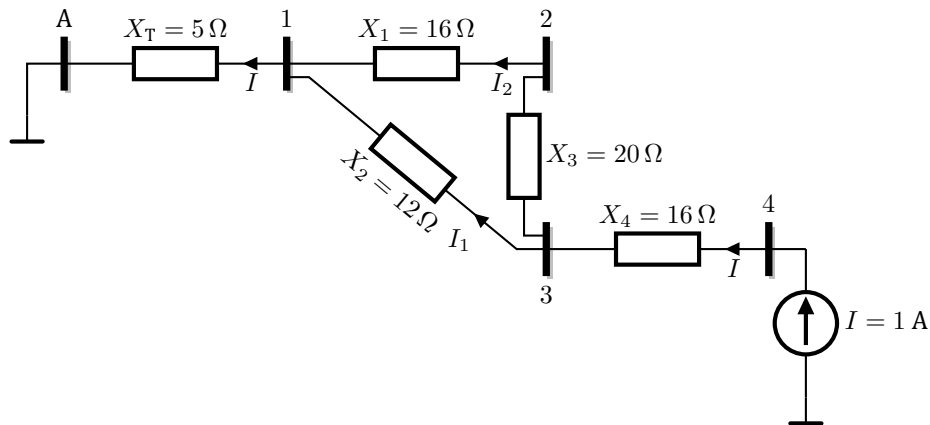
```

□ □ □

Пример 3.11. За мрежата од примерот 3.10 да се определи само колоната 4, а потоа и заедно колоните 2 и 4 од матрицата **X** без употреба на инверзна матрица.

Решение

За да ја добиеме колоната 4 од матрицата **X**, во јазелот 4 инјектираме струја $I = 1$ A, со што го добиваме колото од сликата П.3.11.1.



Слика П.3.11.1

Со примена на правилото за струен делител ги определуваме струите I_1 и I_2 во паралелните гранки со реактанции X_2 и $X_1 + X_3$:

$$I_1 = \frac{X_1 + X_3}{X_2 + (X_1 + X_3)} \cdot I = \frac{16 + 20}{12 + (16 + 20)} \cdot 1 = 0,75 \text{ A},$$

$$I_2 = I - I_1 = 0,25 \text{ A}.$$

Потоа ги пресметуваме напоните на јазлите во колото:

$$U_1 = X_T \cdot I = 5 \cdot 1 = 5 \text{ V},$$

$$U_2 = U_1 + X_1 \cdot I_2 = 5 + 16 \cdot 0,25 = 9 \text{ V},$$

$$U_3 = U_1 + X_2 \cdot I_1 = 5 + 12 \cdot 0,75 = 14 \text{ V},$$

$$U_4 = U_3 + X_4 \cdot I = 14 + 16 \cdot 1 = 30 \text{ V},$$

од каде за бараните реактанции добиваме:

$$X_{14} = U_1/I = 5 \Omega,$$

$$X_{24} = U_2/I = 9 \Omega,$$

$$X_{34} = U_3/I = 14 \Omega,$$

$$X_{44} = U_4/I = 30 \Omega.$$

Претходната постапка можеме да ја извршиме и во MATLAB со тоа што наместо да го решаваме колото чекор по чекор напоните на јазлите ќе ги пресметаме со решавање систем равенки. Тоа е направено во следната програма:

programi/naponi/x_primer_4.m

```
1 XT = 5; X1 = 16; X2 = 12; X3 = 20; X4 = 16;
2 B = -[1/XT+1/X1+1/X2    -1/X1    -1/X2    0
3      -1/X1    1/X1+1/X3    -1/X3    0
4      -1/X2    -1/X3    1/X2+1/X3+1/X4    -1/X4
5      0    0    -1/X4    1/X4];
6 I1 = [0
7       0
8       0
9       1];
10 X1 = -B\I1
11 I2 = [0 0
12       1 0
13       0 0
14       0 1];
15 X2 = -B\I2
```

каде што е дефиниран векторот I1 во кој сите елементи се еднакви на 0, освен последниот кој е еднаков на 1. Со тоа симулираме струјна инјекција од 1 A во јазелот 4. Напоните на јазлите ги добиваме со решавање на системот равенки со командата -B\I1, а бидејќи струјата е еднаква на 1 A реактанциите се бројно еднакви на пресметаните напони и затоа веднаш пишуваме X1 = -B\I1, така што во променливата X1 ќе ја имаме колоната 4 од матрицата X.

За да ја добиеме колоната 2 горната постапка можеме да ја повториме уште еднаш, но во MATLAB можеме да решиме и два система равенки со иста матрица од левата страна одеднаш, но со различни колони од десната страна. За таа цел ја пишуваме матрицата I2 која има две

колони. Во неа сите елементи се еднакви на 0, освен вториот елемент од првата колона и четвртиот елемент од втората колона кои се еднакви на 1. Со тоа, всушност го решаваме електричното коло во случаи во кои првиот пат имаме инјекција на струја од 1 A во јазелот 2, а вториот пат во јазелот 4. По извршувањето на командата $X2 = -V \backslash I2$ во променливата $X2$ ќе ги имаме колоните 2 и 4 од матрицата X .

Со извршување на програмата добиваме:

```
>> x_primer_4
X1 =
    5.0000
    9.0000
   14.0000
   30.0000
X2 =
    5.0000    5.0000
   15.6667    9.0000
    9.0000   14.0000
    9.0000   30.0000
```



Пример 3.12. Да се направи функција (во MATLAB) со која ќе се формира матрицата V' за мрежа со произволна конфигурација. Потоа, со примена на функцијата да се реши примерот 3.10.

Решение

И во овој случај влезните податоци за мрежите ќе ги внесуваме во датотеки кои се дефинирани како функции без влезни параметри и еден излезен параметар `granki`. Така на пример, податоците за мрежата од примерот 3.10 го имаат следниот изглед:

programi/naponi/granki_1.m

```
1 function granki = granki_1()
2 granki = [
3     0     1     5
4     1     2    16
5     1     3    12
6     2     3    20
7     3     4    16
8 ];
```

Матрицата `granki` ги содржи податоците за гранките во мрежата и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на гранки во системот (надземни водови, кабли и трансформатори). Таа има три колони кои ги содржат следните податоци:

1. Индекс на почетниот јазел на гранката;
2. Индекс на крајниот јазел на гранката;
3. Надолжна реактивна отпорност од п-заменската шема на гранката.

Како што знаеме јазлите во кои напонот се одржува на константна вредност кусо се врзуваат со земјата и тие во матрицата `granki` се означуваат со индекс 0. Во примерот 3.10 таков е јазелот а, па според тоа гранката а-1 во матрицата `granki` е запишана како гранка 0-1.

Матрицата $\mathbf{B}'$ се формира со помош на функцијата `matrica_b` која што е дадена во програмата 3.5. Во неа влезен параметар е матрицата `granki`, а како излезен параметар се добива матрицата $\mathbf{B}$.

**Програма 3.5. Формирање на матрицата $\mathbf{B}'$
(programi/naponi/matrica_b.m)**

```

1 function B = matrica_b(datoteka)
2 if ischar(datoteka)
3     granki = feval(datoteka);
4 else
5     granki = datoteka;
6 end
7 f = granki(:, 1);
8 t = granki(:, 2);
9 Bg = 1./granki(:,3);
10 ngr = size(granki,1);
11 n = max([f; t]) + 1;
12 f(f == 0) = n;
13 t(t == 0) = n;
14 A = sparse(1:ngr, f, ones(ngr, 1), ngr, n) ...
15     - sparse(1:ngr, t, ones(ngr, 1), ngr, n);
16 B = A' * sparse(1:ngr, 1:ngr, Bg) * A;
17 B = B(1:n-1, 1:n-1);

```

Функцијата `matrica_b` се состои од следните главни делови:

- ① Вчитување на влезните податоци, при што ако првиот влезен податок е структура тој едноставно се копира во `granki`, а доколку тој е име на влезна датотека тогаш структурата `granki` се добива со читање од датотеката.
- ② Формирање на вектори со кои се опишани гранките: почетните и крајните јазли `f` и `t` и надолжните susceptанции `Bg`.
- ③ Одредување на бројот на јазли и гранки и замена на индексот на референтниот јазел од 0 во N .
- ④ Формирање на матрицата на инциденција $\mathbf{A}$, а потоа и матрицата $\mathbf{B}'$ преку релацијата $\mathbf{B}' = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{X}_{GR}^{-1} \cdot \mathbf{A}$, за која детали може да се видат во Прилог В.

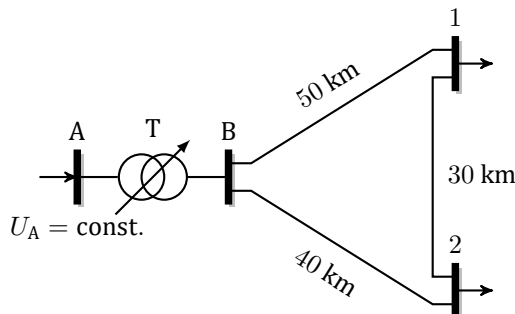
Примерот 3.10 можеме да го решиме на следниот начин:

```

>> B = matrica_b('granki_1');
>> X = full(B^-1)
X =
5.0000    5.0000    5.0000    5.0000
5.0000   15.6667    9.0000    9.0000
5.0000    9.0000   14.0000   14.0000
5.0000    9.0000   14.0000   30.0000

```

□ □ □



Слика П.3.13.1

3.7 Примери за регулација на напони

Пример 3.13. На сликата П.3.13.1 е прикажана мрежа 110 kV која се напојува од напојната точка А. Може да се смета дека напонот во погонот кај оваа точка се држи на константна вредност. Сите водови имаат еднакви параметри $\underline{z} = (0, 123 + j0, 4) \Omega/\text{km}$. Трансформаторот Т ги има следните номинални податоци: 150 MVA, 220/110 kV/kV, $u_k = 12, 5\%$ и $Z_T = (0, 33 + j10) \Omega$ (сведени на страна 110 kV).

За јазлите во мрежата можеме да го дефинираме следниот коефициент

$$K_{U,i} = \frac{\Delta Q_i}{\Delta U_i},$$

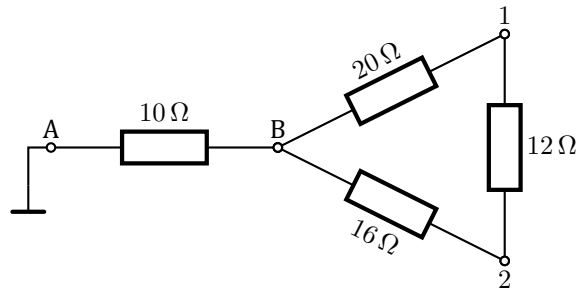
што претставува мерка за количината на реактивна моќност потребна за промена на напонот во јазелот i доколку се инјектира реактивна моќност само во јазелот i . Со оглед на релацијата (3.23) имаме:

$$K_{U,i} = \frac{U_i}{X_{ii}}. \quad (\text{П.3.13.1})$$

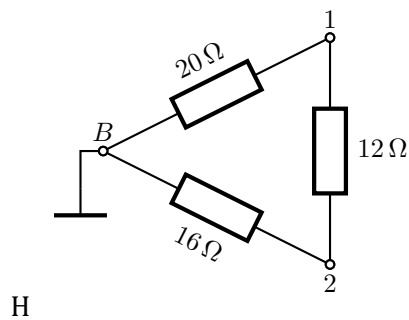
Да се пресметаат вредностите на коефициентите $K_{U,1}$ и $K_{U,2}$ за потрошувачките јазли 1 и 2. Колкави ќе бидат овие коефициенти доколку трансформаторот Т има можност за регулација под товар, така што напонот во точката В се одржува во погонот на константна вредност?

Решение

Во случајот кога трансформаторот Т работи без можност за регулација под товар, од шемата на краткоспоената мрежа на сликата П.3.13.2



Слика П.3.13.2



Слика П.3.13.3

добиваме:

$$X_{11} = 20 \parallel (12 + 16) + 10 = 21,667 \Omega,$$

$$X_{22} = 16 \parallel (12 + 20) + 10 = 20,667 \Omega,$$

$$K_{U,1} = U_n / X_{11} = 110 / 21,667 = 5,08 \text{ Mvar/kV},$$

$$K_{U,2} = U_n / X_{22} = 110 / 20,667 = 5,32 \text{ Mvar/kV}.$$

Во вториот случај, кога со помош на регулационата преклопка се врши одржување на напонот U_B на константна вредност (слика П.3.13.3), ќе добиеме:

$$X_{11} = 20 \parallel (12 + 16) = 11,667 \Omega,$$

$$X_{22} = 16 \parallel (12 + 20) = 10,667 \Omega,$$

$$K_{U,1} = U_n / X_{11} = 110 / 11,667 = 9,43 \text{ Mvar/kV},$$

$$K_{U,2} = U_n / X_{22} = 110 / 10,667 = 10,31 \text{ Mvar/kV}.$$

Од изразот за коефициентот $K_{U,i}$ заклучуваме дека тој ќе биде поголем доколку е помала влезната реактанција во јазелот што значи

дека напонот е помалку зависен од реактивната моќност, односно ќе треба голема вредност на реактивната моќност за мала промена на напонот. Од една страна тоа е добро, затоа што при промена на реактивната моќност на потрошувачите напонот малку ќе се менува. Но, од друга страна, ако сакаме да правиме регулација на напонот во тој јазел ќе треба да инјектираме поголема реактивна моќност.

Во првиот случај тоа отприлика би значело дека, доколку на пример, оптоварување со реактивна моќност во јазелот 1 се зголеми за 5,08 Mvar, тогаш напонот во истиот јазел ќе падне за 1 kV и обратно. Во вториот случај, за истата промена на напонот, ќе биде потребна промена на реактивната моќност за вредност 9,43 Mvar.

Или пак, доколку сакаме напонот во јазелот 1 да го покачиме за 5 kV, ќе биде потребно во него да инјектираме реактивна моќност со вредност $5 \cdot 5,08 = 25,4$ Mvar во првиот случај и $5 \cdot 9,43 = 47,15$ Mvar во вториот случај.



Пример 3.14. Регионална трансформаторска станица за снижување на напонот се напојува преку далекувод 110 kV од напојната точка А (слика П.3.14.1). Во неа се инсталирани два идентични трансформатора од по 31,5 MVA, со преносен однос $(110 \pm 4 \times 2,5\%) / 11 \text{ kV/kV}$, за коишто ги знаеме следните податоци (се однесуваат на еден трансформатор): 31,5 MVA; $u_k = 8\%$; $\Delta P_{Cun} = 180 \text{ kW}$; $R_T = 2,2 \Omega$; $X_T = 30,73 \Omega$ (сведени на високонпонската страна). Водот V ги има следните параметри: $Z_V = (6,25 + j20) \Omega$.

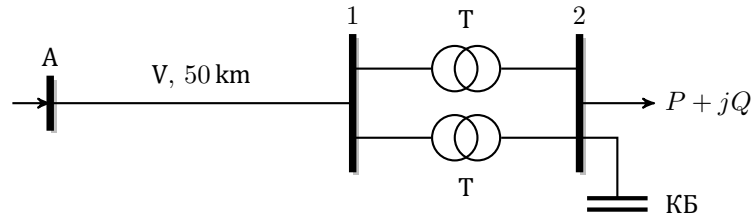
Моќноста на потрошувачот напојуван од трансформаторската станица се менува и изнесува:

- во режим на максимално оптоварување
 $P_{\max} = 40 \text{ MW}$; $Q_{\max} = 20 \text{ Mvar}$;
- во режим на минимално оптоварување
 $P_{\min} = 20 \text{ MW}$; $Q_{\min} = 12,5 \text{ Mvar}$.

Напонот во напојната точка А се менува и во двата карактеристични режима на работа и неговата вредност изнесува

$$U_{A(\max)} = 110 \text{ kV}; \quad U_{A(\min)} = 113 \text{ kV}.$$

За да се подобрат напонските прилики кај потрошувачот, се предвидува инсталирање на кондензаторска батерија (КБ) при собирници 10 kV од трансформаторската станица, со можност за регулација. Да се избере коефициентот на трансформација k на трансформаторите и да се одреди најмалата вредност на инсталираната моќност Q_{KB} на КБ за да постигнеме, во режимот на максималното и минималното оптоварување, напонот на собирници 10 kV да изнесува $U_{20(\max)} = 10,5 \text{ kV}$ и $U_{20(\min)} = 10 \text{ kV}$.



Слика П.3.14.1

Решение

Прво ги пресметуваме еквивалентите параметри на системот сведени на страна 110 kV:

$$R_e = R_V + R_T/2 = 6,25 + 1,1 = 7,35 \Omega,$$

$$X_e = X_V + X_T/2 = 20 + 15,36 = 35,36 \Omega.$$

Вредноста на напонот кај потрошувачот, сведена на високонапонската страна на трансформаторите, во двата карактеристични режими ќе изнесува:

$$U'_{2(\max)} = U_{A(\max)} - \frac{P_{\max} \cdot R_e + Q_{\max} \cdot X_e}{U_n} = 110 - 9,1 = 100,9 \text{ kV},$$

$$U'_{2(\min)} = U_{A(\min)} - \frac{P_{\min} \cdot R_e + Q_{\min} \cdot X_e}{U_n} = 113 - 5,36 = 107,64 \text{ kV}.$$

Кондензаторите можат само да генерираат реактивна моќност и регулација на напонот со помош на КБ може да се врши само во една насока. Затоа, во режим на минимално оптоварување ќе биде потребно КБ приклучена на среднонапонските собирници да се исклучува од работа, а во режим на максимално оптоварување треба да бидат вклучени сите степени од батеријата. Заради тоа, коефициентот на трансформација k на обата трансформатора ќе го избереме така, што напонот $U_{2(\min)}$ кај собирници 10 kV во режимот на минимално оптоварување ќе ја добие бараната вредност $U_{20(\min)} = 10 \text{ kV}$. За да биде постигнат условот $U_{2(\min)} = U_{20(\min)}$, коефициентот на трансформација ќе треба да изнесува:

$$k_0 = \frac{U'_{2(\min)}}{U_{20(\min)}} = \frac{107,64}{10} = 10,764.$$

На оваа вредност на коефициентот на трансформација одговара дополнителен отцеп α_0 (имајќи предвид дека номинален преносен

однос е: $k_n = 110/11 = 10$

$$\alpha_0 = \left(\frac{k_0}{k_n} - 1 \right) \cdot 100 = \left(\frac{10,764}{110/11} - 1 \right) \cdot 100 = 7,64\%.$$

Најблиската вредност до α_0 може да се постигне земајќи $\alpha = 3 \times 2,5 = 7,5\%$. Неа ѝ одговара коефициент на трансформација:

$$k = k_n \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{100} \right) = 10 \cdot \left(1 + \frac{7,5}{100} \right) = 10,75.$$

Во тој случај, за вака избраниот преносен однос, ќе добиеме:

$$U_{2(\min)} = \frac{U'_{2(\min)}}{k} = \frac{107,64}{10,75} = 10,01 \text{ kV},$$

$$U_{2(\max)} = \frac{U'_{2(\max)}}{k} = \frac{100,9}{10,75} = 9,39 \text{ kV}.$$

Доколку во режимот на максимално оптоварување сакаме да добиеме напон $U_{2(\max)} = U_{20(\max)} = 10,5 \text{ kV}$, ќе биде потребно да инјектираме одредена реактивна моќност ΔQ_2 , со што ќе се добие покачување на напонот за износ:

$$\Delta U_2 = 10,5 - 9,39 = 1,11 \text{ kV}.$$

Според равенката (3.23) приближната вредност на потребната реактивна моќност ќе биде:

$$\Delta Q = \frac{\Delta U \cdot U_{20(\max)}}{X_e''} = \frac{1,11 \cdot 10,5}{0,2923} = 40 \text{ Mvar},$$

каде што е: $X_e'' = X_e/k^2 = 35,36/10,75^2 = 0,2923 \Omega$ (сведено на среднонапонската страна).

Значи, ако со $Q_{\text{КБ}}$ ја означиме номиналната моќност на кондензаторската батерија (тоа е реактивната моќност што кондензаторската батерија ја произведува при $U = U_n$), тогаш, со оглед на изразот:

$$\Delta Q = Q_{\text{КБ}} \cdot \left(\frac{U_{20}}{U_n} \right)^2,$$

ќе ја добиеме потребната моќност:

$$Q_{\text{КБ}} = \Delta Q \cdot \left(\frac{U_n}{U_{20}} \right)^2 = 40 \cdot \left(\frac{10}{10,5} \right)^2 = 36,2 \text{ Mvar}.$$

Според тоа, инсталираната моќност на КБ треба да изнесува најмалку 36,2 Mvar за, и во режимот на максимално оптоварување да се задоволат

поставените барања во поглед на напонот кај потрошувачот. Усвоена е инсталирана моќност на КБ од 40 Mvar.

Во случај, кога е $\Delta Q > Q_{\max}$, при собирници 10 kV ќе се јави „вишок“ на реактивна моќност од $40 - 20 = 20$ Mvar. Оваа реактивна моќност ќе тече од потрошувачот спрема напојната точка А и ќе предизвика зголемување на загубите на моќност и енергија во преносот. Ваквата појава се нарекува прекомпензација и, како што можеме да заклучиме, таа ја влошува економичноста во погонот и ваквиот начин на регулација на напонот, во случајов, се покажува неекономичен. Поради тоа во мрежите се врши само делумна компензација, т. е. поправка на факторот на моќност на вредност блиска до единица. Ако на пример, во случајов, усвоиме целосна компензација на товарот, т. е. $\Delta Q = Q_{\max} = 20$ Mvar ($\cos \varphi = 1$), тогаш би добиле дека напонот на собирници 10 kV во режимот на максимално оптоварување ќе изнесува $U_{2(\max)} = 9,98$ kV, т. е. за 0,52 kV, односно за приближно 5% помалку од вредноста што сакаме да ја добиеме. Доколу со вака постигнатата вредност на напонот не сме задоволни, ќе бидат потребни и додатни зафати или пак примена на други средства за регулација на напонот.

Ако на пример, во случајов, напонот во напојната точка А се одржува на константна вредност $U_A = 113$ kV, независно од оптоварувањето, тогаш за истиот коефициент на трансформација $k = 10,75$ кај трансформаторите Т ќе добиеме (без инјектирање на реактивна моќност со помош на КБ):

$$U_{2(\max)} = 9,74 \text{ kV}, \quad U_{2(\min)} = 10,01 \text{ kV}.$$

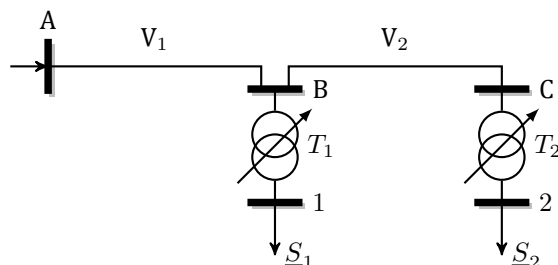
Лесно може да се покаже дека во ваквиот случај, условот $U_{2(\max)} = U_0 = 10,5$ kV ќе го постигнеме со инјектирање на само 30 Mvar ($Q_{\text{КБ}} = 27,2$ Mvar), но тоа повторно би довело до прекомпензација. Меѓутоа, ако се одлучиме на целосна компензација на товарот ($\Delta Q = Q_{\max} = 20$ Mvar, т. е. $\cos \varphi = 1$), ќе добиеме дека во режимот на максимално оптоварување напонот на собирници 10 kV ќе има вредност $U_{2(\max)} = 10,31$ kV, што е многу блиску до бараните 10,5 kV.



Пример 3.15. Дадена е надземна мрежа 35 kV која напојува два потрошувача (слика П.3.15.1). Во режимот на максимално оптоварување потрошувачите земаат од мрежата моќности:

$$\underline{S}_{1\max} = (7,5 + j3,63) \text{ MVA}, \quad \underline{S}_{2\max} = (5 + j3,75) \text{ MVA},$$

додека во режимот на минимално оптоварување моќностите што тие ги земаат се за 3 пати помали.



Слика П.3.15.1

Водовите V_1 и V_2 имаат еднакви должини што изнесуваат по 10 km и се со спроводници Al/Fe 95/15 mm²/mm² и соодветно на тоа имаат еднакви надолжни параметри $\underline{z} = (0,315 + j0,35) \Omega/\text{km}$. Напонот во напојната точка А се држи на константна вредност $U_A = 36,75 \text{ kV}$, независно од оптоварувањето во мрежата. Познати се и параметрите на трансформаторите T_1 и T_2 преку кои се напојува секој од потрошувачите:

T_1 : 10 MVA; $(38,5 \pm 2 \times 2,5\%)/11 \text{ kV/kV}$; $u_k = 7,5\%$; $\Delta P_{Cun} = 92 \text{ kW}$; $R_{T1} = 1,364 \Omega$; $X_{T1} = 11 \Omega$ (сведени на 35 kV);

T_2 : 7,5 MVA; $(38,5 \pm 2 \times 2,5\%)/11 \text{ kV/kV}$; $u_k = 7,5\%$; $\Delta P_{Cun} = 75 \text{ kW}$; $R_{T2} = 1,976 \Omega$; $X_{T2} = 14,69 \Omega$ (сведени на 35 kV);

Секој од трансформаторите има отцепи на намотката 35 kV за промена на преносниот однос во интервалот од -5% до $+5\%$ од номиналниот.

Потребно е да се одредат коефициентите на трансформација k_{T1} и k_{T2} на секој од трансформаторите така што отстапувањата на напонот во режимите на максимално и минимално оптоварување околу средната вредност да бидат приближно еднакви, а средната вредност на напоните кај потрошувачите да изнесува: $U_{10} = U_{20} = U_n = 10 \text{ kV}$.

Решение

Загубите на напон во поедините елементи во режимот на максимално оптоварување приближно ќе изнесуваат:

$$\Delta U_{AB(\max)} = \frac{(P_{1(\max)} + P_{2(\max)}) \cdot r + (Q_{1(\max)} + Q_{2(\max)}) \cdot x}{U_n} \cdot l_1 = 1,863 \text{ kV};$$

$$\Delta U_{BC(\max)} = \frac{P_{2(\max)} \cdot r + Q_{2(\max)} \cdot x}{U_n} \cdot l_2 = 0,825 \text{ kV};$$

$$\Delta U_{T1(\max)} = \frac{P_{1(\max)} \cdot R_{T1} + Q_{1(\max)} \cdot X_{T1}}{U_n} = 1,433 \text{ kV};$$

$$\Delta U_{T2(\max)} = \frac{P_{2(\max)} \cdot R_{T2} + Q_{2(\max)} \cdot X_{T2}}{U_n} = 1,856 \text{ kV}.$$

Со оглед на напред реченото ќе добиеме дека во режимот на минимално оптоварување овие загуби на напон ќе бидат за приближно 3 пати помали.

Според тоа, во режимот на максимално оптоварување, напоните кај одделните собирници ќе ги добијат следните вредности:

$$U_{B(\max)} = 34,887 \text{ kV}; \quad U_{C(\max)} = 34,062 \text{ kV};$$

$$U'_{1(\max)} = 33,454 \text{ kV}; \quad U'_{2(\max)} = 32,206 \text{ kV}.$$

Слично на тоа, во режимот на минимално оптоварување ќе ја добиеме следната напонска состојба:

$$U_{B(\min)} = 36,129 \text{ kV}; \quad U_{C(\min)} = 35,854 \text{ kV};$$

$$U'_{1(\min)} = 35,651 \text{ kV}; \quad U'_{2(\min)} = 35,235 \text{ kV}.$$

Според тоа имаме:

$$U'_{1, \text{cp.}} = \frac{U'_{1(\max)} + U'_{1(\min)}}{2} = 34,55 \text{ kV};$$

$$U'_{2, \text{cp.}} = \frac{U'_{2(\max)} + U'_{2(\min)}}{2} = 33,72 \text{ kV}.$$

За да се постигнат бараните услови

$$U_{1, \text{cp.}} = U_{10} = 10 \text{ kV и}$$

$$U_{2, \text{cp.}} = U_{20} = 10 \text{ kV},$$

коэффициентите на трансформација ќе треба да ги имаат следните вредности:

$$k_{T1o} = \frac{U'_{1, \text{cp.}}}{U_{10}} = \frac{34,55}{10} = 3,455;$$

$$k_{T2o} = \frac{U'_{2, \text{cp.}}}{U_{10}} = \frac{33,72}{10} = 3,372;$$

од каде што добиваме:

$$\alpha_{10} = \left(\frac{k_{T1o}}{k_{T1n}} - 1 \right) \cdot 100 = -1,28\%;$$

$$\alpha_{20} = \left(\frac{k_{T2o}}{k_{T1n}} - 1 \right) \cdot 100 = -3,66\%.$$

Усвојуваме $\alpha_1 = \alpha_2 = -2,5\%$ со што за коефициентите на трансформација добиваме:

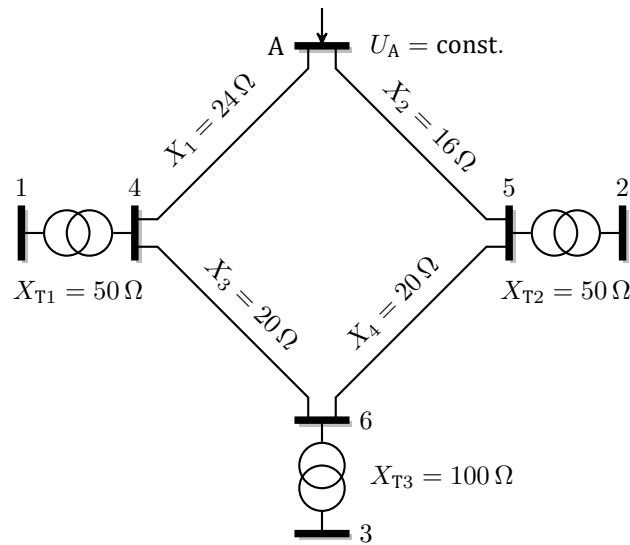
$$k_{T1} = k_{T2} = (1 - 2,5/100) \cdot 3,5 = 3,4125;$$

од каде што добиваме:

$$\begin{aligned} U_{1(\min)} &= 10,447 \text{ kV}; & U_{1(\max)} &= 9,803 \text{ kV}; & U_{1, \text{cp.}} &= 10,125 \text{ kV}; \\ U_{2(\min)} &= 10,325 \text{ kV}; & U_{2(\max)} &= 9,438 \text{ kV}; & U_{2, \text{cp.}} &= 9,88 \text{ kV}. \end{aligned}$$

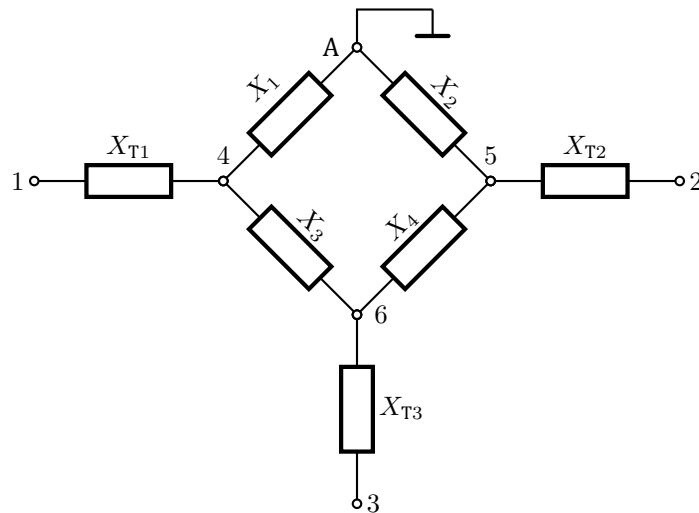
□ □ □

Пример 3.16. Да се одреди матрицата на реактанции $\mathbf{X}$ на краткоспојната мрежа за јазлите: 1, 2 и 3 од системот прикажан на сликата П.3.16.1. Реактанциите на одделните елементи од мрежата се дадени на сликата П.3.16.1.



Слика П.3.16.1

Решение



Слика П.3.16.2

Елементите на матрицата на реактанции X_{ij} ги одредуваме од прикажаната шема на краткоспојната мрежа на сликата П.3.16.2, со помош на следните изрази:

$$X_{ii} = X_{i, \text{вл.}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$X_{ij} = (X_{ii} + X_{jj} - X_{ij, \text{вл.}}) / 2, \quad i, j = 1, 2, 3, i \neq j,$$

каде што со $X_{i, \text{вл.}}$ е означена влезната реактанција во јазелот i (мерена во однос на земјата). Со $X_{ij, \text{вл.}}$ е означена влезната реактанција во однос на јазлите i и j . Според тоа ќе добиеме:

$$X_{11} = X_{T1} + X_1 \parallel (X_2 + X_3 + X_4) = 66,8 \Omega,$$

$$X_{22} = X_{T2} + X_2 \parallel (X_1 + X_3 + X_4) = 62,8 \Omega,$$

$$X_{33} = X_{T3} + (X_1 + X_3) \parallel (X_2 + X_4) = 119,8 \Omega.$$

$$X_{12, \text{вл.}} = X_{T1} + (X_1 + X_2) \parallel (X_3 + X_4) + X_{T2} = 120 \Omega,$$

$$X_{13, \text{вл.}} = X_{T1} + X_3 \parallel (X_1 + X_2 + X_4) + X_{T3} = 165 \Omega,$$

$$X_{23, \text{вл.}} = X_{T2} + X_4 \parallel (X_1 + X_2 + X_3) + X_{T3} = 165 \Omega.$$

Вондијагоналните елементи X_{ij} на бараната матрица, според тоа, ќе бидат:

$$\begin{aligned} X_{12} &= (X_{11} + X_{22} - X_{12, \text{вл.}})/2 = 4,8 \Omega, \\ X_{13} &= (X_{11} + X_{33} - X_{13, \text{вл.}})/2 = 10,8 \Omega, \\ X_{23} &= (X_{22} + X_{33} - X_{23, \text{вл.}})/2 = 8,8 \Omega. \end{aligned}$$

Конечно, матрицата $\mathbf{X}$ ќе биде:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 66,8 & 4,8 & 10,8 \\ 4,8 & 62,8 & 8,8 \\ 10,8 & 8,8 & 119,8 \end{bmatrix} \Omega.$$

Матрицата $\mathbf{X}$ можеме да ја добиеме и со примена на MATLAB. За таа цел прво ги внесуваме податоците за мрежата во датотека на следниот начин:

```

                                programi/naponi/granki_2.m
1 function granki = granki_2()
2 granki = [
3     0  4  24
4     0  5  16
5     4  6  20
6     6  5  20
7     1  4  50
8     5  2  50
9     6  3  100
10 ];

```

каде што јазелот А, кој е кусо споен со земјата, има индекс 0.

Потоа ја формираме матрицата $\mathbf{B}'$ и со нејзина инверзија ја добиваме матрицата $\mathbf{X}$ која во овој случај има 6 редици и колони, бидејќи во мрежата има 6 независни јазли.

```

>> B = matrica_b('granki_2');
>> X = full(B^-1)
X =
66.8000    4.8000   10.8000   16.8000    4.8000   10.8000
 4.8000   62.8000    8.8000    4.8000   12.8000    8.8000
10.8000    8.8000  119.8000   10.8000    8.8000   19.8000
16.8000    4.8000   10.8000   16.8000    4.8000   10.8000
 4.8000   12.8000    8.8000    4.8000   12.8000    8.8000
10.8000    8.8000   19.8000   10.8000    8.8000   19.8000

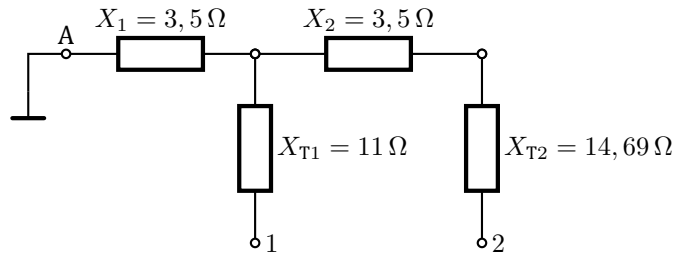
```

Доколку сакаме да ја добиеме матрицата $\mathbf{X}$ која се однесува само на јазлите: 1, 2 и 3 пишуваме:

```

>> X123 = X(1:3, 1:3)
X123 =
66.8000    4.8000   10.8000
 4.8000   62.8000    8.8000
10.8000    8.8000  119.8000

```



Слика П.3.17.1



Пример 3.17. Се разгледува мрежата од примерот 3.15, со реактанции на елементите на мрежата како на сликата П.3.17.1. Во режимот на максимално оптоварување, напоните кај потрошувачите изнесуваат $U_{1(\max)} = 9,803 \text{ kV}$ и $U_{2(\max)} = 9,438 \text{ kV}$. Со цел да се поправат напонските прилики во овој режим на работа, се предвидува инсталирање на кондензаторски батерии кај обата потрошувачи. Потребно е да се одредат вредностите ΔQ_1 и ΔQ_2 на реактивните моќности што ќе треба да се инјектираат на собирниците 1 и 2, така што нивните напони во режимот на максимално оптоварување да се покачат на вредноста: $U_{10(\max)} = U_{20(\max)} = U_n = 10 \text{ kV}$.

Решение

Овој проблем ќе го решиме со помош на матрицата на реактанции на независни јазли $\mathbf{X}$. За таа цел ќе ја формираме најнапред краткоспојната мрежа на реактанции, од каде што ќе ги одредиме елементите на матрицата $\mathbf{X}$:

$$\begin{aligned} X_{11} &= X_{T1} + X_1 = 14,5 \, \Omega, \\ X_{22} &= X_{T2} + X_2 + X_1 = 21,69 \, \Omega, \\ X_{12, \text{вл.}} &= X_{T1} + X_2 + X_{T2} = 29,19 \, \Omega, \\ X_{12} &= (X_{11} + X_{22} - X_{12, \text{вл.}})/2 = 3,5 \, \Omega, \end{aligned}$$

со што матрицата го има следниот изглед:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 14,5 & 3,5 \\ 3,5 & 21,69 \end{bmatrix} \Omega.$$

Според (3.24) можеме да ги напишеме следните две равенки:

$$\begin{aligned}\Delta U_1 &= X_{11} \cdot \frac{\Delta Q_1}{U_1} + X_{12} \cdot \frac{\Delta Q_2}{U_2} \\ \Delta U_2 &= X_{21} \cdot \frac{\Delta Q_1}{U_1} + X_{22} \cdot \frac{\Delta Q_2}{U_2}.\end{aligned}$$

во кои непознати величини се ΔQ_1 и ΔQ_2 .

Бидејќи реактанциите X_{ij} , што ги пресметавме, се сведени на страна 35 kV, ќе биде потребно и напоните, како и прирастите на напоните, да ги сведеме на страна 35 kV. Во тој случај ќе добиеме:

$$\begin{aligned}\Delta U_1 &= k_{T1} \cdot [U_{10(\max)} - U_{1(\max)}] = 3,4125 \cdot (10 - 9,803) = 0,67 \text{ kV}, \\ \Delta U_2 &= k_{T2} \cdot [U_{20(\max)} - U_{2(\max)}] = 3,4125 \cdot (10 - 9,438) = 1,92 \text{ kV}, \\ U_1 &= U_2 = k_{T1} \cdot U_{10(\max)} = k_{T2} \cdot U_{20(\max)} = 34,125 \text{ kV}.\end{aligned}$$

Потребните реактивни моќности ΔQ_1 и ΔQ_2 сега ќе ги добиеме решавајќи го системот равенки:

$$\begin{aligned}\Delta U_1 = 0,67 &= \frac{14,5}{34,125} \cdot \Delta Q_1 + \frac{3,5}{34,125} \cdot \Delta Q_2, \\ \Delta U_2 = 1,92 &= \frac{3,5}{34,125} \cdot \Delta Q_1 + \frac{21,69}{34,125} \cdot \Delta Q_2,\end{aligned}$$

од каде што се добива решението:

$$\begin{aligned}\Delta Q_1 &= 0,88 \text{ Mvar}, \\ \Delta Q_2 &= 2,88 \text{ Mvar}.\end{aligned}$$

Системот равенки можеме да го решиме со MATLAB на следниот начин:

```
>> X = [14.5 3.5; 3.5 21.69];
>> dQ = X\[0.67; 1.92]*34.125
dQ =
    0.8820
    2.8784
```

□ □ □

3.8 Оптимална големина на компензационите уреди

Веќе видовме дека инјектирањето на реактивна моќност во еден јазел ќе предизвика промени на напоните кај сите останати јазли, при што промената на напоните се определува со помош на релацијата (3.23) која претставува систем од линеарни равенки.

Честопати е потребно да определиме колкави да бидат инјектираните моќности во определени јазли за да се постигнат посакувани промени на напоните. Одговорот ќе го добиеме со решавање на системот равенки (3.23), а тоа ќе можеме да го направиме само ако тој содржи онолку равенки, колку што имаме непознати инјектирани реактивни моќности.

Тоа значи дека, ако сакаме да ги промениме напоните на определено множество од m јазли, тогаш ќе треба да претпоставиме дека во мрежата ќе имаме и m инјекции на реактивна моќност чии вредности ќе ги добиеме со решавање на систем од m линеарни равенки како што беше направено во примерот 3.17.

Но проблемот во праксата, може да биде поставен и поинаку: да се определат инјектираните моќности на компензационите уреди поставени во едно множество од m јазли, при што треба да се постигне определено ниво на напоните во друго множество од јазли, кое може да се разликува од првото. Уште повеќе, се поставува барање целта да се постигне со што е можно помали инјектирани реактивни моќности што ќе значи и помали компензациони уреди, а со тоа и помала цена.

Доколку ги занемариме трошоците за приклучните елементи и за заштита на компензационите уреди проблемот математички можеме да го опишеме на следниот начин: да се најде минимум на функцијата F која е еднаква на сумата од непознатите инјекции на реактивни моќности

$$\min F = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_m, \quad (3.25)$$

при што треба да се исполнети следните ограничувања за напоните:

$$\mathbf{U}^o + \Delta \mathbf{U} \geq \mathbf{U}^{\min}, \quad (3.26)$$

каде што $\mathbf{U}^o$ се напоните на јазлите пред поставувањето на компензационите уреди, $\Delta \mathbf{U}$ се промените на напоните предизвикани од поставувањето на компензационите уреди, а $\mathbf{U}^{\min}$ се минималните дозволени вредности на напоните.

Од равенката (3.23) за промените на напоните добиваме:

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{X} \cdot [\text{diag}(\mathbf{U})]^{-1} \Delta \mathbf{Q}, \quad (3.27)$$

Доколку ја воведеме следната матрица

$$\mathbf{H} = \mathbf{X} \cdot [\text{diag}(\mathbf{U})]^{-1}, \quad (3.28)$$

тогаш ограничувањето (3.26) ќе го добие обликот:

$$\mathbf{H} \cdot \Delta \mathbf{Q} \geq \mathbf{U}^{\min} - \mathbf{U}^o. \quad (3.29)$$

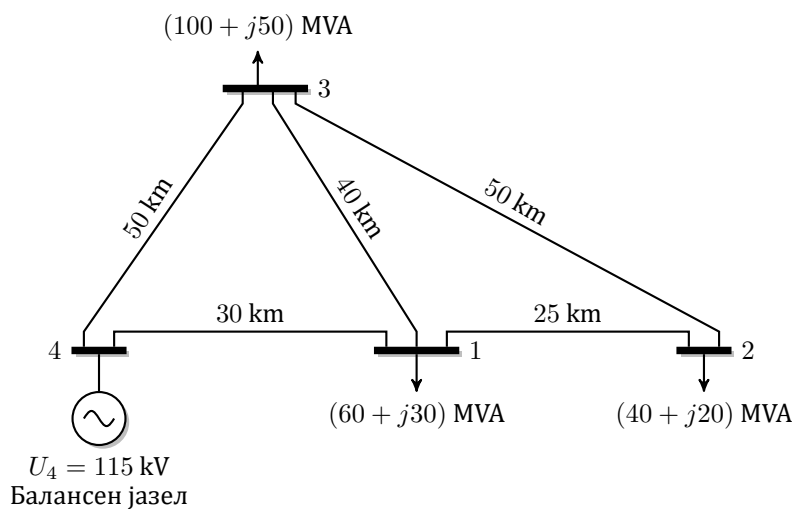
Со изразите (3.25) и (3.29) е дефиниран оптимизационен проблем кој е познат под името линеарно програмирање затоа што функцијата F е линеарна, бидејќи е проста сума од непознатите инјектирани моќности, а и ограничувањата се исто така линеарни.

Пример 3.18. На сликата е прикажана преносна мрежа 110 kV во која сите водови имаат меѓусебно еднакви надолжни параметри: $r = 0,13 \Omega/\text{km}$; $x = 0,4 \Omega/\text{km}$ и $b = 2,75 \mu\text{S}/\text{km}$, додека нивните должини се дадени на сликата П.3.18.1. Во мрежата постојат потрошувачи во јазлите: 1, 2 и 3 со моќности прикажани на сликата, додека јазелот 4 е напоен јазел со познат напон.

Во мрежата е предвидено да се постават 2 компензациони уреди, при што се разгледуваат 3 варијанти:

1. компензационите уреди се поставени во јазлите 1 и 3,
2. компензационите уреди се поставени во јазлите 1 и 2,
3. компензационите уреди се поставени во јазлите 2 и 3.

За сите 3 варијанти да се определи најмалата сума од реактивните моќности на двата компензациони уреда, така што вредноста на напоните на сите јазли да не биде пониска од 0,95 pu.



Слика П.3.18.1

Решение

Податоците за мрежата ги сместуваме во соодветна датотека на следниот начин:

```

programi/naponi/ees_4.m
1 function ees = ees_4()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.Us = 115/110;
4 ees.jazli = [
5     1  110  -60  -30
6     2  110  -40  -20
7     3  110 -100  -50
8     4  110   0   0
9 ];
10 ees.granki = [
11     4  1  0.0322  0.0992  0.0100
12     4  3  0.0537  0.1653  0.0166
13     1  3  0.0430  0.1322  0.0133
14     2  1  0.0269  0.0826  0.0083
15     2  3  0.0537  0.1653  0.0166
16 ];

```

а потоа со програмата `naponi_pq` ги пресметуваме напоните на јазлите пред да се постават компензационите уреди со што добиваме:

$$U_1^o = 0,9390 \text{ pu}; \quad U_2^o = 0,9118 \text{ pu}; \quad U_3^o = 0,9161 \text{ pu}.$$

Имајќи предвид дека минималниот напон треба да изнесува 0,95 pu, десната страна од ограничувањата (3.29) ќе ги има следните вредности:

$$\mathbf{D} = \mathbf{U}^{\min} - \mathbf{U}^o = \begin{bmatrix} 0,0110 \\ 0,0382 \\ 0,0339 \end{bmatrix} \text{ pu}.$$

Со помош на програмата `matrica_b` можеме да ја пресметаме матрицата $\mathbf{B}'$, а потоа да пресметаме $\mathbf{X} = (-\mathbf{B}')^{-1}$ и со примена на (3.28) да добиеме:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0,0758 & 0,0691 & 0,0510 \\ 0,0671 & 0,1285 & 0,0658 \\ 0,0498 & 0,0661 & 0,0954 \end{bmatrix} \text{ pu}.$$

Случај бр. 1

Во овој случај функцијата на цел го има следниот облик:

$$F = \Delta Q_1 + \Delta Q_3,$$

затоа што поставуваме 2 компензациони уреда, едниот во јазел 1, а другиот во јазел 3.

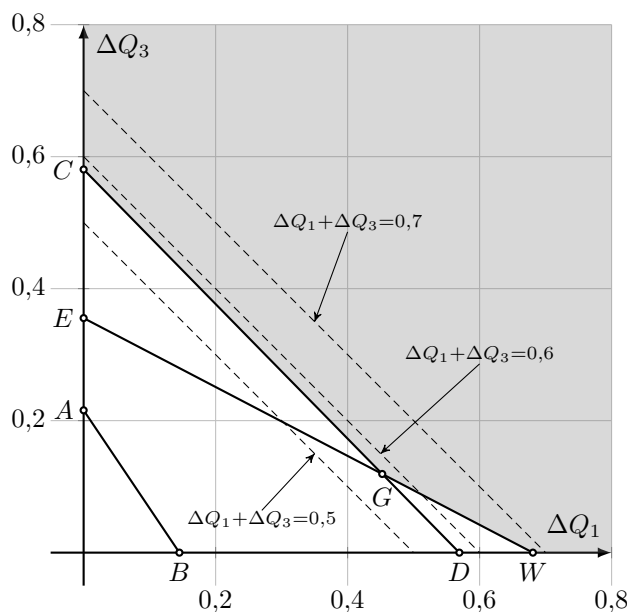
Ограничувањата, дефинирани со релацијата (3.29), ќе ги добиеме така што од матрицата **H** ќе ги земеме колоните 1 и 3 затоа што компензационите уреди се поставени во тие два јазла. Според тоа, имаме:

$$0,0758 \cdot \Delta Q_1 + 0,0510 \cdot \Delta Q_3 \geq 0,0110;$$

$$0,0671 \cdot \Delta Q_1 + 0,0658 \cdot \Delta Q_3 \geq 0,0382;$$

$$0,0498 \cdot \Delta Q_1 + 0,0954 \cdot \Delta Q_3 \geq 0,0339.$$

Бидејќи имаме само две променливи, проблемот можеме да го решиме графички, при што ќе користиме координатен систем каде што оските се променливите ΔQ_1 и ΔQ_3 , како што е прикажано на сликата П.3.18.2.



Слика П.3.18.2

На сликата П.3.18.2, со отсечките: $A-B$, $C-D$ и $E-W$ се нацртани ограничувањата при што е земено дека тие се дадени во форма на равенства. Бидејќи решението го бараме за случај кога ограничувањата се дадени со знакот $\geq$ и кога е $\Delta Q_1 \geq 0$ и $\Delta Q_3 \geq 0$, тогаш областа во која може да се наоѓа решението е во првиот квадрант и тоа над сите три нацртани отсечки. Таа област на сликата П.3.18.2 е означена со сива површина.

На сликата П.3.18.2 со испрекинати отсечки се нацртани сегменти од правите: $\Delta Q_1 + \Delta Q_3 = 0,7$; $\Delta Q_1 + \Delta Q_3 = 0,6$ и $\Delta Q_1 + \Delta Q_3 = 0,5$ во првиот квадрант. На точките од овие сегменти функцијата на цел F има вредност: 0,7; 0,6 и 0,5 соодветно.

Како што можеме да видиме од сликата П.3.18.2 сите точки од сегментот $\Delta Q_1 + \Delta Q_3 = 0,7$ лежат во засенчената област, што значи сите тие се кандидати за решение кое ги исполнува сите ограничувања. Од друга страна, ниту една од точките на сегментот $\Delta Q_1 + \Delta Q_3 = 0,5$ не е во засенчената област, така што заклучуваме дека функцијата на цел не може да биде 0,5, бидејќи во тој случај не постојат вредности за ΔQ_1 и ΔQ_3 кои ги исполнуваат сите ограничувања.

Бидејќи со намалување на F непрекинатите отсечки се поместуваат од горе-десно кон долу-лево на сликата, со намалување на F треба да прекинеме во оној момент, кога само една точка од некоја непрекината отсечка ќе припаѓа во засенчената област. Од сликата лесно може да се забележи дека ваквиот граничен случај ќе се добие кога спуштајќи го надолу непрекинатиот сегмент ќе ја допреме точката G . Што значи, најдоброто решение, со најмала вредност на F , т. е. најмал збир $\Delta Q_1 + \Delta Q_3$, се добива во пресекот на отсечките $C-D$ и $E-W$.

Според тоа, резултатот ќе го добиеме како решение на следниот систем равенки:

$$0,0671 \cdot \Delta Q_1 + 0,0659 \cdot \Delta Q_3 = 0,0382;$$

$$0,0498 \cdot \Delta Q_1 + 0,0955 \cdot \Delta Q_3 = 0,0339;$$

од каде добиваме:

$$\Delta Q_1 = 0,4532 \text{ pu} = 45,32 \text{ Mvar}; \quad \Delta Q_3 = 0,1186 \text{ pu} = 11,86 \text{ Mvar};$$

со што за функцијата на цел имаме:

$$F = 0,5719 \text{ pu} = 57,19 \text{ Mvar}.$$

По поставувањето на компензационите уреди, напоните ќе се зголемат за вредноста ΔU и ќе ги имаат следните нови вредности:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^o + \mathbf{H} \cdot \Delta \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,9390 \\ 0,9118 \\ 0,9161 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0758 & 0,0510 \\ 0,0671 & 0,0658 \\ 0,0498 & 0,0954 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,4532 \\ 0,1186 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0,9794 \\ 0,9500 \\ 0,9500 \end{bmatrix} \text{ pu}.$$

Случај бр. 2

Во вториот случај, бидејќи компензационите уреди се во јазлите 1 и 2, ограничувањата ги пишуваме земајќи ги колоните 1 и 2 од матрицата

Н со што добиваме:

$$0,0758 \cdot \Delta Q_1 + 0,0691 \cdot \Delta Q_2 \geq 0,0110;$$

$$0,0671 \cdot \Delta Q_1 + 0,1285 \cdot \Delta Q_2 \geq 0,0382;$$

$$0,0498 \cdot \Delta Q_1 + 0,0661 \cdot \Delta Q_2 \geq 0,0339.$$

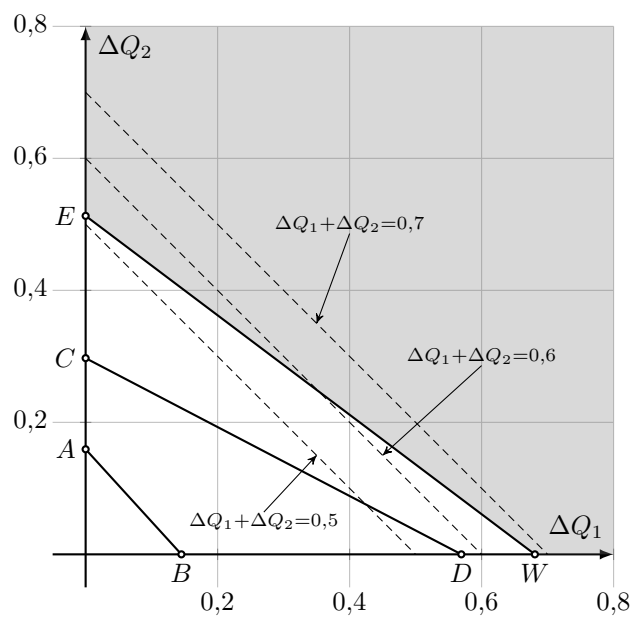
Повторувајќи ја постапката од претходниот случај, но овојпат според сликата П.3.18.3, заклучуваме дека оптималното решение се наоѓа во точката E односно во пресеко на правата

$$0,0498 \cdot \Delta Q_1 + 0,0661 \cdot \Delta Q_2 = 0,0339;$$

со ординатната оска, така што имаме:

$$\Delta Q_1 = 0; \quad \Delta Q_2 = 0,5124 \text{ pu} = 51,24 \text{ Mvar};$$

$$F = 0,5124 \text{ pu} = 51,24 \text{ Mvar}.$$



Слика П.3.18.3

По компензацијата напоните ќе ги имаат следните вредности:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0,9744 \\ 0,9776 \\ 0,9500 \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

Случај бр. 3

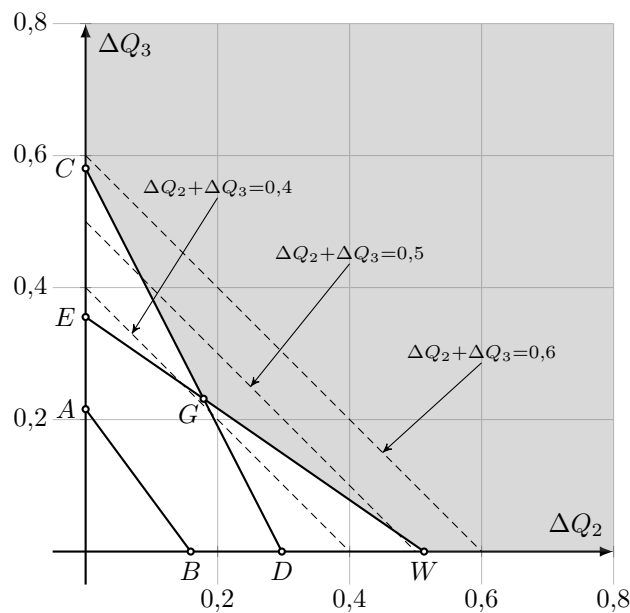
Во последниот случај според релацијата (3.29) користејќи ги колоните 2 и 3 од матрицата **Н** ги пишуваме следните ограничувањата:

$$0,0691 \cdot \Delta Q_2 + 0,0510 \cdot \Delta Q_3 \geq 0,0110;$$

$$0,1285 \cdot \Delta Q_2 + 0,0658 \cdot \Delta Q_3 \geq 0,0382;$$

$$0,0661 \cdot \Delta Q_2 + 0,0954 \cdot \Delta Q_3 \geq 0,0339.$$

што се нацртани на сликата П.3.18.4.



Слика П.3.18.4

Постапувајќи како и претходно заклучуваме дека, оптималното решение се наоѓа во точката *G* која е пресек на отсечките *C-D* и *E-F*, така што резултатот ќе го добиеме како решение на следниот систем равенки:

$$0,1285 \cdot \Delta Q_2 + 0,0658 \cdot \Delta Q_3 = 0,0382;$$

$$0,0661 \cdot \Delta Q_2 + 0,0954 \cdot \Delta Q_3 = 0,0339;$$

од каде добиваме:

$$\Delta Q_2 = 0,1791 \text{ pu} = 17,91 \text{ Mvar}; \quad \Delta Q_3 = 0,2311 \text{ pu} = 23,11 \text{ Mvar};$$

$$F = 0,4101 \text{ pu} = 41,01 \text{ Mvar}.$$

Споредувајќи го ова решение со претходните две, забележуваме дека тоа има најмала вредност за F , така што испаѓа дека е најдобро компензационите уреди да се поставени во јазлите 2 и 3.

Напоните, по компензацијата, ќе ги имаат следните вредности:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0,9632 \\ 0,9500 \\ 0,9500 \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

□ □ □

Пример 3.19. Да се реши примерот 3.18 со примена на MATLAB и GNU Octave.

Решение

Како што е познато во MATLAB постои функцијата `linprog`² која е наменета за решавање на проблеми дефинирани во форма на линеарно програмирање. Таа е искористена во `qopt_1.m`.

programi/naponi/qopt_1.m

```

① 1 ees = ees_4;
   2 U0 = naponi_pq(ees);
   3 U0 = U0(1:3)/110;
② 4 granki = ees.granki(:, [1 2 4]);
   5 granki(granki(:, 1) == 4, 1) = 0;
   6 B = matrica_b(granki);
   7 X = full(B^-1);
③ 8 H = X * diag(1./U0);
   9 D = 0.95 - U0;
④ 10 kombinacii = [1 3
                  11 1 2
                  12 2 3];
   13 opt = optimoptions('linprog', ...
   14 'Display', 'off', 'Algorithm', 'dual-simplex');
⑤ 15 for i = 1:3
   16     jazli = kombinacii(i, :)
   17     H1 = H(:, jazli);
   18     [dQ,F,info] = linprog([1 1], -H1, -D, [], [], [0 0], [], opt)
   19     U = U0 + H1*dQ
   20 end

```

Програмата `qopt_1` се состои од следните главни делови:

- ① Читање на податоците за системот и пресметка на напоните $\mathbf{U}^0$.
- ② Формирање на матрицата `granki` во која се содржани само почетните и крајните јазли на гранките и нивните реактанции. Индексот на јазелот 4 е заменет со 0, што значи дека тој јазел е

²Начинот на користење на `linprog`, `glpk` и `YALMIP` е даден во Прилог F

заземјен, бидејќи неговиот напон се одржува на константна вредност. Со функцијата `matrica_b` се пресметува матрицата **B'** и на крајот се добива матрицата **X**.

- ③ Пресметување на матриците **H** и **D** кои се користат во ограничувањата дефинирани со (3.29).
- ④ Дефинирање на трите варијанти за поставување на компензационите уреди.
- ⑤ Решавање на линеарното програмирање за сите варијанти, при што за секоја варијанта се одделуваат соодветни колони од матрицата **H** кои одговараат на јазлите каде што се поставуваат компензационите уреди.

По извршувањето на програмата `qopt_1.m` се добиваат истите резултати како во примерот 3.18.

Решението во GNU Octave е дадено во `qopt_1_octave.m` и тоа се разликува од решението во MATLAB само по тоа што редицата 18 од `qopt_1.m` треба да се замени со следната редица:

```
[dQ,F,info] = glpk([1 1], H1, D, [0 0], [], 'LLL', 'CC')
```

На крајот ќе прикажеме како може разгледуваниот проблем да се опише и реши со помош на библиотеката YALMIP.

programi/naponi/qopt_1_bin.m

```

① 1 ees = ees_4;
   2 U0 = naponi_pq(ees);
   3 U0 = U0(1:3)/110;
② 4 granki = ees.granki(:, [1 2 4]);
   5 granki(granki(:, 1) == 4, 1) = 0;
   6 B = matrica_b(granki);
   7 X = full(B^-1);
   8 H = X * diag(1./U0);
   9
③ 10 Q = sdpvar(3,1);
   11 a = binvar(3,1);
④ 12 funkcija = sum(Q);
   13 ogranicuvanja = [
   14     H*Q >= 0.95 - U0
   15     0 <= Q <= a*2
   16 ];
⑤ 17 opis = optimize(ogranicuvanja, funkcija);
   18 Q = value(Q)
   19 a = value(a)
   20 f = value(funkcija)

```

Програмата `qopt_1_bin` се состои од следните главни делови:

- ① Исто како кај `qopt_1.m`.
- ② Исто како кај `qopt_1.m`.
- ③ Дефинирање на векторот **Q** со 3 реални променливи кои претставуваат инјекциите на реактивна моќност во јазлите. Дефинирање на векторот **a** со 3 бинарни променливи, со вредности 0 и 1, со кои

се одредува во кој од јазлите треба да се постави компензационен уред. Ако променливата има вредност еднаква на 1, тогаш во дадениот јазел ќе се постави компензационен уред и обратно.

- ④ Дефинирање на функцијата на цел и ограничувањата. Се забележува дека тие се напишани онака, како и што се дефинирани со изразите (3.25) и (3.29) без да формираме посебни вектори и матрици кои се употребуваат во linprog и glpk. Само ќе нагласиме дека, изборот на локации каде што ќе има компензациони уреди е зададен со ограничувањето $0 \leq Q \leq a \cdot 2$, каде што всушност е дефинирано дека горната граница за реактивна моќност е еднаква на $a \cdot 2$. Тоа значи дека ако за даден јазел бинарната променлива е еднаква на 0, тогаш и долната и горната граница за реактивната моќност ќе бидат еднакви на 0, што значи дека во тој јазел нема да има компензационен уред (т. е. ќе има уред со $Q = 0$). За јазли кај кои бинарната променлива е еднаква на 1, горната граница за реактивна моќност е еднаква на $2 \text{ pu} = 200 \text{ Mvar}$ што е доволно висока вредност за да се опфатат сите потенцијални решенија.
- ⑤ Решавање на проблемот и пресметка на вредностите на проблемот.

Со извршување на програмата го добиваме следното решение:

```
>> qopt_1_bin
Q =
    0
    0.1791
    0.2311
a =
    0
    1
    1
f = 0.4101
```

од каде што забележуваме дека, компензациони уреди треба да има во јазлите 2 и 3 со моќности од 0,1791, пу и 0,2311 пу што е исто решение како и претходно.

На ваков начин со примена на YALMIP многу полесно го опишуваме и решаваме проблемот. Што е уште поважно, со користењето на бинарни променливи не треба да ги дефинираме и проверуваме сите можни варијанти, затоа што во позадина тоа го прави glpk и ја одредува најдобрата можна варијанта.

□ □ □

4

КУСИ ВРСКИ ВО ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

4.1 Воведни напомени

Елементите на ЕЕС се перманентно изложени на разни оштетувања. Причините за ваквите оштетувања се разни:

- атмосферски празнења,
- неисправност на опремата,
- лошо изведени манипулации,
- незнаење или невнимание на луѓето/персоналот кои доаѓаат во близина на далекуводите или енергетските кабли и
- друго.

Оштетувањата што доведуваат до електричен спој помеѓу деловите кои во нормални околности се наоѓаат на различни потенцијали се нарекуваат куси врски.

Во режимот на куса врска низ спојното место и низ гранките од самата мрежа течат струи кои се многукратно поголеми од нормалните погонски струи. Доколку местото на кусата врска не се издвои благовремено од изворите на напојување, тогаш може да дојде до оштетување или уништување на опремата низ која течат струите на кусата врска, а понекогаш може да дојде и до распаѓање на целиот ЕЕС.

Посебен вид на куса врска е таканаречениот земјоспој. Земјоспојот претставува спој помеѓу една од фазите и земјата во изолирана или компензирана мрежа. Струјата на земјоспојот се должи на постоењето на капацитетите на надземните водови и каблите спрема земја и има умерена јачина која се мери со амperi. Кога ќе настане земјоспој, низ местото на грешката ќе тече струјата на земјоспој (која често се нарекува и струја на доземен спој). Таа со својата големина не претставува таква опасност како струјата на куса врска, па затоа погонот на ваквата мрежа е можен и кога постои земјоспој во неа. Меѓутоа, доколку земјоспојот трае долго време (неколку часови), тој лесно може да премине во куса

врска на ослабените места на изолацијата, поради што земјоспојот треба да се елиминира за кратко време.

Познавањето на состојбата во мрежата за време на куса врска е неопходно од повеќе причини, а самата аналитичка постапка со која се определува оваа состојба се нарекува пресметка на кусите врски. Анализата на струјните и напонските прилики за време на кусата врска во една мрежа е неопходна и честа операција. Пресметката на кусите врски во една мрежа, односно систем, претставува тековен процес кој се врши многу често, затоа што се можни промени на конфигурацијата на мрежата и доградби. Податоците од пресметувањата на режимот на куса врска се користат за повеќе цели од кои овде ќе бидат наброени само поважните:

- избор и димензионирање на елементите од мрежата, во прв ред на: генераторите, трансформаторите и енергетските кабли;
- определување на параметрите (карактеристиките) на расклопната опрема и заземјувачкиот систем во разводните постројки;
- потреби на краткорочното и долгорочното планирање на развојот на електричната мрежа и електроенергетскиот систем воопшто;
- формирање на системите на заштита и избор на параметрите на заштитните уреди;
- анализа на разните пречки во мрежата;
- анализа на влијанието на енергетските водови врз околната средина (опасности од превисоки напони на чекор и допир, влијание врз телекомуникациските водови и слично);
- анализи на динамичката стабилност на ЕЕС, итн..

4.1.1 Причини за појава на кусите врски

Фазните спроводници на елементите од ЕЕС (спроводниците на надземните водови и каблите, собирниците во разводните постројки, фазните намотки на генераторите, трансформаторите и другите електрични машини) се наоѓаат трајно на различни потенцијали, поради што мораат да бидат изолирани како меѓусебно, така и во однос на земјата. Применетото изолационо ниво, од кое зависи издржливоста на употребената изолација на напонските напрегања, е усогласено со номиналниот, односно највисокиот погонски напон во мрежата и е резултат на низа претходни техничко-економски анализи, вршени уште во фазата на проектирањето на мрежата (системот). Тоа претставува издржливост на изолациониот систем на неколку договорно утврдени типични видови електрични напрегања до кои може да дојде во погонот.

Изолацијата на елементите, значи, не се избира така, за да ги издржи сите електрични напрегања што ќе се јават во погонот, бидејќи тоа би

било премногу скапо и нерационално, туку се допушта и однапред се смета со тоа дека таа понекогаш ќе „попусти“ и повремено ќе доаѓа до нејзин пробив. Во тој случај, на местото на пробивот (коешто понатаму ќе го нарекуваме место на грешка) доаѓа до спој помеѓу делови од мрежата кои имаат различни потенцијали, додека самиот спој се нарекува куса врска.

Причини за пробив на изолацијата и за појава на куси врски има многу. Една од почестите причини за тоа е појавата на пренапони во мрежата.

Покрај трајното напрегање на изолацијата под дејство на погонскиот напон со фреквенција 50 Hz, честопати доаѓа до појава и на кратковремени напрегања на изолацијата под дејство на разни пренапони кои можат да се јават во електричните системи. Овие пренапони, според нивното потекло, можат да се поделат во две групи: внатрешни (комутациони) и надворешни (атмосферски).

Внатрешните пренапони во електричните мрежи се последица на разни комутации (вклучувања и исклучувања) во мрежата и се јавуваат во преодниот период. Се карактеризираат со висока фреквенција и кратко времетраење. Редот на големината на овој вид пренапони варира во зависност од типот на комутацијата, но понекогаш може да достигне и до 4 пати поголема вредност од номиналниот напон на мрежата. Бидејќи нивната појава е неизбежна, единствено средство за заштита од нив е правилното димензионирање на изолацијата.

Атмосферските пренапони имаат сосема друга природа и нивната појава има случаен карактер. Тие се јавуваат при удар на гром во електричната мрежа или во нејзината близина и затоа се нарекуваат и надворешни пренапони. Иако се краткотрајни (нивното времетраење е од редот на 100 μ s), нивната големина е далеку поголема од електричната цврстина на изолацијата (и по неколку милиони волти) и како такви се најопасни од сите можни видови на пренапони. Нивната појава често предизвикува куси врски или друг вид оштетувања во мрежата.

Врз база на статистички податоци се проценува дека 1/3 од вкупниот број на кусите врски што се јавуваат во електроенергетските системи се директна последица од појавата на атмосферските пренапони.

Причините за настанување на пробив на изолацијата, по својата природа, се краткотрајни (атмосферски или комутациони пренапони) или трајни (зголемен погонски напон, стационарни пренапони поради Ферантиев ефект или пренапони при земјоспој и друго). Трајните пренапони можат да траат и по неколку часа. Краткотрајните причини се почести (околу 80%), а само околу 20% проценти од причините за појава на куси врски се регистрираат како трајни.

Куси врски настануваат и поради механички повреди на елементите од мрежата какви што се:

- прекин на спроводник кај надземен вод и негово паѓање на земјата,
- механичка повреда на кабел,
- паѓање на гранка врз надземен вод,
- испреплетување на фазните спроводници на водот под дејство на силен ветар,
- друго.

До куса врска може да дојде и при неправилни и невнимателни манипулации со расклопните апарати во постројките и друго. До пробив на изолацијата и до појава на куса врска може да дојде и поради онечистување (загадување) на изолацијата (нафаќање на влага и нечистотија на нејзината површина поради аерозагадување), но пробивот може да настане и поради нејзиното стареење (органската изолација кај генераторите, трансформаторите, каблите и другите елементи со текот на времето ги губат своите механички и изолациони особини, т. е. велиме дека таа „старее“).

Понекогаш причината за појава на куса врска е комбинирана – пренапон со умерен интензитет дејствува врз загадена или остарена изолација, па како резултат на сето тоа доаѓа до електричен пробив и до појава на куса врска, макар што ниту едната, ниту другата причина сами за себе не се доволни да ја предизвикаат кусата врска.

Птиците и животните исто така можат да бидат причина за појава на куси врски.

Статистиката вели дека кусите врски најмногу настануваат на далекуводите и во електричната мрежа (околу 75%). Останатите 25% од кусите врски настануваат во електричните центри и разводните постројки.

Како што се гледа од погоре кажаното, спојот на местото на грешката може да биде директен (галвански), но многу почесто тој се воспоставува преку електричен лак. Отпорот на електричниот лак е, за потребите на пресметките, речиси секогаш занемарливо мал, па затоа пресметките на кусите врски се прават под претпоставката дека на местото на грешката имаме директен („метален“ спој), без никаков преоден отпор.

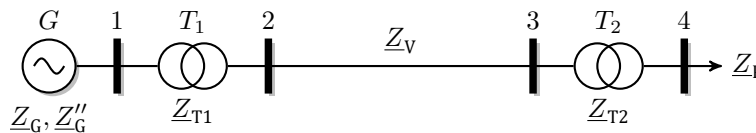
На местото на грешката низ настанатиот спој тече „струјата на куса врска“. Нејзината големина зависи од вредноста на напонот што постоел на местото на грешката пред настанувањето на кусата врска и од импеданцијата на струјното коло затворено со самата грешка. По правило, струјата на куса врска е неколкукратно поголема од струјата во нормален погон.

4.1.2 Штетни последици од кусите врски

Штетните последици од кусите врски се одразуваат на изворите на електрична енергија, на некои од елементите на мрежата и на потрошувачите на електрична енергија. Последиците од појава на кусите врски потекнуваат од зголемената вредност на струјата во овој режим, која врши термичко и динамично напрегање на елементите на системот. Кои од елементите на мрежата ќе бидат најмногу опфатени со опасното дејство на кусата врска, зависи од местото на грешката, т. е. од оддалеченоста на елементот од местото каде што таа настанала.

Појавата на куса врска во мрежата создава затворени струјни кола со многу мала вкупна импеданција, а струите низ нив се ограничени само од импеданциите на преносните водови, трансформаторите и внатрешните реактанции на генераторите, кои на почетокот од режимот на кусата врска се значително намалени. Затоа, струите во овој режим можат да бидат многу поголеми, од струите кои течат низ елементите од мрежата во нормален режим на работа, и можат за многу кратко време, да ги загреат спроводниците од елементите над дозволената температура и со тоа да предизвикаат нивно оштетување или уништување т. е. исфрлање на дел од елементите на системот надвор од погонот за подолго време.

Како илустрација на погоре кажаното ќе ни послужи примерот прикажан на сликата 4.1.



Слика 4.1

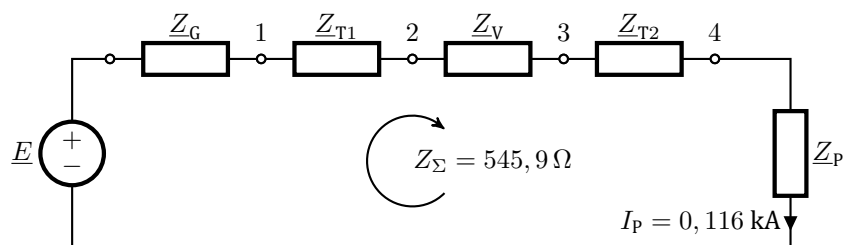
Нека се познати импеданциите на елементите од системот сведени на исто напонско ниво:¹

$$\begin{aligned} \underline{Z}_G &= j290 \, \Omega, \quad \underline{Z}_G'' = j35 \, \Omega, \quad \underline{Z}_{T1} = \underline{Z}_{T2} = (0,75 + j24) \, \Omega, \\ \underline{Z}_V &= (7,5 + j24) \, \Omega, \quad \underline{Z}_P = (194 + j145) \, \Omega. \end{aligned}$$

Во тој случај за вкупната импеданција $\underline{Z}_\Sigma$ на струјното коло образувано од генераторот, преносниот систем и потрошувачот, од која зависи струјата во него, ќе добиеме:

$$\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_G + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_V + \underline{Z}_{T2} + \underline{Z}_P = (202,25 + j507) \, \Omega = 545,9 \cdot e^{j68,3^\circ} \, \Omega.$$

¹Значењата на $\underline{Z}_G$ и $\underline{Z}_G''$ се објаснети во секцијата 4.5.1



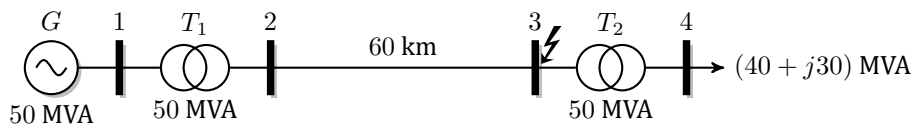
Слика 4.2

Струјата I_P на потрошувачот, којашто циркулира во оваа контура ќе биде:

$$I_P = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot Z_\Sigma} = \frac{110}{\sqrt{3} \cdot 545,9} = 0,116 \text{ kA}.$$

Да замислиме сега дека настанала трифазна куса врска на собирниците 3. Тогаш вкупната импеданција Z''_Σ на струјното коло во коешто ќе тече струјата на куса врска, согласно долната слика, ќе се намали и ќе биде:

$$Z''_\Sigma = Z''_G + Z_{T1} + Z_V = (8,25 + j83) \Omega = 83,4 \cdot e^{j84,3^\circ} \Omega.$$



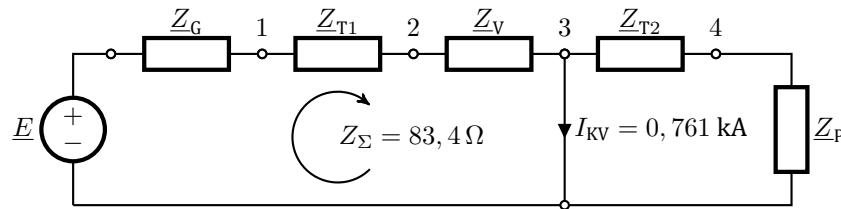
Слика 4.3

Се разбира дека во режимот на куса врска, струјата којашто сега се нарекува струја на кусата врска, ќе биде поголема бидејќи нејзе ѝ се спротивставува помала вкупна импеданција и за нејзината ефективна вредност може да се напише:

$$I_{KV} = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot Z''_\Sigma} = \frac{110}{\sqrt{3} \cdot 83,4} = 0,761 \text{ kA} \approx 6,6 \cdot I_P.$$

Значи, со појавата на кусата врска во системот дошло до нагло зголемување на струјата низ новата контура за околу 6,6 пати.

Штетните последици од кусите врски се резултат на две основни појави во мрежата во овој режим, и тоа:



Слика 4.4

- наголемување на струјата и
- паѓање на напонот.

Штетните последици од наголемената струја настануваат поради нејзиното динамичко и термичко дејство. Динамичкото дејство се должи на големата вредност на ударната струја на кусата врска и може да предизвика оштетување или разорување на одделни делови на електричните уреди, како на пример, деформација на шините во разводните постројки, деформации и оштетувања на разделувачите (раставувачите), прекинувачите и друго.

Потрошувачите во близина на местото на кусата врска трпат од нагло паѓање на напонот, кој на самото место на грешката паѓа на нула.

За динамичкото дејство на струјата на куса врска е меродавна максималната моментна вредност на струјата во режимот на куса врска. Таа се постига веднаш на почетокот, приближно по $1/100$ од секунда од моментот на настанување на кусата врска, т. е. една полупериода по нејзиното настанување. Максималната моментна вредност на струјата на куса врска се нарекува ударна струја на куса врска. Таа е меродавна за големината на механичките напрегања на елементите од мрежата.

За да се избегне динамичкото дејство на струјата на куса врска, т. е. да не дојде до механички напрегања кои можат да бидат разурнувачки за одделни елементи од мрежата, потребно е процесот на кусата врска да се прекине пред истекот на времето од $1/100$ од секунда, кога струјата на кусата врска ја достигнува ударната вредност. Како што е познато, во високонапонските мрежи каде што кусите врски се исклучуваат со помош на прекинувачи, струјата може да се прекине само во моментот кога таа минува низ нулата, што значи, невозможно е таа да се прекине пред да ја постигне својата максимална вредност. Затоа е потребно елементите на мрежата да се димензионираат така, да бидат способни да ги издржат механичките напрегања што можат да се јават во овој режим.

Термичките напрегања на елементите во режимот на куса врска се последица на нагло ослободената топлина во нив, создадена од струјата на куса врска. Топлината е пропорционална на интеграл од струјата на

квадрат по време и мошне е голема, бидејќи струјата на куса врска може да биде и десетина пати поголема од номиналната.

Изолацијата на надземните водови е главно воздушна обвивка или воздушен меѓупростор, додека изолацијата кај другите елементи од мрежата (генератори, трансформатори, кабли и останати уреди) е цврста или течна изолаторска материја која најчесто има органско потекло. Поради термичкото напрегање, предизвикано од струјата на куса врска, најмногу страда цврстата изолација од органско потекло. Тоа е во прв ред изолацијата на: генераторите, каблите, трансформаторите, а потоа и на другите елементи од мрежата. Изолацијата на надземните водови не е подложна на термички разорувања, освен во случајот кога кусата врска се воспоставува преку електричен лак кој е во непосреден допир со изолаторите од надземниот вод.

По појавата на куса врска на местото на кусата врска напонот паѓа на нула, а во неговата околина тој е значително намален. Наглото паѓање на напонот во овој режим може да има штетни последици врз потрошувачите, особено врз оние кои се чувствителни на намалување на напонот. Такви се, на пример, асинхроните мотори, но има и други такви специфични потрошувачи на електрична енергија.

Наглото паѓање на напонот може да доведе до загрозување на стабилноста на работата на системот поради значително намалување на синхронизационите сили помеѓу генераторите, губење на синхронизмот, па дури и распаѓање на системот. За да не дојде до сите овие последици, потребно е кусата врска да се елиминира за доволно кратко време, кое обично не надминува неколку десеттинки од секундата.

Последици од појавата на куса врска можат да се јават не само во мрежата, туку и во близина на самата мрежа (далекуводите). Последиците се јавуваат како опасни потенцијални разлики, создадени на површината на земјата непосредно во близина на местото на кусата врска, предизвикани од струјното поле создадено од течење на струјата на куса врска низ земјата. Така создадените потенцијални разлики или напони на чекор и допир, како што се нарекуваат, можат да бидат опасни по животот на човекот и другите живи суштества. Ваков случај може да настане, на пример, при појава на еднофазна куса врска на електричен столб, разводна постројка, трансформаторска станица и друго.

Штетни последици од куси врски надвор од електроенергетската мрежа можат да се јават и на телекомуникациските водови во вид на опасни индуцирани напони, како последица на создадените со дефектот силни електромагнетски полиња. Штетните последици кои настануваат надвор од мрежата исклучиво се резултат на појава на некоја од кусите врски со земја (еднофазна и двофазна со земја).

Една од мерките за заштита на мрежата и нејзините елементи од штетните последици на кусите врски е намалувањето на веројатноста за нивната појава и што е можно побрза елиминација на настанатата куса врска.

Наполно исклучување на можноста за појава на куси врски е практично невозможно, но затоа нивната зачестеност може да се сведе на разумна мерка. Детектирањето и елиминацијата на кусите врски претставува задача на релејната заштита на мрежата.

Мерките за намалување на зачестеноста на кусите врски во ЕЕС се состојат во правилното димензионирање на изолацијата на елементите од мрежата во фазата на нивниот избор, како и во нивното правилно одржување и правилно ракување и функционирање подоцна во погонот. Постојат и други мерки за заштита на елементите на ЕЕС од штетното дејство на кусите врски. Тие се состојат главно во:

- ограничувањето на интензитетот на струите на куса врска,
- во ограничувањето на нивното времетраење.

За нив подетално ќе стане збор во натамошниот дел од текстот.

4.1.3 Видови на куси врски

По правило елементите на електроенергетските мрежи и системи се трифазни и симетрични, поради што овде ќе биде анализиран режимот на куса врска во таквите системи.

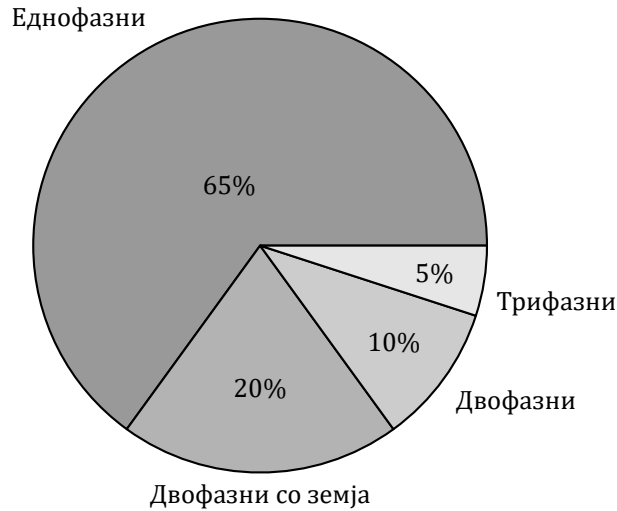
Во општ случај, во трифазните електрични мрежи се јавуваат 4 различни видови на куси врски: трифазни, двофазни, еднофазни и двофазни куси врски со земја. Кусите врски можеме да ги поделиме уште и на симетрични и несиметрични.

Симетричните, т. е. трифазните куси врски, се карактеризираат со еднаква ефективна вредност на струјата на куса врска во секоја од фазите. Останатите видови куси врски, се несиметрични.

Според податоците кои се среќаваат во стручната литература, најчести се еднофазните куси врски а најретки се трифазните. Во таа смисла, во поглед на зачестеноста на разните видови на куси врски, ја имаме следната состојба (прикажана и на сликата 4.5):

- еднофазни куси врски: 65%,
- двофазни куси врски: 10%,
- двофазни куси врски со земја: 20%,
- трифазни куси врски: 5%.

Судејќи според големината на струјата на куса врска и според последиците од неа, најтешки се трифазните куси врски, но, за среќа, тие се и најретки.

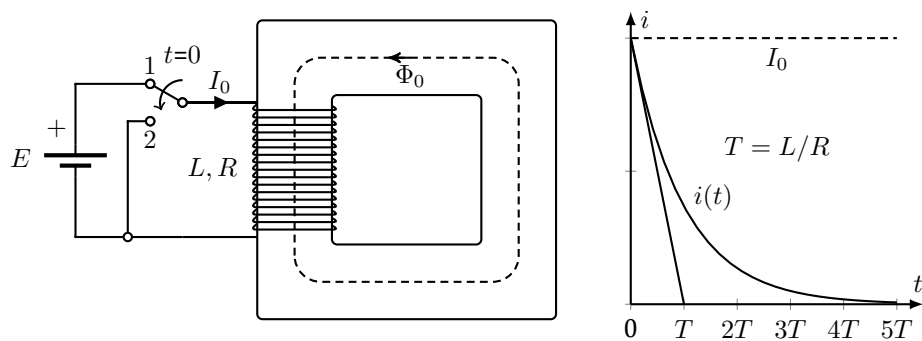


Слика 4.5. Зачестеност на разните видови на куси врски

4.2 Облик на струјата на кусата врска

4.2.1 Основни принципи

Струите и флуксовите во генераторот по настанувањето на кусата врска може да се анализираат со користење на принципот за константен флукс во многу блиски последователни временски моменти. Според овој принцип магнетниот флукс во затворена намотка не може да се промени моментално, бидејќи енергијата складирана во магнетното поле е пропорционална на флуксот и нејзина моментална промена не е можна.

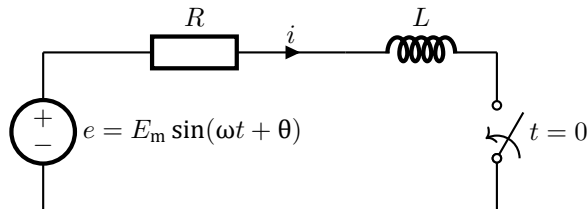


Слика 4.6. Промена на струјата во кусоврзан калем

Принципот ќе го илустрираме преку едноставен пример прикажан на сликата 4.6. Прекинувачот во колото бил доволно долго во позиција 1, така што во калемот се воспоставила константна струја со вредност I_0 . Тоа значи дека, калемот опфаќа флукс $\Psi_0 = N\Phi_0 = LI_0$, каде што N е број на навивки на калемот, а L е неговата индуктивност.

Во моментот $t = 0$ прекинувачот моментално ја менува позицијата од 1 во 2 со што се прекинува врската на калемот со изворот на струја и тој кусо се врзува. Според принципот за константен флукс важи следното: $\Psi(t=0^+) = \Psi(t=0^-)$. Ако калемот е идеално спроводен, т. е. ако е $R = 0$, тогаш флуксот ќе остане константен бесконечно долго, а тоа значи дека и струјата во калемот ќе биде константна $i(t) = I_0$, што е прикажано со хоризонталната непрекината линија на дијаграмот за струјата на сликата 4.6. Во реалноста е $R > 0$ така што магнетната енергија која е складирана во колото постепено ќе се изгуби во форма на топлина во отпорноста на калемот, што на крајот од процесот струјата ќе стане еднаква на нула. Опаѓањето на струјата оди по експоненцијален закон со временска константа $T = L/R$ како што е прикажано со полната линија на сликата 4.6.

Нека претпоставиме дека имаме еднофазен генератор за наизменичен напон со облик $e = E_m \sin(\omega t + \theta)$, при што неговата намотка може да биде претставена со редно RL коло како што е дадено на сликата 4.7. Во колото, во $t = 0$, прекинувачот се затвора со што се предизвикува куса врска на генераторот.



Слика 4.7. Едноставно RL коло

Обликот на струјата при куса врска на генераторот во колото 4.7 ќе го добиеме со решавање на следната диференцијална равенка:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E_m \sin(\omega t + \theta),$$

при почетен услов $i(0) = 0$.

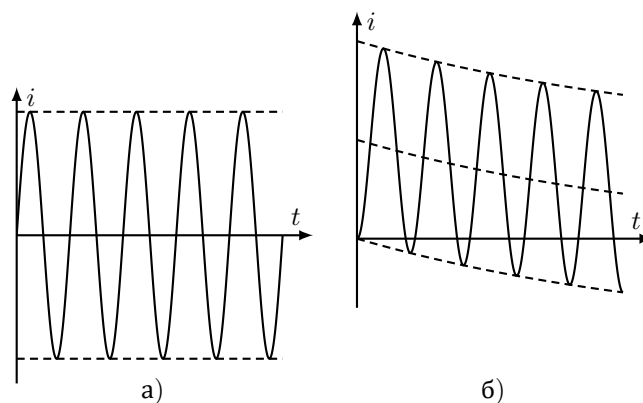
Решението на равенката гласи:

$$i(t) = \frac{E_m}{Z} \sin(\omega t + \theta - \varphi) - \frac{E_m}{Z} \sin(\theta - \varphi) e^{-t/T}, \quad (4.1)$$

каде што $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ и $\varphi = \arctg(\omega L/R)$.

Првиот член во решението, т. е. во равенката (4.1), е принудниот одзив во колото, додека вториот член е слободниот одзив кој зависи од параметрите на калемот и од временскиот момент во кој настанала кусата врска кој е дефиниран со фазниот агол θ на напонот на генераторот. Карактеристично за слободниот одзив е тоа што струјата не го менува знакот, па често пати се вели дека во колото тече и еднонасочна компонентна на струјата.

На сликата 4.8а е прикажан обликот на струјата кога е $\theta = \varphi$, додека на сликата 4.8б е дадена струјата кога е $\theta - \varphi = -\pi/2$ што одговара на случајот кога еднонасочната компонента на струјата има најголема вредност.



Слика 4.8. Промена на струјата во RL колото

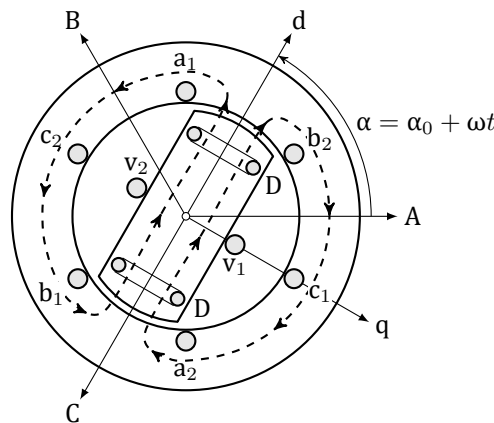
Одзивот на синхрон генератор при куса врска е сличен на колото прикажано погоре во смисла што и кај него струјата на куса врска исто така ќе содржи наизменична компонента (принуден одзив) и еднонасочна компонента (слободен одзив). Се разбира, кај синхронизираниот генератор ќе треба да водиме сметка дека тој е трифазен и дека има временски променливи индуктивности (со тоа и импеданции) за времетраење на кусата врска, за што ќе стане збор во следната точка.

4.2.2 Трифазна куса врска кај синхрон генератор

На сликата 4.9 е даден упростен приказ на напречниот пресек на синхрон генератор со испакнати полови, при што сите намотки се прикажани само со по една секција. Фазните намотки на статорот, кои просторно се изместени за по 120° се означени со: a_1 - a_2 , b_1 - b_2 и c_1 - c_2 .

Возбудната намотка на роторот е означена со v_1 - v_2 , додека придушните намотки, кои исто така се наоѓаат на роторот, се означени со D.

Оските на фазните намотки се означени со: A, B и C, додека позицијата на роторот е дефинирана преку аголот α помеѓу неговата надолжна оската d и оската A. Моментот кога настанува кусата врска е дефиниран со аголот α_0 , а потоа тој продолжува да расте според зависноста $\alpha = \alpha_0 + \omega t$.



Слика 4.9. Намотки на синхрон генератор

Ќе претпоставиме дека пред настанувањето на кусата врска генераторот работел во празен од, поради што во фазните намотки не тече струја, единствен флукс во генераторот е флуксот Ψ_v создаден од струјата во возбудната намотка. Ако кусата врска настанала кога аголот на роторот изнесувал α_0 , тогаш флуксот во секоја од намотките ќе изнесува:

$$\Psi_{A0} = \Psi_v \cos \alpha_0, \quad \Psi_{B0} = \Psi_v \cos(\alpha_0 - 2\pi/3), \quad \Psi_{C0} = \Psi_v \cos(\alpha_0 - 4\pi/3).$$

Ако сметаме дека отпорноста на намотките е занемарена, тогаш и по настанувањето на кусата врска, флуксот во намотките треба да остане константен. Но, бидејќи роторот се врти, делот од возбудниот флукс кој го опфаќаат намотките ќе се менува по косинусен закон и неговата временска зависност е прикажана со кривите: Ψ_A , Ψ_B и Ψ_C означени со полни линии на сликата 4.10. За да се постигне константноста на флуксот во намотките, во нив ќе протечат струи: i_A , i_B и i_C кои ќе создадат дополнителни флуковски: Ψ'_A , Ψ'_B и Ψ'_C прикажани

со испрекината линии на сликата 4.10 со што добиваме:

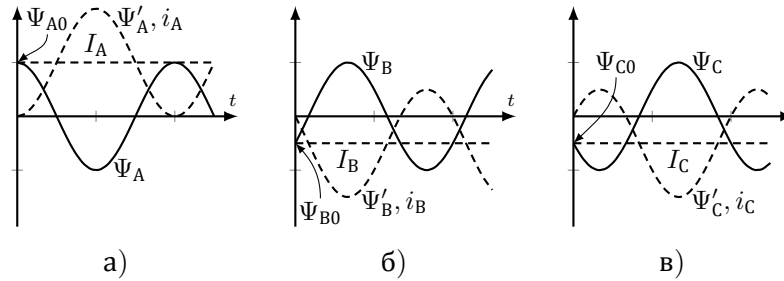
$$\Psi_A(t) + \Psi'_A(t) = \Psi_{a0} = \text{const.}$$

$$\Psi_B(t) + \Psi'_B(t) = \Psi_{b0} = \text{const.}$$

$$\Psi_C(t) + \Psi'_C(t) = \Psi_{c0} = \text{const.}$$

од каде што следува дека е:

$$\Psi'_A(t) = \Psi_{A0} - \Psi_A(t), \quad \Psi'_B(t) = \Psi_{B0} - \Psi_B(t), \quad \Psi'_C(t) = \Psi_{C0} - \Psi_C(t).$$



Слика 4.10. Промена на флуксот и струјата во намотки со занемарена отпорност

Бидејќи флуксот и струјата се пропорционални еден на друг, тогаш и обликот на струите: i_A , i_B и i_C ќе биде идентичен со обликот на флуксовите: Ψ'_A , Ψ'_B и Ψ'_C , така што можеме да напишаме:

$$i_A(t) = -I_m(t) \cos(\omega t + \alpha_0) + I_m(0) \cos \alpha_0,$$

$$i_B(t) = -I_m(t) \cos(\omega t + \alpha_0 - 2\pi/3) + I_m(0) \cos(\alpha_0 - 2\pi/3),$$

$$i_C(t) = -I_m(t) \cos(\omega t + \alpha_0 - 4\pi/3) + I_m(0) \cos(\alpha_0 - 4\pi/3),$$

каде што и максимумот на струите е даден со временски зависна функција $I_m(t)$ за која ќе стане збор подоцна.

Како што можеме да видиме струите се состојат од две компоненти: наизменична, која е дадена со косинусна функција од времето и едно-насочна, која зависи од моментот на настанување на кусата врска и е различна за секоја фаза:

$$I_A = I_m(0) \cos \alpha_0,$$

$$I_B = I_m(0) \cos(\alpha_0 - 2\pi/3),$$

$$I_C = I_m(0) \cos(\alpha_0 - 4\pi/3).$$

Еднонасочните компоненти на струјата на куса врска се прикажани на сликата 4.10 со прави паралелни со апсцисната оска, така што можеме да кажеме дека наизменичните компоненти на струите на куса врска осцилираат околу оските дефинирани со еднонасочните компоненти на струите.

Поради отпорноста на намотките, енергијата во магнетното поле создадено од еднонасочната компонента на струјата постепено се претвора во топлина, со што струјата експоненцијално опаѓа со временска константа T_a која зависи од индуктивноста и отпорноста на фазните намотки. Во изразот за еднонасочната компонента, ова е земено предвид со множителот што е експоненцијално опаѓачка функција, со што се добива:

$$\begin{aligned}i_A(t) &= -I_m(t) \cos(\omega t + \alpha_0) + I_m(0) \cos \alpha_0 \cdot e^{-t/T_a}, \\i_B(t) &= -I_m(t) \cos(\omega t + \alpha_0 - 2\pi/3) + I_m(0) \cos(\alpha_0 - 2\pi/3) \cdot e^{-t/T_a}, \\i_C(t) &= -I_m(t) \cos(\omega t + \alpha_0 - 4\pi/3) + I_m(0) \cos(\alpha_0 - 4\pi/3) \cdot e^{-t/T_a}.\end{aligned}$$

Последните равенки имаат иста форма како решението во претходно разгледуваното едноставно RL коло за кое струјата е дадена со изразот (4.1), со тоа што таму функцијата $I_m(t)$ е константа, додека кај синхроните генератори таа е променлива од причини кои се објаснети во продолжение.

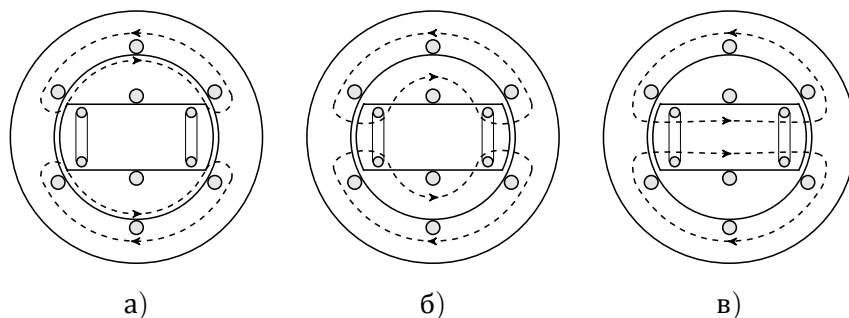
Струите: i_A , i_B и i_C во роторските намотки индуцираат струи кои имаат наизменични и еднонасочни компоненти. Еднонасочните компоненти на струите се придушуваат со временски константи T_d'' за придушната намотка и T_d' за возбудната намотка. Овие временски константи се нарекуваат суптранзиентна и транзиентна временска константа, соодветно.

Од друга страна еднонасочните компоненти на струите во роторските намотки индуцираат наизменични струи во статорските намотки, што значи дека амплитудата на наизменичните струи во статорските намотки, ќе опаѓа со истите временски константи со кои опаѓаат еднонасочните струи во роторските намотки. Но, важи и обратното: еднонасочните компоненти на струите во статорските намотки ќе индуцираат наизменични струи во роторските намотки, чии амплитуди ќе опаѓаат со временска константа T_a .

4.2.3 Патеки на флуксот и еквивалентни реактанции

Од теоријата на синхрони машини е познато дека во стационарен работен режим секој синхрон генератор може да се претстави како еквивалентно коло составено од идеален напонски генератор и редно

поврзани синхрони реактанции X_d и X_q . Слично може да се постапи и во случај кога имаме куса врска на генераторот, со тоа што, редната реактанција ќе биде променлива, затоа што индуцираните струи во намотките на роторот го потиснуваат флуксот на различни патеки во споредба со стационарниот работен режим.



Слика 4.11. Патека на флуксот: а) суптранзиентен период, б) транзиентен период, в) траен период

На сликата 4.11 се прикажани патеките на флуксот за 3 различни состојби односно периоди.

Во суптранзиентниот период, веднаш по настанувањето на кусата врска, струите во придушната и возбудната намотка се противат на промената на флуксот низ нив така што струите коишто течат низ нив, сосема го потиснуваат флуксот, кој го создаваат струите што течат низ статорските намотки. Поради тоа, во суптранзиентниот период флуксот создаден од струите на статорските намотки, воопшто не влегува во јадрото на роторот и тој во целост поминува низ околниот воздух (слика 4.11a).

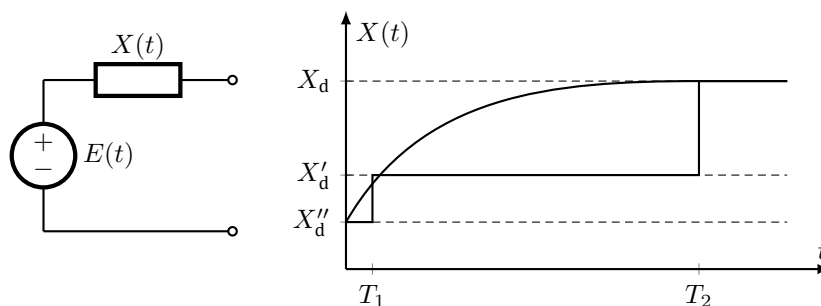
На крајот, откако ќе се придуши и исчезне еднонасочната компонента на струјата во возбудната намотка, целиот флукс навлегува во јадрото на роторот (слика 4.11в).

Противењето на промената на флуксот во придушната и возбудната, намотка со текот на времето опаѓа, затоа што опаѓа и вредноста на еднонасочната компонента на струјата, која се придушува поради постоењето на отпорноста на намотките. Бидејќи временската константа T_d'' е помала од временската константа T_d' , прво се придушува и исчезнува еднонасочната компонента на струјата во придушната намотка. Во тој момент генераторот влегува во транзиентниот период од траењето на кусата врска. Во тој период во возбудната намотка сè уште има доволно голема еднонасочна компонента на струјата, која успешно се противи на промената на флуксот во неа. Според тоа, во транзиентниот период флуксот создаден од струите на статорските

намотки веќе навлегол во придушната намотка, но уште е потиснат од возбудната намотка. Во овој период флуксот делумно минува низ јадрото на роторот, но голем дел оди и низ околниот воздух (слика 4.116).

Еквивалентната реактанција на генераторот, којашто е пропорционална со индуктивноста, зависи од патеката на флуксот низ самиот генератор. Во суптранзиентниот период, голем дел од патеката флуксот ја поминува низ воздух, така што можеме да замислиме дека, тој е претставен со индуктивност поставена во воздух која е доста мала. Во транзиентниот период, флуксот дел од својот пат го поминува низ воздух, а дел низ железното јадро на роторот така што еквивалентната индуктивност е зголемена. На крајот, во трајниот период флуксот скоро целиот свој пат го поминува низ железното јадро така што во тој случај индуктивноста е најголема.

Според тоа, генераторот можеме да го претставиме со редна реактанција која е временски променлива, како што е прикажано на сликата 4.12. Но, наместо да користиме континуирана крива за $X(t)$ ние ќе користиме скалеста крива за реактанцијата со 3 дискретни вредности за: суптранзиентен, транзиентен и траен период кои ќе ги означуваме со: X_d'' , X_d' и X_d . На сликата 4.12 суптранзиентниот период трае од: 0 до T_1 , транзиентниот од T_1 до T_2 , а трајниот за $t > T_2$.



Слика 4.12. Временска промена на реактанцијата на синхрон генератор

4.2.4 Релација за струјата на куса врска

Видовме дека како реакција на појавата на кусата врска, во синхроните генератори се одвива сложен електромагнетен процес, којшто надворешно гледано, се манифестира со промена на нивните внатрешни реактанции во многу широки граници. Поради тоа струјата на куса врска во преодниот период се менува по прилично сложен закон.

Имено, струјата на куса врска се состои од две компоненти:

- наизменична $i_p(t)$ (слика 4.14) и
- еднонасочна или апериодична компонента $i_a(t)$ (слика 4.15).

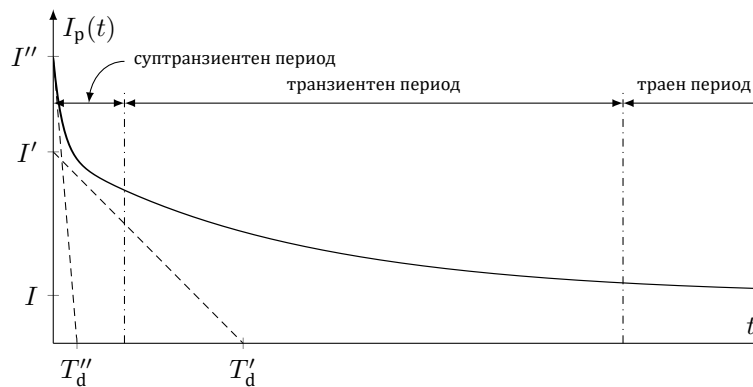
Обликот на струјата на куса врска (слика 4.16) може, приближно, да се опише со равенката:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos \omega t - i_a(t). \quad (4.2)$$

Во равенката (4.2) $I_p(t)$ претставува ефективна вредност на наизменичната компонента која се менува (намалува) со текот на времето. Вториот член во равенката (4.2) е еднонасочната компонента на струјата на куса врска. Оваа компонента со текот на времето се придушува по експоненцијален закон. Законот на промена на ефективната вредност на наизменичната компонента $I_p(t)$ (слика 4.13) е даден со следната релација:

$$I_p(t) = (I'' - I') \cdot e^{-t/T_d''} + (I' - I) \cdot e^{-t/T_d'} + I. \quad (4.3)$$

Во равенката (4.3) со: I'' , I' и I се означени суптранзиентната, транзиентната и трајната струја на куса врска. За нивната големина ќе стане збор нешто подоцна. T_d'' и T_d' се суптранзиентната и транзиентната временска константа на придушување. Притоа, константата T_d'' има ред на големина $0,02 \div 0,04$ s, додека константата T_d' има големина $1 \div 2$ s, така што првиот член во равенката (4.3) се придушува за многу кусо време, за коешто вториот член практично и не се менува.



Слика 4.13. Облик на ефективната вредност на наизменичната компонента $I_p(t)$

Во моментот на настанувањето на кусата врска ($t = 0$), ефективната вредност $I_p(t)$ е најголема и изнесува:

$$I_p(0) = I''.$$

Со текот на времето таа се намалува, така што после времето $t = 3T_d''$ првиот член во равенката (4.3) речиси напивно се придушува и големината $I_p(t)$ практично ја добива вредноста на транзиентната струја, т. е.

$$I_p(3T_d'') = I'.$$

Временскиот период од моментот на настанувањето на куса врска до придушувањето на првиот член во равенката (4.3) се нарекува суптранзиентен период. Тој обично трае $0,1 \div 0,2$ s, т. е. трае $5 \div 10$ периоди. Во тој период ефективната вредност на наизменичната компонента $I_p(t)$ опаѓа по експоненцијален закон од својата почетна вредност I'' до вредноста I' . Меѓутоа, во праксата честопати, заради упростување, се усвојува дека во суптранзиентниот период големината $I_p(t)$ е константа и изнесува:

$$I_p(t) = I''.$$

По завршувањето на суптранзиентниот период настапува транзиентниот период кој трае сè додека не се придуши вториот член во равенката (4.3), т. е. трае неколку секунди. Во овој период струјата исто така опаѓа според експоненцијален закон, од вредноста I'' до трајната (усталената) вредност I , но сега многу побавно отколку во суптранзиентниот период. Слично како и во претходниот случај, често се усвојува дека ефективната вредност на наизменичната компонента на струјата на куса врска во текот на транзиентниот период е константна, еднаква на транзиентната струја I' , т. е.

$$I_p(t) = I'.$$

После придушувањето на вториот член во равенката (4.3) настапува трајниот период, во којшто големината $I_p(t)$ ја достигнува својата трајна (усталена) вредност

$$I_p(t) = I.$$

која обично е многу помала од претходните две.

Меѓутоа, кусите врски во современите ЕЕС се исклучуваат многу брзо, уште во првите десеттини од секундата, најчесто на почетокот на транзиентниот период, а понекогаш, кај високонапонските преносни системи, дури и во суптранзиентниот период, така што до усталување на струјата на куса врска, практично и не доаѓа.

Еднонасоочната компонента $i_a(t)$ е последица на магнетската инерција на флуksот на статорските намотки на синхроните генератори и елементите од мрежата кои имаат некаква индуктивност. Нејзината појава се должи на постоењето на законот за моментална непроменливост

(инертност) на магнетскиот флуks во електричните кола кои содржат индуктивности, кои изразен математички, се опишува со релацијата:

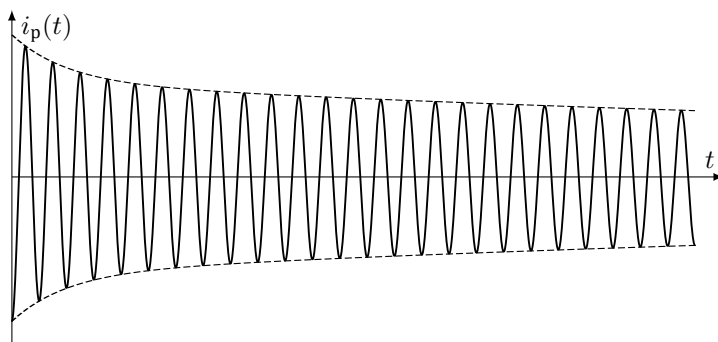
$$i(0^-) = i(0^+). \quad (4.4)$$

Како што е познато, овој закон го има следното значење: струјата што тече низ кола што содржи индуктивни елементи не може моментално да ја промени својата вредност.

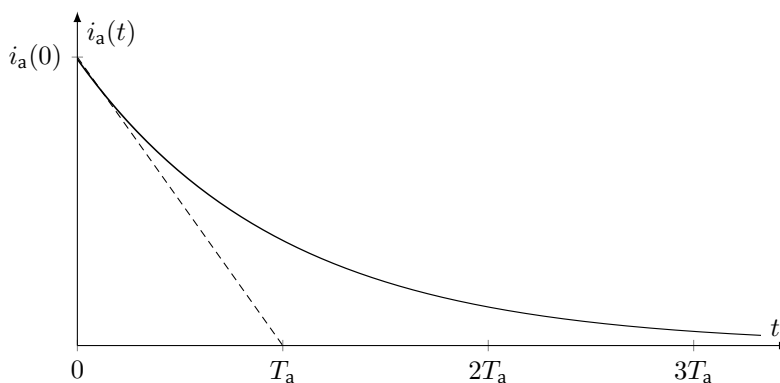
Доколку струјата во режимот што претходел на кусата врска била еднаква на нула, тогаш согласно со равенките (4.2) и (4.4) почетната вредност на еднонасочната компонента ќе биде $i_a(0) = \sqrt{2} \cdot I''$.

Еднонасочната компонента се менува со текот на времето по следниот закон:

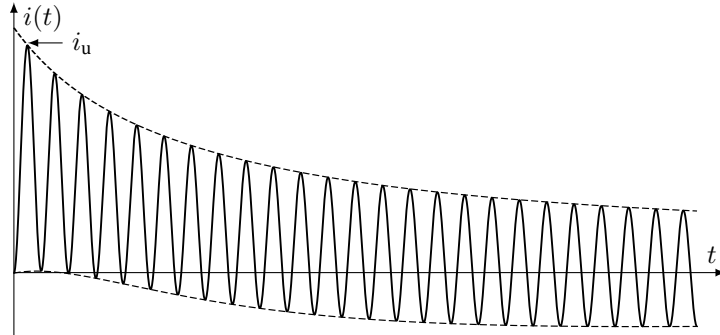
$$i_a(t) = i_a(0) \cdot e^{-t/T_a}. \quad (4.5)$$



Слика 4.14. Наизменична компонента на струјата на куса врска



Слика 4.15. Еднонасочна компонента на струјата на куса врска



Слика 4.16. Осцилограм на струјата на куса врска

Големината T_a во равенката (4.5) претставува временска константа на колото низ кое тече струјата на кусата врска и таа изнесува:

$$T_a = L_{\text{вк.}} / R_{\text{вк.}} \quad (4.6)$$

Таа е еднаква на однос меѓу вкупната индуктивност $L_{\text{вк.}}$ и вкупната активна отпорност $R_{\text{вк.}}$ на споменатото коло и во најголема мера зависи од структурата на мрежата и од местото каде што настанала кусата врска. Константата T_a е прилично мала, нешто поголема од суптранзиентната константа T_d'' . Тоа значи дека еднонасочната компонента $i_a(t)$ се придушува доста брзо и практично сосема ќе исчезне на почетокот од транзиентниот период, а честопати таа е придушена веќе во текот на суптранзиентниот период.

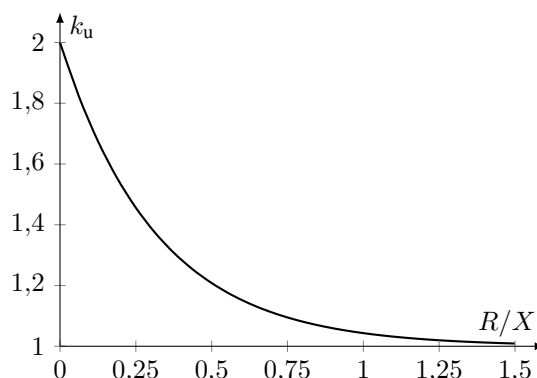
Максималната моментална вредност на струјата на куса врска, т. е. ударната струја i_u (слика 4.16) приближно изнесува:

$$i_u = \sqrt{2} \cdot I'' \cdot \left(1 + e^{-0,01/T_a}\right) = \sqrt{2} \cdot k_u \cdot I'' \quad (4.7)$$

Во равенката (4.7) е воведена големината ударен коефициент

$$k_u = 1 + e^{-0,01/T_a} \quad (4.8)$$

Од равенката (4.8) гледаме дека ударниот коефициент зависи од временската константа T_a , т. е. од односот X/R на еквивалентната реактанција X и влезната активна отпорност R на мрежата, посматрани од местото на настанување на кусата врска. Значи, тој зависи од структурата на мрежата и од местото на настанување на кусата врска. Неговата вредност се движи во границите од 1 до 2, при што за куси врски настанати во непосредна близина на изворите (синхроните генератори), тој обично има вредност помеѓу: 1,6 и 2, додека за куси врски настанати подлабоко во мрежата тој има вредност во интервалот од 1,2 до 1,6. На сликата 4.17 е графички прикажана зависноста $k_u = f(R/X)$.



Слика 4.17. Зависност на ударниот коефициент од односот R/X на колото на кусата врска

4.3 Дозволени упростувања при анализите на режимот на куса врска

Кусата врска во ЕЕС претставува сложен електромагнетен преоден процес, кој својата сложеност ја должи првенствено на сложената структура на синхроните генератори. Со цел да се избегнат сложените пресметки на режимот на куса врска и да се скрати времето потребно за пресметување, обично се прават определени претпоставки и упростувања при пресметувањето.

Како прво, процесот што настанува во систем со повеќе синхрони генератори при појава на куса врска, се поистоветува со процесот што настанува кога во системот постои само еден синхрон генератор. Имено, поради различните временски константи на намотките на синхроните генератори во ЕЕС, веќе во систем со два или повеќе извори се губи смислата за поделба на преодниот процес на повеќе временски периоди, па затоа се претпоставува дека сите генератори имаат исти временски константи, т. е. сите истовремено излегуваат од суптранзиентниот и влегуваат во транзиентниот период, односно сите истовремено го напуштаат транзиентниот и влегуваат во трајниот период. Исто така, заради упростување, за време на режимот на куса врска се занемарува дејството на напонскиот регулатор и регулаторот на моќност кај секој од генераторите, иако тие во преодниот процес дејствуваат и влијаат врз неговиот тек.

Понатаму, како второ упростување, се занемаруваат сите попречни гранки во системот (мрежата) во кој настанала кусата врска. Со оваа апроксимација всушност се занемаруваат капацитивните струи на надземните водови и каблите што постојат и во режимот на куса врска, како

и струите на магнетизирање кај енергетските трансформатори. Со неа не се губи особено на точност, бидејќи струите низ попречните гранки се во разгледуваниот режим неколку стотини пати помали, од струите низ редните гранки и како такви се сосема безначајни. Од друга страна, со оваа апроксимација се постига значително упростување и олеснување на решавањето на мрежата, бидејќи сега таа има само надолжни (редни) гранки и многу полесно се решава.

Како трето упростување, кое е можеби и најзначајно, се занемаруваат активните отпорности на сите елементи во мрежите со висок напон ($U_n \geq 110 \text{ kV}$). Оваа апроксимација е оправдана од неколку причини. Кај водовите со висок напон, односот X/R се движи во границите од 3 до 10, истиот однос кај трансформаторите се движи од 10 до 20 па и повеќе, додека кај генераторите тој е значително поголем и достигнува вредност и до 100. Се покажува дека грешката направена со занемарувањето на активните отпорности на елементите е помала од 15% кога односот X/R на мрежата е поголем од 3, што е редовно исполнето кај мрежите за висок напон. Мрежите 110 kV и повеќе редовно имаат однос X/R поголем од 3, што значи дека кај нив грешките поради занемарувањето на отпорноста R се помали и од 5%.

Кај нисконапонските, а донекаде и кај среднонапонските мрежи, горните односи не важат и влијанието на активните отпорности не смее да се занемарува. Дури може да се случи активните отпорности да доминираат во однос на реактанциите на елементите од мрежата и тие првенствено да ја детерминираат големината на струите на куса врска.

4.4 Симетрични компоненти

4.4.1 Симетрични трифазни системи

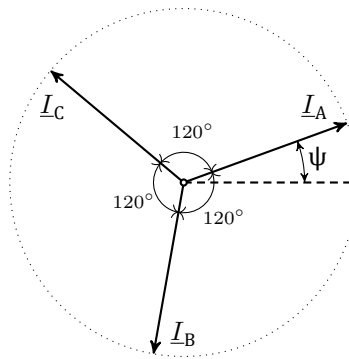
Практично, сите преносни мрежи се трифазни и урамнотежени и работат во симетричен стационарен режим. Тоа значи дека, сите елементи на мрежата се симетрични и сите оптоварувања се урамнотежени, а фазните напони и струи на било кое место во мрежата се простопериодични величини со еднакви амплитуди и еднакви фазни поместувања за по 120 електрични степени. Затоа во нормални услови на работа е доволно да се пресметаат приликите во само една од фазите, а приликите во останатите две фази се определуваат едноставно, водејќи сметка само за фазното поместување. При пресметувањето на приликите во само една од фазите се служиме со еднофазната заменска шема, а резултатите од пресметувањата се однесуваат и на останатите две фази.

Еднофазната заменска шема дава полна претстава за трифазниот симетричен и урамнотежен систем. Доколку симетричниот и урамноте-

жен трифазен систем е со директен редослед на фазите, тогаш напоните и струите во фазата В ќе доцнат за 120° зад оние во фазата А, додека напоните и струите во фазата С, ќе доцнат зад оние во фазата В за по 120° . На сликата 4.18 се прикажани фазорите на струите на еден трифазен симетричен и урамнотежен систем со директен редослед на фазите.

За ваквиот систем важат следните равенки:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \psi), \\ i_B(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \psi - 2\pi/3), \\ i_C(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \psi + 2\pi/3). \end{aligned} \quad (4.9)$$



Слика 4.18. Трифазен симетричен систем на струи со директен редослед на фазите

За комплексните претставници на фазните струи од равенките (4.9) важи:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= I \cdot [\cos \psi + j \sin \psi], \\ \underline{I}_B &= I \cdot [\cos(\psi - 2\pi/3) + j \sin(\psi - 2\pi/3)], \\ \underline{I}_C &= I \cdot [\cos(\psi + 2\pi/3) + j \sin(\psi + 2\pi/3)], \end{aligned} \quad (4.10)$$

или

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= I \cdot e^{j\psi}, \\ \underline{I}_B &= I \cdot e^{j(\psi - 2\pi/3)}, \\ \underline{I}_C &= I \cdot e^{j(\psi + 2\pi/3)}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

каде што комплексните претставници на фазните струи се претставени во експоненцијален облик.

Ако се воведе комплексниот оператор $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$, системот равенки (4.11) ја добива следната форма:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= I \cdot e^{j\psi}, \\ \underline{I}_B &= I \cdot e^{j(\psi-2\pi/3)} = \underline{a}^2 \cdot I \cdot e^{j\psi}, \\ \underline{I}_C &= I \cdot e^{j(\psi+2\pi/3)} = \underline{a} \cdot I \cdot e^{j\psi},\end{aligned}\tag{4.12}$$

односно

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{I}_A, \\ \underline{I}_B &= \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_A, \\ \underline{I}_C &= \underline{a} \cdot \underline{I}_A.\end{aligned}\tag{4.13}$$

Операторот $\underline{a}$ има особини што заслужуваат да бидат наведени.

На секој комплексен број, помножен со $\underline{a}$, му се зголемува аргументот за $2\pi/3$. На секој комплексен број помножен со $\underline{a}^2$ му се намалува аргументот за $2\pi/3$. На секој комплексен број помножен со $\underline{a}^3$, аргументот му останува неизменет. Значи, множење со операторот $\underline{a}$ претставува операција со којашто векторот на комплексниот број во комплексната рамнина се ротира за 120° во позитивна математичка насока, додека множењето со $\underline{a}^2$ ќе претставува обратна математичка операција.

Од дефиницијата на операторот $\underline{a}$ следуваат следните односи:

$$\begin{aligned}1 + \underline{a} + \underline{a}^2 &= 0, \\ \underline{a} &= \underline{a}^4 = \underline{a}^7 = \underline{a}^{10} = \dots = \underline{a}^{3n-2} = -1/2 + j\sqrt{3}/2, \\ \underline{a}^2 &= \underline{a}^5 = \underline{a}^8 = \underline{a}^{11} = \dots = \underline{a}^{3n-1} = -1/2 - j\sqrt{3}/2, \\ \underline{a}^3 &= \underline{a}^6 = \underline{a}^9 = \underline{a}^{12} = \dots = \underline{a}^{3n} = 1, \\ n &= 1, 2, 3, \dots\end{aligned}\tag{4.14}$$

Со оглед на првата равенка од (4.14) се добива:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0,\tag{4.15}$$

што е одлика на симетрични и урамнотежени трифазни системи.

4.4.2 Несиметрични трифазни системи

Како што понапред беше речено, симетричниот трифазен систем е составен од наполно симетрични елементи. Режимот во еден таков систем ќе биде симетричен и урамнотежен, ако сите потрошувачи во системот се симетрични и урамнотежени.

Речиси сите постојни ЕЕС се трифазни и симетрични. Меѓутоа, поради постоењето на некои специфични потрошувачи кои несиметрично

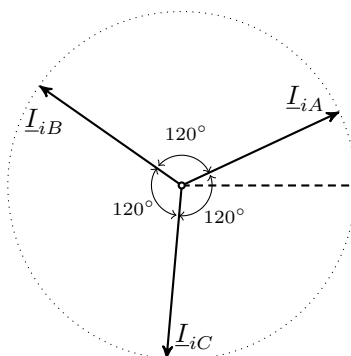
ги оптоваруваат поедините фази од мрежата (еднофазни уреди за заварување, еднофазни лачни печки во металургијата и слично), во симетричната мрежа доаѓа до неурамнотежен режим на работа. Појавата на несиметрични куси врски (еднофазна, двофазна и двофазна куса врска со земја) исто така внесува несиметрија во системот. Така и покрај тоа што мрежата е напдно симетрична, присуството на макар еден несиметричен потрошувач доведува до неурамнотежен режим на работа.

Состојбата во еден неурамнотежен режим е сосема поинаква од состојбата во симетричните и урамнотечени системи. Амплитудите на струите и напоните во одделните фази на елементите од системот не се веќе еднакви, а нивните фазни поместувања исто така не се еднакви. Поради тоа односите што важеа за симетричните режими, овде веќе не важат. Не важи и начинот на пресметување на приликите во системот со помош на еднофазната заменска шема. Поради тоа за анализа на еден неурамнотежен режим е потребен некој посебен метод.

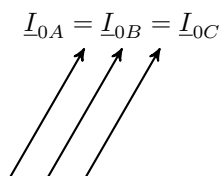
Еден од методите за анализа на неурамнотечени режими на работа во симетричните трифазни системи (а тука спаѓа и режимот на куса врска) е методот на симетрични компоненти. Тој се состои во следното. Трите фазни напони или струи на било кој елемент во една неурамнотечена мрежа образуваат трифазен несиметричен систем на напони односно струи, бидејќи, како што рековме, тие ќе бидат несиметрични како во поглед на своите амплитуди така и во поглед на фазните поместувања. Како што ќе видиме подоцна, секој несиметричен трифазен систем на напони или струи може да се разложи во три трифазни симетрични системи од кои едниот има: директен, другиот инверзен и третиот нулти (унифазен) редослед на фазите.

Значи, тој може да се претстави како збир (суперпозиција) од три симетрични трифазни системи (системи на симетричните компоненти), кои поради линеарниот карактер на мрежата можат да се третираат и решаваат одделно. На тој начин решавањето на една трифазна неурамнотечена мрежа со примена на методот на симетрични компоненти може да се сведе на решавање на три засебни симетрични и урамнотечени мрежи, кои можат да се решат, на пример, со користење на еднофазните заменски шеми.

На сликите 4.19 и 4.20 се прикажани трифазни симетрични системи на струи со инверзен и нулти редослед на фазите.



Слика 4.19. Трифазен симетричен систем на струи со инверзен редослед



Слика 4.20. Трифазен симетричен систем на струи со нулти (унифазен) редослед

За трифазните системи прикажани на сликите 4.18, 4.19 и 4.20 важат следните системи равенки, респективно:

$$\begin{array}{lll} \underline{I}_{dA} = \underline{I}_d, & \underline{I}_{iA} = \underline{I}_i, & \underline{I}_{0A} = \underline{I}_0, \\ \underline{I}_{dB} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_d, & \underline{I}_{iB} = \underline{a} \cdot \underline{I}_i, & \underline{I}_{0B} = \underline{I}_0, \\ \underline{I}_{dC} = \underline{a} \cdot \underline{I}_d, & \underline{I}_{iC} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_i, & \underline{I}_{0C} = \underline{I}_0. \end{array} \quad (4.16)$$

Да формираме сега трифазен систем на струи: $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$, дефиниран на следниот начин:

$$\begin{array}{l} \underline{I}_A = \underline{I}_{dA} + \underline{I}_{iA} + \underline{I}_{0A}, \\ \underline{I}_B = \underline{I}_{dB} + \underline{I}_{iB} + \underline{I}_{0B}, \\ \underline{I}_C = \underline{I}_{dC} + \underline{I}_{iC} + \underline{I}_{0C}. \end{array} \quad (4.17)$$

Имајќи ги предвид равенките (4.17) од (4.16) добиваме:

$$\begin{array}{l} \underline{I}_A = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_0, \\ \underline{I}_B = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_d + \underline{a} \cdot \underline{I}_i + \underline{I}_0, \\ \underline{I}_C = \underline{a} \cdot \underline{I}_d + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_i + \underline{I}_0. \end{array} \quad (4.18)$$

Лесно се покажува дека трифазниот систем на струи: $\underline{I}_A, \underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$, дефиниран со равенките (4.18), во општ случај претставува неурамнотежен систем на струи.

Врз основа на последната констатација можеме да заклучиме дека секој несиметричен и неурамнотежен трифазен систем на напони или струи е композиција (збир) на три симетрични и урамнотежени трифазни системи од кои едниот е со: директен редослед, другиот со инверзен редослед и третиот со нулти редослед на фазите. Поинаку кажано, секој несиметричен неурамнотежен трифазен систем се состои од: директен, инверзен и нулти систем.

Директниот систем го сочинува тројката: $\underline{I}_d, \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_d$ и $\underline{a} \cdot \underline{I}_d$, инверзниот тројката: $\underline{I}_i, \underline{a} \cdot \underline{I}_i$ и $\underline{a}^2 \cdot \underline{I}_i$ и нултиот тројката: $\underline{I}_0, \underline{I}_0$ и $\underline{I}_0$. Големините: $\underline{I}_d, \underline{I}_i$ и $\underline{I}_0$ се нарекуваат симетрични компоненти на неурамнотежениот трифазен систем: $\underline{I}_A, \underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$.

Големините: $\underline{I}_d, \underline{I}_i$ и $\underline{I}_0$ се нарекуваат симетрични компоненти на неурамнотежениот трифазен систем: $\underline{I}_A, \underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$.

Со решавање на системот равенки (4.18) се добива врската помеѓу симетричните компоненти и фазните величини:

$$\begin{aligned} \underline{I}_d &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_A + \underline{a} \cdot \underline{I}_B + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_C), \\ \underline{I}_i &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_A + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_B + \underline{a} \cdot \underline{I}_C), \\ \underline{I}_0 &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Напишани во матрична форма, равенките (4.18) и (4.19) го добиваат обликот:

$$\underline{I}_f = \underline{F} \cdot \underline{I}_s, \quad (4.20)$$

$$\underline{I}_s = \underline{F}^{-1} \cdot \underline{I}_f, \quad (4.21)$$

каде што се:

$\underline{I}_f$ матрица колона на фазните струи $[\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C]^T$,

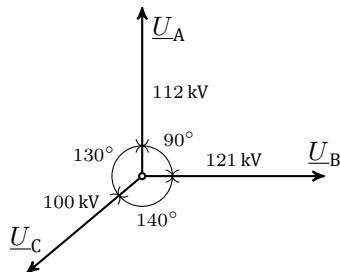
$\underline{I}_s$ матрица колона на симетричните компоненти $[\underline{I}_d, \underline{I}_i, \underline{I}_0]^T$,

$\underline{F}, \underline{F}^{-1}$ квадратни матрици на трансформација со следната содржина:

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{F}^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Пример 4.1. За дадениот неурамнотежен трифазен систем на напони прикажан на сликата П.4.1.1 да се определат симетричните компоненти на напоните. Напоните во неурамнотежениот систем изнесуваат:

$$\underline{U}_A = 112 \cdot e^{j90^\circ} \text{ kV}, \quad \underline{U}_B = 121 \cdot e^{j0^\circ} \text{ kV}, \quad \underline{U}_C = 100 \cdot e^{j220^\circ} \text{ kV}.$$



Слика П.4.1.1. Несиметричен систем на напони

Решение

Симетричните компоненти: $\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$ на дадениот систем напони можеме да ги определиме и по аналитички пат, со примена на равенките (4.19), напишани за напони користејќи ја равенката (4.21). Решението во конкретниот случај ќе биде:

$$\underline{U}_s = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 112 \cdot e^{j90^\circ} \\ 121 \cdot e^{j0^\circ} \\ 100 \cdot e^{j220^\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 108,248 \cdot e^{j103,9^\circ} \\ 14,332 \cdot e^{-j38,9^\circ} \\ 21,726 \cdot e^{j47,1^\circ} \end{bmatrix} \text{ kV.}$$

Решението можеме да го добиеме во MATLAB на следниот начин:

programi/kv/nesim_naponi.m

```
1 Uf = [112j; 121; 100*exp(1j*220/180*pi)];
2 a = exp(1j*2*pi/3);
3 F = [1 1 1; a^2 a 1; a a^2 1];
4 Us = 1/3*F'*Uf
```

□ □ □

4.5 Параметри на елементите на електричните мрежи

4.5.1 Реактанции на синхроните генератори

Во потпоглавјето 4.2 се дадени појаснувања за обликот на струјата на куса врска. Беше заклучено дека режимот на куса врска претставува сложен преоден процес којшто, надворешно гледано, се манифестира како да се менува внатрешната реактанција на генераторот и притоа процесот може да се подели во три карактеристични периоди: суптранзиентен, транзиентен и траен. Во првите десетина периоди, т. е.

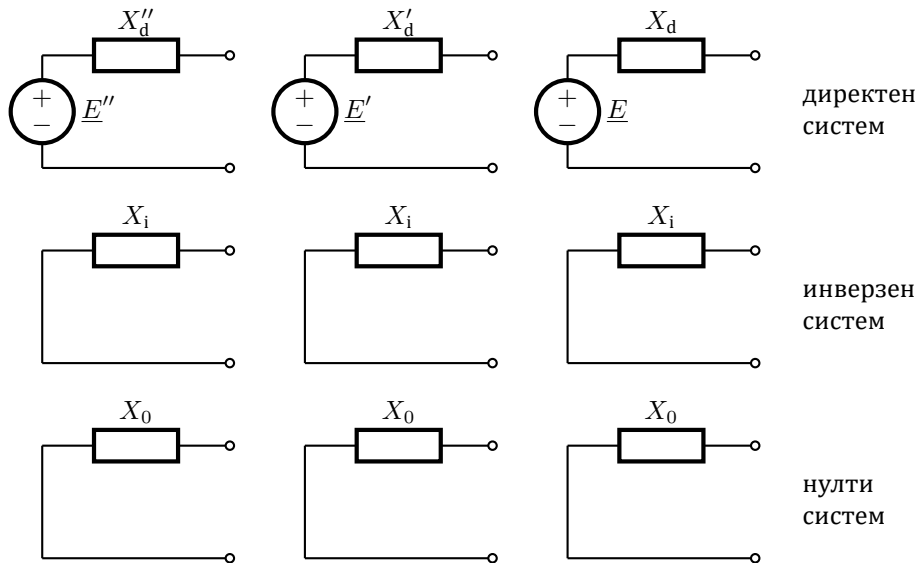
во суптранзиентниот период, ефективната вредност на наизменичната компонента на струјата на куса врска е најголема и почнувајќи од својата суптранзиентна вредност I'' постепено се намалува, така што по истекот на суптранзиентниот период, таа ја добива својата транзиентна вредност I' . Во транзиентниот период струјата на куса врска и понатаму се намалува, но со значително помала брзина, и постепено од вредноста I' таа се намалува кон својата стационарна (усталена) вредност I , која ќе ја постигне по завршувањето на транзиентниот период.

Меѓутоа, најчесто не е од интерес точниот временски тек на струјата на куса врска, туку е доволно да ги знаеме трите карактеристични вредности на наизменичната компонента на струјата на куса врска: I'' , I' и I . Затоа, упростоено гледано, можеме да сметаме дека реактанцијата на генераторот не се менува континуирано, туку скоковито, и дека во текот на суптранзиентниот период внатрешната реактанција на генераторот е еднаква на суптранзиентната реактанција X_d'' , и струјата на куса врска ја има својата суптранзиентна вредност I'' . Потоа во транзиентниот период реактанцијата на генераторот има вредност X_d' , а струјата ја има својата транзиентна вредност I' , и конечно, во трајниот (усталениот) период, реактанцијата на генераторот изнесува X_d , а струјата на куса врска ја добива својата усталена вредност I .

Суптранзиентната X_d'' , транзиентната X_d' и директната (синхроната) реактанција X_d на генераторот зависат од реактанциите на поедините негови намотки. Тие можат да се пресметаат, но најчесто се добиваат по експериментален пат. Во последниов случај синхронит генератор, којшто претходно бил неоптоварен и имал фазен напон $U_f = U/\sqrt{3}$, кусо се спојува (трифазна куса врска на клемите на генераторот) и од снимениот осцилограм на струјата на кусата врска се отчитуваат вредностите на струите: I'' , I' и I , а потоа, знаејќи го напонот U_f , се пресметуваат вредностите на реактанциите: X_d'' , X_d' и X_d за трите карактеристични периоди на генераторот.

Во согласност со упростениот модел на преодниот процес можеме да сметаме дека во суптранзиентниот период реактанцијата на генераторот е еднаква на суптранзиентната X_d'' . По завршувањето на суптранзиентниот период, т. е. во текот на транзиентниот период, неговата реактанција е приближно еднаква на транзиентната X_d' , а во трајниот период, генераторот има реактанција еднаква на синхроната X_d . Од овде произлегува дека еквивалентната заменска шема на генераторот во директниот систем ќе зависи од моментот на посматрање на кусата врска, бидејќи реактанцијата на генераторот за директен систем се менува со текот на времето, како што е тоа прикажано на сликата 4.21.

Внатрешните електромоторни сили: E'' , E' и E што фигурираат во шемите за директен систем (слика 4.21) зависат од напонот на генера-



Слика 4.21. Еквиваленти шеми на генератор за: директен, инверзен и нулти систем

торот $U = \sqrt{3}U_f$ во режимот којшто ѝ претходел на кусата врска, т. е. од степенот на оптовареност на генераторот во тој режим. Во случајот кога пред настанувањето на кусата врска генераторот работел во режимот на празен од, споменатите електромоторни сили ќе бидат еднакви на фазниот напон:

$$E'' = E' = E = U/\sqrt{3}. \quad (4.23)$$

Доколку генераторот бил претходно оптоварен, електромоторните сили: E'' , E' и E ќе бидат поголеми од напонот U_f и ќе зависи од степенот на неговата претходна оптовареност.

Бидејќи појавата на куса врска има случаен карактер и не зависи од степенот на оптовареност на системот, оптовареноста на поедините генератори во режимот кој ѝ претходел на кусата врска не може воопшто да се предвиди. Поради тоа анализите на кусите врски во сложените системи најчесто се спроведуваат под претпоставката дека системот пред настанувањето на кусата врска работел во режим на празен од, при што напоните на сите генератори во системот имале вредност еднаква на соодветната номинална вредност. Под оваа претпоставка електромоторните сили во шемите за директен систем ќе се пресметуваат согласно релациите (4.23).

Влијанието на предоптоварувањето во системот може приближно да се земе предвид дополнително, откако ќе се пресметаат струите на куса врска под претпоставката од равенката (4.23), на тој начин што,

така добиените вредности на струите ќе се коригираат (помножат) со некои корекциони фактори, поголеми од единица, чиито вредности ќе зависат од степенот на оптовареноста на системот. Анализите на овој проблем покажуваат дека корекциониот фактор за дополнителното уважување на оптоварувањето во системот е различен за различните периоди на кусата врска и се движи во следните граници:

од 1,0 до 1,1 за суптранзиентниот период,

од 1,0 до 1,2 за транзиентниот период,

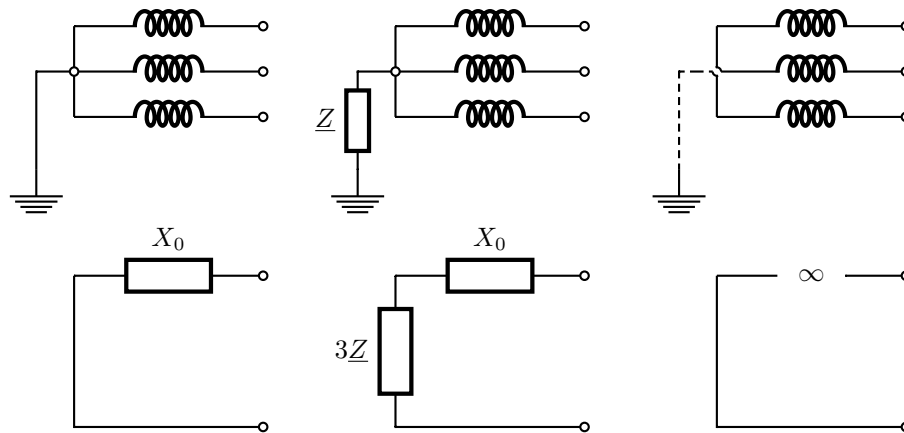
од 1,0 до 2,3 за трајниот период.

Притоа првата од наведените вредности, се однесува на случајот кога пред настанувањето на кусата врска системот не бил оптоварен, додека втората вредност, се однесува на случајот кога системот бил номинално оптоварен.

Сето што досега беше кажано се однесува на заменската шема на генераторот за директен систем. Појавата на несиметричните куси врски условува постоење и на инверзниот и нултиот систем на струи. Постоењето на инверзниот систем на струи во статорските намотки на генераторот условува појава на вртливо магнетско поле во машината коешто се врти со синхрона брзина, но во обратна насока од вртењето на роторот на генераторот. Бидејќи возбудата на генераторот го создава само системот на внатрешните електромоторни сили кој има директен редослед и не придонесува во создавањето на инверзните и нултите струи, инверзното поле е исклучиво последица на постоењето на инверзни струи во системот, т. е. несиметричните куси врски секогаш предизвикуваат појава на инверзно поле во синхроните машини. Затоа еквивалентната шема на генераторот за инверзен систем е пасивна, без внатрешна електромоторна сила, како што е тоа прикажано на сликата 4.21. Истата логика важи и за заменската шема на генераторот за нултиот систем.

Инверзната реактанција на генераторот X_i има вредност која е многу блиска до големината на суптранзиентната реактанција X_d'' . По правило, инверзната реактанција е нешто поголема од суптранзиентната, меѓутоа, доколку не располагаме со нејзината точна вредност, без да направиме голема грешка, можеме да усвоиме дека е $X_i \approx X_d''$.

Што се однесува до нултата реактанција на генераторот, таа има конечна вредност само во случајот кога свездиштето на статорските намотки од генераторот е заземјено директно или преку некоја импеданција Z . Како што е познато, фазните намотки на синхроните генератори се врзуваат секогаш во звезда, па според тоа, зависно од начинот на заземјување на свездиштето, ќе настане еден од трите случаи прикажани на сликата 4.22.



Слика 4.22. Еквивалентна шема на синхрон генератор за нулти систем

Инаку, нултата реактанција на генераторот X_0 е приближно еднаква на реактанцијата на растурање X_σ на статорските намотки и секогаш е помала од суптранзиентната реактанција X_d'' .

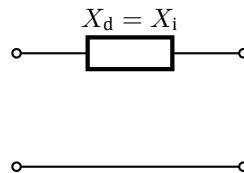
Реактанциите на синхроните генератори најчесто се даваат во релативни единици (pu) или пак во проценти од номиналната импеданција на генераторот Z_n , дефинирана како:

$$Z_n = \frac{U_{nf}}{I_{nf}} = \frac{U_n^2}{S_n}. \quad (4.24)$$

Во табелата 4.1 се прикажани вообичаени вредности на поедините реактанции кај синхроните машини, изразени во %. Таа ги опфаќа не само синхроните генератори, туку и останатите синхронии машини (синхронии мотори и синхронии компензатори), кои во режимот на куса врска се однесуваат исто како и синхроните генераторите.

4.5.2 Параметри на енергетските трансформатори

4.5.2.1 Двонамотни трансформатори



Слика 4.23. Заменска шема на двонамотен трансформатор за директен и инверзен систем

Табела 4.1. Просечни вредности на реактанциите (%) кај синхроните машини

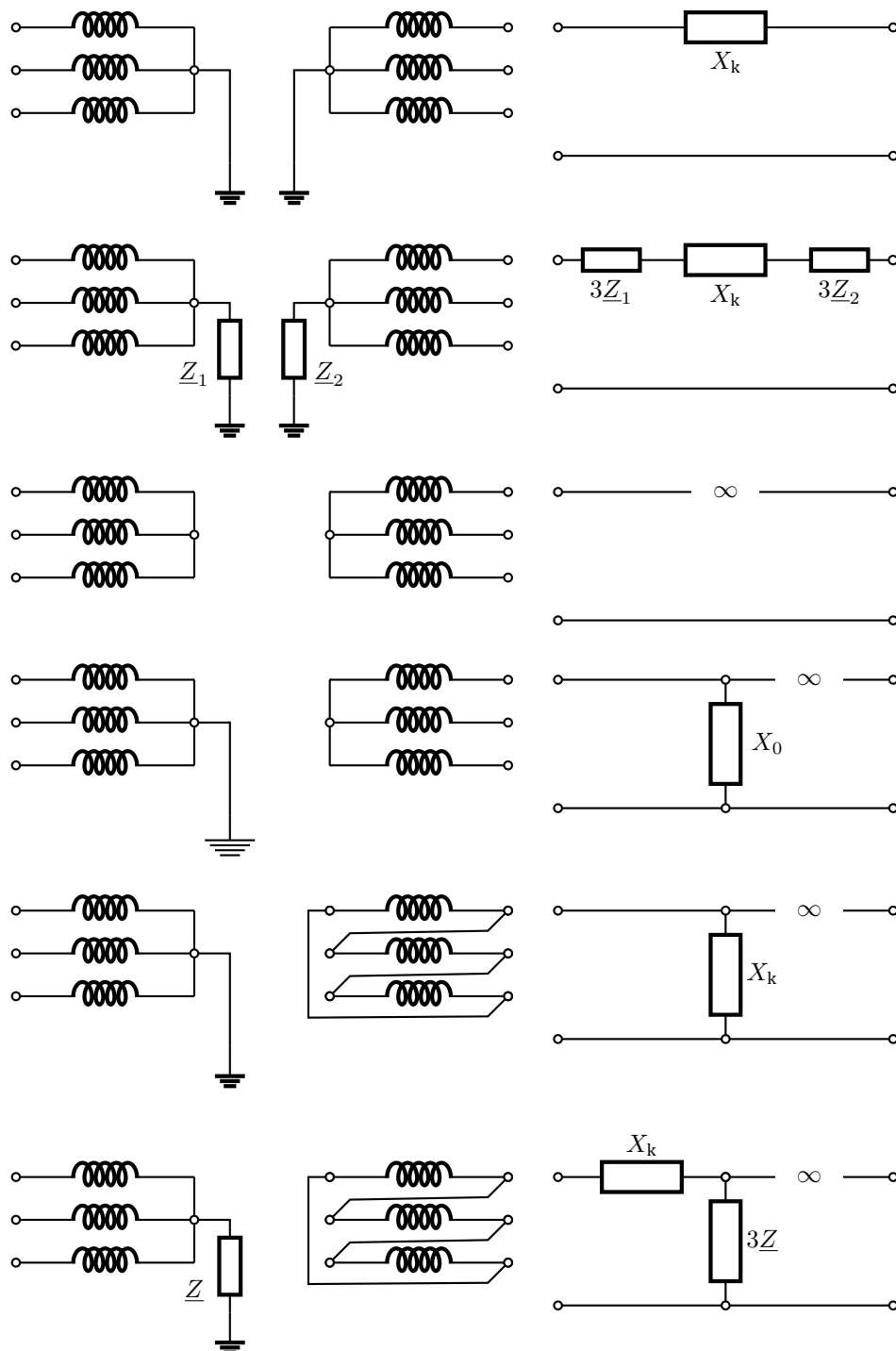
Вид на машини	X_d''	X_d'	X_d	X_i	X_0
Турбогенератори	9 ÷ 15	13 ÷ 22	160 ÷ 200	9 ÷ 15	3 ÷ 9
Хидрогенератори со придушна намотка	15 ÷ 30	20 ÷ 45	60 ÷ 140	15 ÷ 30	3 ÷ 15
Хидрогенератори без придушна намотка	25 ÷ 45	25 ÷ 45	50 ÷ 140	30 ÷ 65	3 ÷ 15
Синхрони компензатори	18 ÷ 38	30 ÷ 60	150 ÷ 220	17 ÷ 37	3 ÷ 15

Трансформаторот, за разлика од синхроните машини, претставува статичка машина, поради што импеданциите за директен и инверзен редослед ќе бидат меѓусебно еднакви. Тоа ќе биде воедно одлика и на сите преостанати елементи на ЕЕС кои се исто така статички уреди. Според тоа, во шемите за директен и инверзен систем трансформаторот ќе се претставува со една иста заменска шема (слика 4.23). Директната и инверзната реактанција на трансформаторот се еднакви на неговата реактанција на куса врска X_k , која, како што е познато, се пресметува преку познатиот напон на куса врска, номиналната моќност и номиналниот напон:

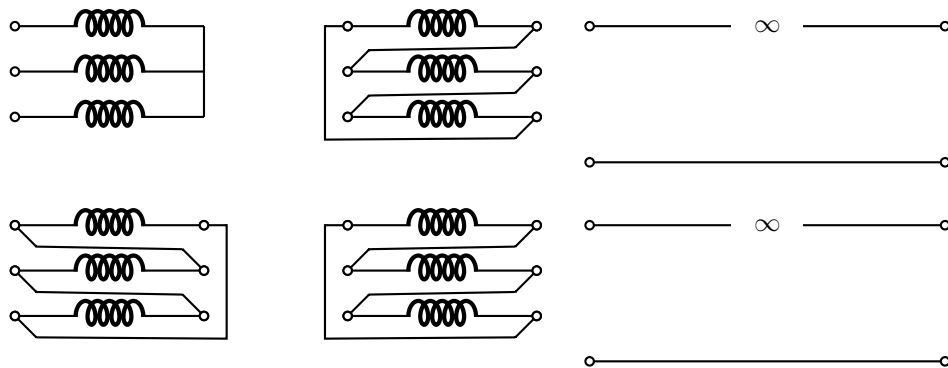
$$X_d = X_i = X_k = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n}. \quad (4.25)$$

Нултата реактанција на трансформаторот пак, меѓу другото, ќе зависи од спрегата на соединување на неговите намотки, а кај трансформаторите со намотки врзани во ѕвезда таа ќе зависи и од начинот на заземјување на ѕвездиштето/ѕвездиштата. На сликата 4.24 се прикажани еквивалентните шеми на двонамотен трансформатор за нулти систем, при различни шеми на врзување на намотките.

За одбележување е тоа што во шемите на врзување $Y_Z Y$, нултата реактанција на трансформаторот X_0 зависи од изведбата на трансформаторот. За трансформатори со 4 или 5 магнетни јадра реактанцијата X_0 е 100 ÷ 1000 пати поголема од реактанцијата на куса врска X_k и најчесто се третира како да е бесконечно голема. Кај трансформаторите со три магнетни јадра, нултата реактанција е 10 ÷ 15 пати поголема од реактанцијата X_k .

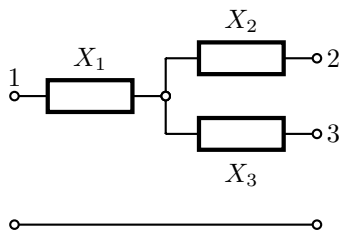


Слика 4.24. Заменски шеми на двонамотен трансформатор за нулти систем



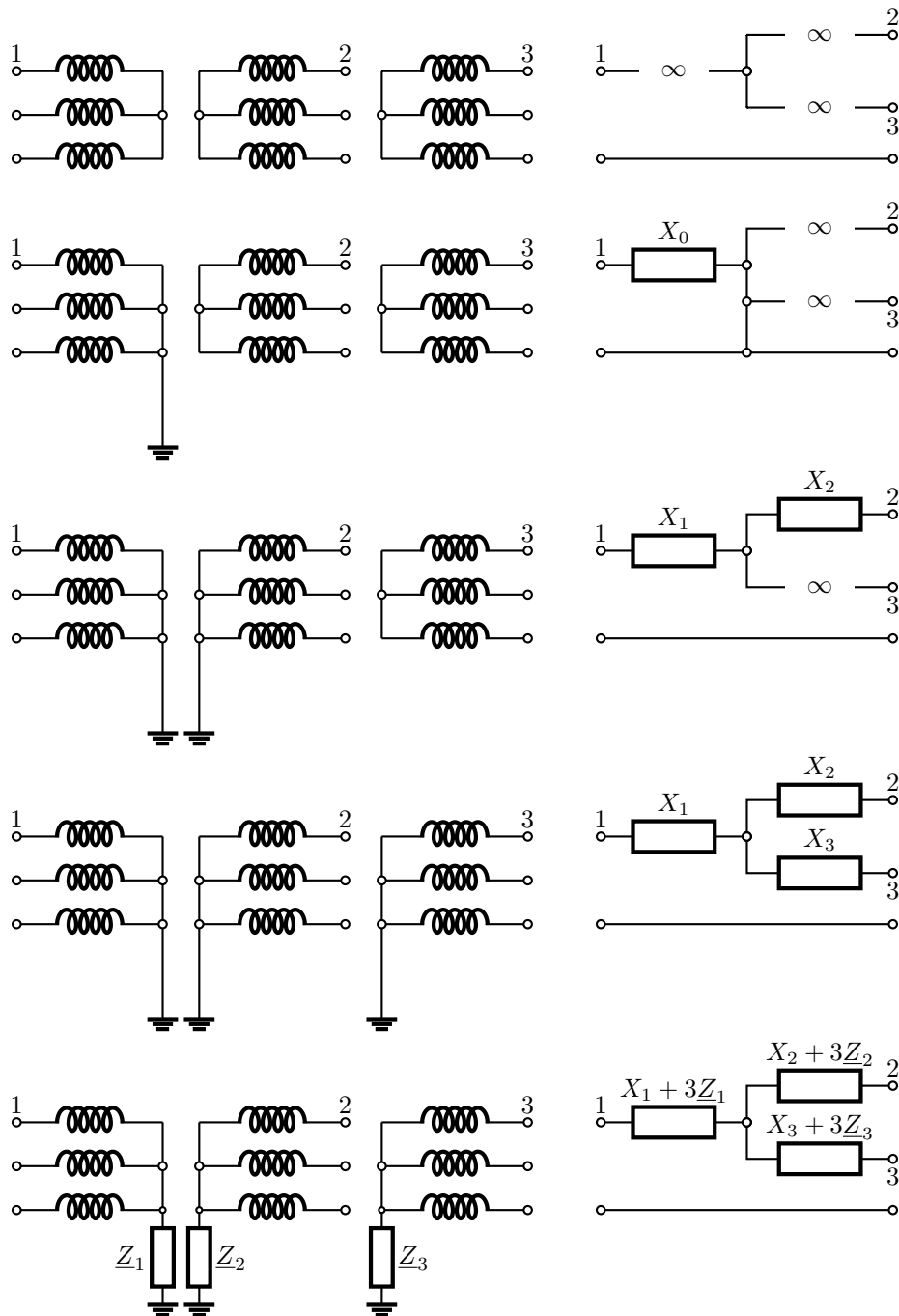
Слика 4.24. Заменски шеми на двонамотен трансформатор за нулти систем (продолжение)

4.5.2.2 Тринамотни трансформатори

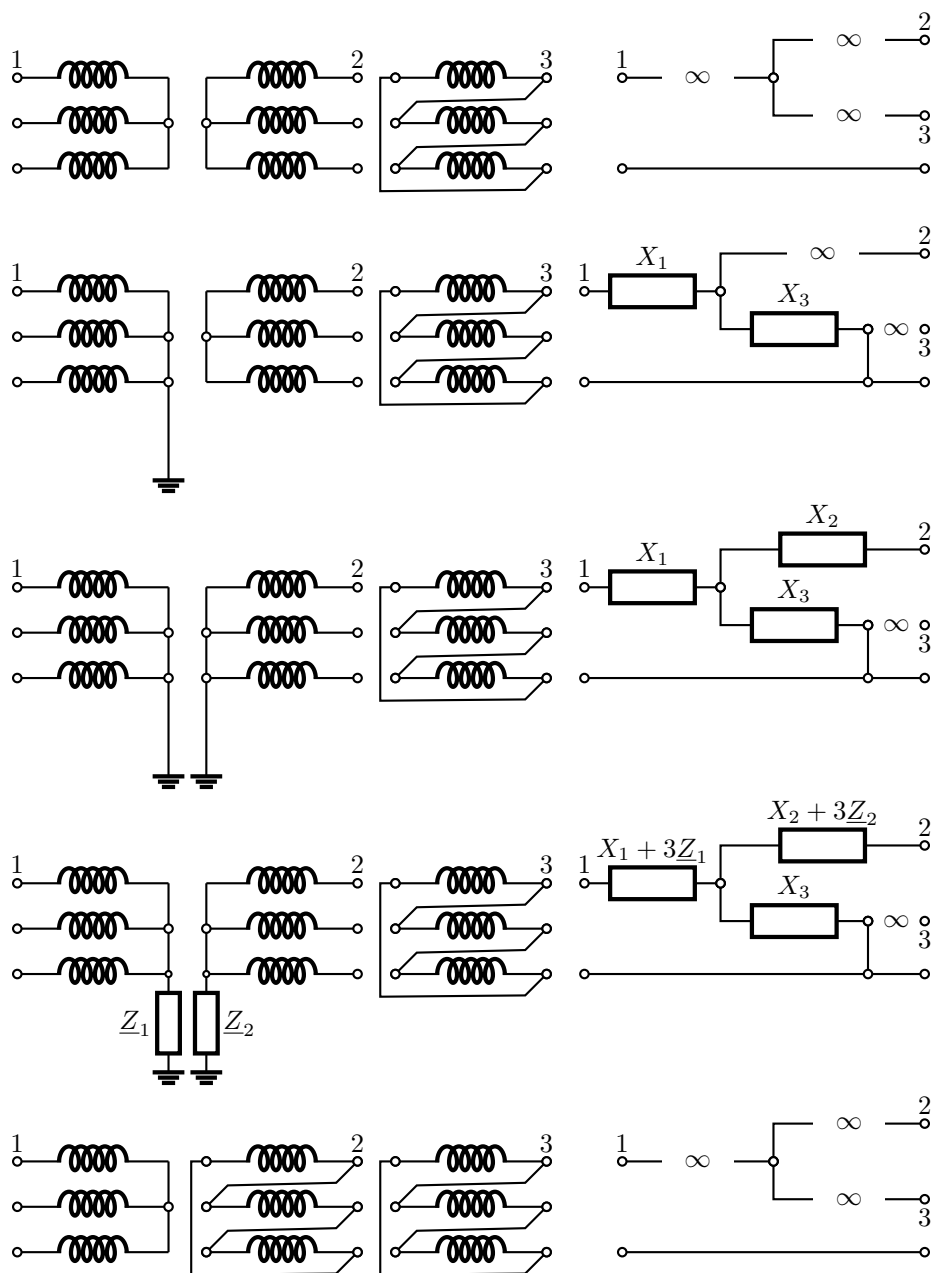


Слика 4.25. Заменска шема на тринамотен трансформатор за директен и инверзен систем

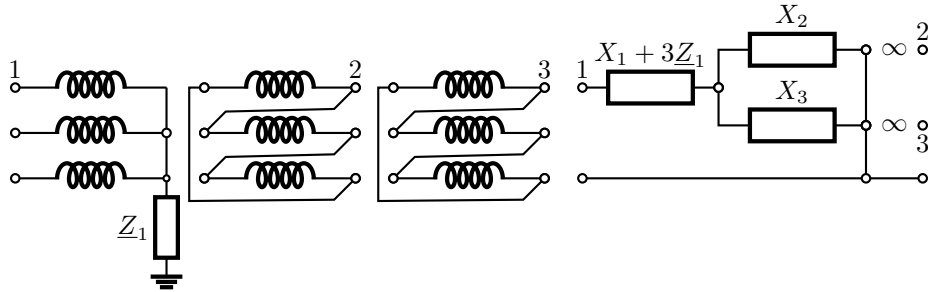
Тринамотните трансформатори, слично како и двонамотните, ќе имаат иста заменска шема за директниот и инверзниот систем. Нејзините параметри не зависат од шемата на врзување на намотките од трансформаторот (слика 4.25). Параметрите на заменската шема на трансформаторот за нулти систем и овде ќе зависат од шемата на врзување и од начинот на заземјување на нултите точки (свездиштата) на поедините негови намотки. Во принцип, она што важеше за двонамотните трансформатори, ќе важи и овде за секој пар намотки. На сликата 4.26 се прикажани заменските шеми за нултиот систем на тринамотни трансформатори со разни шеми на врзување на нивните намотки.



Слика 4.26. Заменски шеми за нулти систем на тринамотен трансформатор со различни шеми на врзување



Слика 4.26. Заменски шеми за нулти систем
на тринамотен трансформатор со различни шеми на врзување
(продолжение)



Слика 4.26. Заменски шеми за нулти систем на тринамотен трансформатор со различни шеми на врзување (продолжение)

4.5.3 Реактанции на надземните водови и каблите

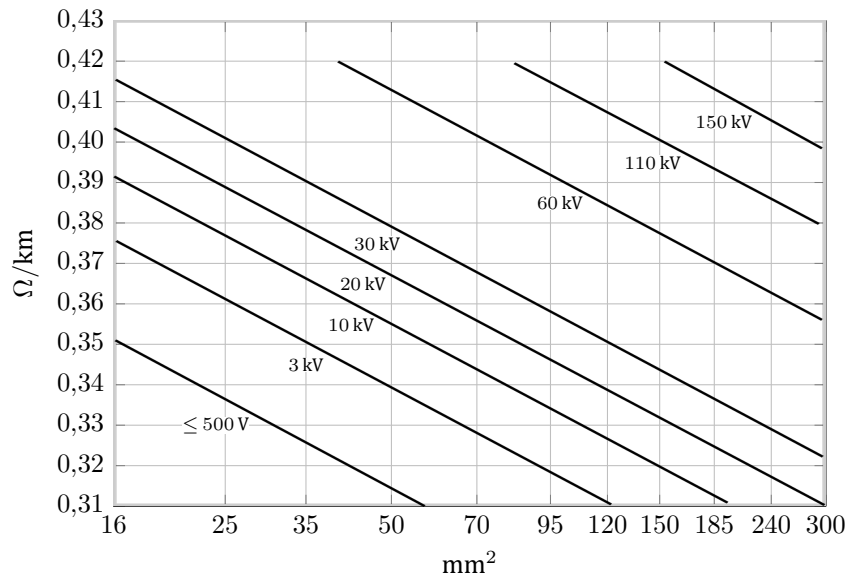
Директната и инверзната реактанција кај надземните водови и каблите е еднаква на нивната погонска реактанција. Неа можеме да ја пресметаме доколку ја знаеме погонската надолжна реактанција на водот x и неговата должина l

$$X_d = X_i = X = x \cdot l. \quad (4.26)$$

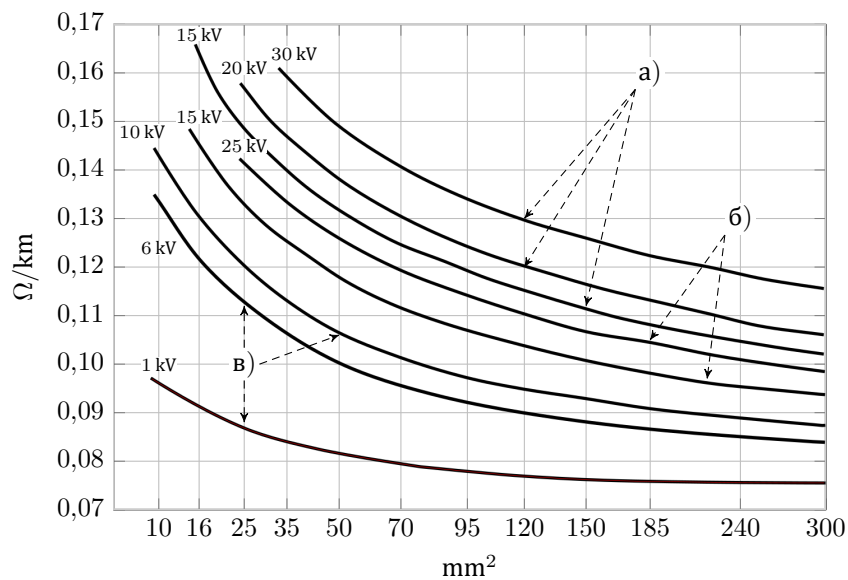
Надолжната погонска реактанција x зависи од геометрискиот распоред на фазните спроводници и меѓусебните оддалечености, а донекаде и од големината на плоштината на напречниот пресек на фазните спроводници. Доколку ни се познати диспозицијата на фазните спроводници на главата на столбот кај надземните водови и големината на плоштината на напречниот пресек на фазните спроводници, тогаш надолжната реактанција x ќе можеме да ја пресметаме со познатата релација:

$$x = 0,1445 \cdot \log \frac{D_m}{r} + 0,0157 \text{ (}\Omega/\text{km)}, \quad (4.27)$$

во која D_m претставува средно-геометриско растојание помеѓу фазните спроводници, додека r е надворешниот радиус (полупречник) на спроводниците. Големината на надолжната погонска реактанција кај надземните водови обично се движи во релативно тесни граници (слика 4.27). Погонските надолжни реактанции кај каблите се, поради малите меѓусебни растојанија помеѓу спроводниците, значително помали и се движат во границите прикажани на слика 4.28.

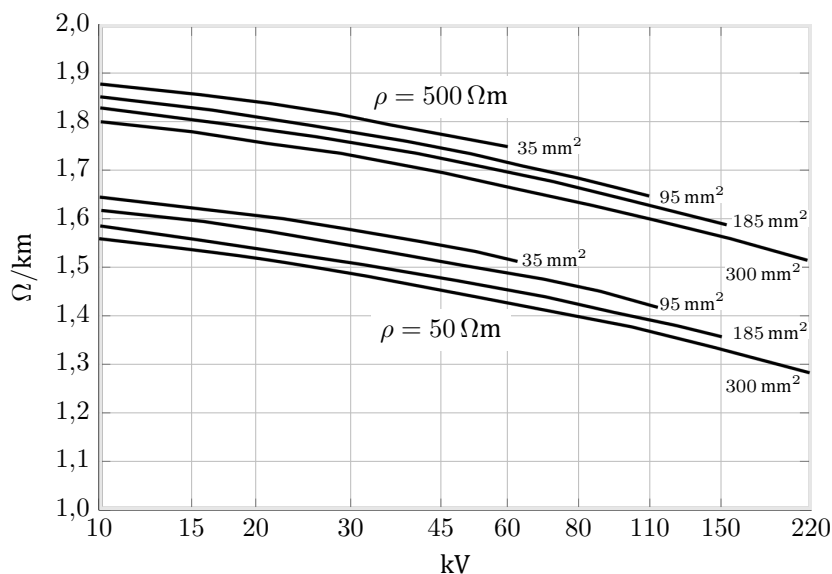


Слика 4.27. Директни и инверзни реактанции кај надземните водови



Слика 4.28. Директни и инверзни реактанции кај енергетските кабли
а) со три засебни пластови б) екранирани Н-кабли в) појасни кабли

Нултата реактанција на надземните водови X_0 е секогаш неколку пати поголема од директната. Односот X_0/X_d кај нив во најголема мера зависи од специфичната отпорност ρ на тлото над кое минува далекуводот, како и од присуството и типот на употребените заштитни (земјоводни) јажиња, а помалку зависи од пресекот на фазните спроводници. Кај водовите без заштитно јаже надолжната нулта реактанција на водот x_0 е за 3, 5 до 4 пати поголема од соодветната погонска надолжна реактанција, зависно од големината на специфичната отпорност на тлото ρ и зависно од пресекот на спроводниците. Нејзината вредност приближно можеме да ја определиме користејќи го дијаграмот прикажан на сликата 4.29.



Слика 4.29. Нулти реактанции кај надземните водови

Кога надземниот вод има едно или две заштитни јажиња, тогаш нултата надолжна реактанција се намалува. Приближно може да се земе дека нултата реактанција на надземните водови изнесува:

- за единичен вод без заштитно јаже $x_0 \approx 3,5 \cdot x$,
- за единичен вод со челично заштитно јаже $x_0 \approx 3,0 \cdot x$,
- за единичен вод со заштитно јаже од алуминиум-челик или алумовелд $x_0 \approx 2,0 \cdot x$,
- за двосистемски вод без заштитно јаже $x_0 \approx 5,5 \cdot x$,
- за двосистемски вод со челично заштитно јаже $x_0 \approx 4,7 \cdot x$,

- за двосистемски вод со заштитно јаже од алуминиум-челик или алумовелд $x_0 \approx 3,0 \cdot x$.

Нултата погонска реактанција на енергетските кабли зависи не само од заемниот распоред на жилите во самиот кабел, туку таа зависи во голема мера и од спроводноста на повратниот пат на струјата низ земјата и од присуството на разни метални делови во земјата долж трасата на кабелот, но зависи и од самата негова конструкција, т. е. од присуството на метален плашт во неа. Притоа каблите со метален плашт имаат секогаш помала нулта реактанција во однос на каблите кои немаат метален плашт. Според тоа, таа ќе зависи од многу фактори како што се: специфичната отпорност на тлото долж трасата на кабелот, присуството на разни метални конструкции во близина на трасата, присуството на други кабли, положени паралелно со посматраниот кабел и друго. Значи нултата реактанција на еден ист тип кабел не е константна и таа може да варира во широки граници, зависно од начинот и условите на неговото полагање. Затоа нултата реактанција кај енергетските кабли тешко се пресметува и таа најчесто се добива по експериментален пат, со мерење. Доколку не постојат можности за нејзиното мерење, може ориентационо да се усвои:

$$x_0 \approx (3,5 \div 4,5) \cdot x.$$

4.5.4 Реактанции на потрошувачите

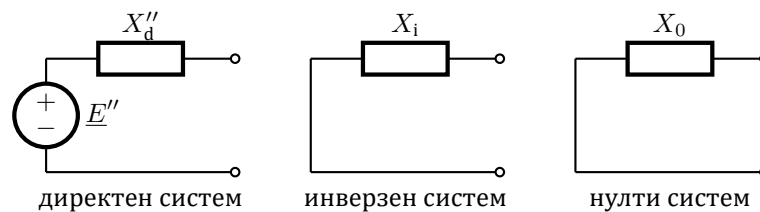
Во согласност со напред воведените упростувања, сите пасивни потрошувачи се исфрлаат од еквивалентните шеми на мрежата и нивното постоење се уважува дополнително, по пресметувањето на струите на куса врска на неоптоварената мрежа, преку зголемување на така добиените вредности на струите за определен износ. Единствено синхроните мотори и синхроните компензатори (доколку постојат), кои спаѓаат во групата на таканаречените „активни потрошувачи“, учествуваат во создавањето на струите на куса врска и во анализите ќе се третираат на наполно ист начин како и синхроните генератори.

Асинхроните мотори исто така се „активни потрошувачи“ и учествуваат во создавањето на струјата на куса врска. Меѓутоа, поради малото количество на електромагнетска енергија што тие обично ја поседуваат во режимот кој ѝ претходел на кусата врска, нивното учество во создавањето на струјата на куса врска е сосема кратко (само неколку десетини милисекунди) и завршува уште во суптранзиентниот период. Притоа помалите асинхрони мотори со номинална моќност до 100 kW практично и не учествуваат во создавањето на струјата на куса врска, бидејќи обично поседуваат сосема мало количество акумулирана енер-

гија и процесите во нив се придушуваат уште пред моментот кога струјата на куса врска ја достигнува својата ударна вредност. Затоа нивното учество во режимот на куса врска е практично безначајно и нивното постоење можеме слободно да го занемариме.

Што се однесува до поголемите асинхрони мотори кои имаат номинална моќност над 100 kW, тие се однесуваат како активни потрошувачи и краткотрајно учествуваат во создавањето на струјата на куса врска. Затоа нивното присуство се зема предвид само во суптранзиентниот период, додека во транзиентниот и трајниот период тие не учествуваат во создавањето на струјата на куса врска.

Согласно со ова, големите асинхрони мотори се претставуваат во соодветните шеми на мрежата со своите заменски шеми за: директен, инверзен и нулти систем (слика 4.30). Притоа електромоторната сила E'' , која фигурира единствено во шемата за директниот систем, ќе постои само во суптранзиентниот период. Во транзиентниот и трајниот период таа ќе има вредност еднаква на нула, т.е. заменската шема на моторот за директниот систем ќе биде како и останатите -- пасивна, без внатрешен извор на напон или струја.



Слика 4.30. Заменски шеми на големи асинхрони мотори за: директен, инверзен и нулти систем

Директната и инверзната реактанција на асинхроните мотори се приближно еднакви на неговата реактанција на куса врска X_k , т.е. $X_d = X_i \approx X_k$. Реактанцијата X_k можеме да ја пресметаме доколку ни е позната струјата на впуштање на моторот I_p , односно доколку ни е познат факторот на впуштање на моторот $k_p = I_p/I_n$. Притоа имаме:

$$X_d = X_i = X_k = \frac{U_{nf}}{I_p} = \frac{1}{k_p} \cdot \frac{U_n^2}{S_n}. \quad (4.28)$$

Кај големите асинхрони мотори факторот k_p се движи во границите од 3 до 5, односно реактанцијата X_k , изразена во релативни единици, најчесто се движи во границите од 0,2 до 0,3. Нултата реактанција X_0 на асинхроните мотори е секогаш помала од реактанцијата на куса врска. Меѓутоа, кога статорските намотки на моторот се врзани во

триаголник (што е најчест случај) или пак кога тие се врзани во ѕвезда со незаземјено ѕвездиште, реактанцијата X_0 ќе има бесконечна вредност, т. е. низ моторот нема да течат струи со нулти редослед.

4.6 Еквивалентни шеми на мрежата за одделните редоследи

Анализата на несиметричниот режим на работа на една симетрична мрежа, а исто така и анализата на режимот на несиметрична куса врска во една симетрична мрежа се врши со помош на методот на симетрични компоненти. Според овој метод несиметричниот систем на напони (струи) се разложува на три трифазни симетрични системи. Притоа струите со директен редослед ќе течат во шемата (колото) на ЕЕС за директен систем или пократко речено, во директниот систем, додека струите со инверзен, односно нулти редослед ќе течат во инверзниот, односно нултиот систем.

Директниот систем претставува електрично коло со напотно иста конфигурација како и посматраната мрежа, но со нешто изменета структура. Имено, секој елемент на мрежата во директниот систем се претставува со соодветната еквивалентна (заменска) шема за директен систем, при што местото и начинот на нивното заемно поврзување се напотно исти како и во изворната мрежа. На тој начин директниот систем претставува модел на мрежата во која, секој елемент се моделира со соодветната шема за директен систем.

Аналогно на директниот се дефинираат и инверзниот и нултиот систем. Инверзниот систем, на пример, се формира на тој начин што секој елемент од изворната мрежа ќе се претстави со соодветната заменска шема на елементот за инверзен систем, при што се запазува сосема истата конфигурација и начин на поврзување на елементите како и во изворната мрежа, а истото тоа важи и за нултиот систем.

На тој начин се формираат еквивалентните шеми на мрежата за: директен, инверзен и нулти систем.

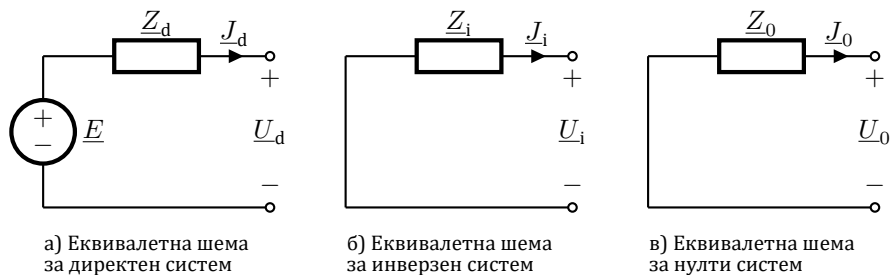
Од досега реченото произлегува дека, директниот систем претставува активна мрежа, во која, покрај реактанциите на елементите за директен редослед, фигурираат и електромоторните сили на синхроните генератори, кои се всушност напонски генератори, додека инверзниот и нултиот систем претставуваат чисто пасивни мрежи, бидејќи не содржат извори на напон и струја.

Според Тевененовата теорема секоја линеарна активна мрежа, посматрана во однос на било кој пар јазли, може да се претстави (еквивалентира) со сервиска врска на напонски генератор и импеданција. Импеданцијата е еднаква на влезната импеданција на мрежата, мерена

помеѓу посматраните јазли, додека напонот на напонскиот генератор е еднаков на напонот на празен од помеѓу истите тие јазли. Се разбира дека доколку посматраната мрежа е пасивна, тогаш нејзиниот еквивалент, односно модел, ќе претставува исто така пасивна мрежа, бидејќи напонот помеѓу било кои два јазла во една пасивна мрежа е секогаш еднаков на нула.

Значи, доколку го посматраме директниот систем помеѓу местото на настанување на кусата врска (јазел k) и референтниот јазел, т. е. земјата (јазел 0), тој ќе може да се претстави, т. е. замени со еквивалентната шема прикажана на сликата 4.31а. Величините $\underline{E}$ и $\underline{Z}_d$, кои фигурираат во оваа шема зависат од моментот на посматрање на кусата врска и се менуваат со текот на времето. Тие се, на пример, $\underline{E}''$ и $\underline{Z}_d''$ во суптранзиентниот период, $\underline{E}'$ и $\underline{Z}_d'$ и во транзиентниот, итн.

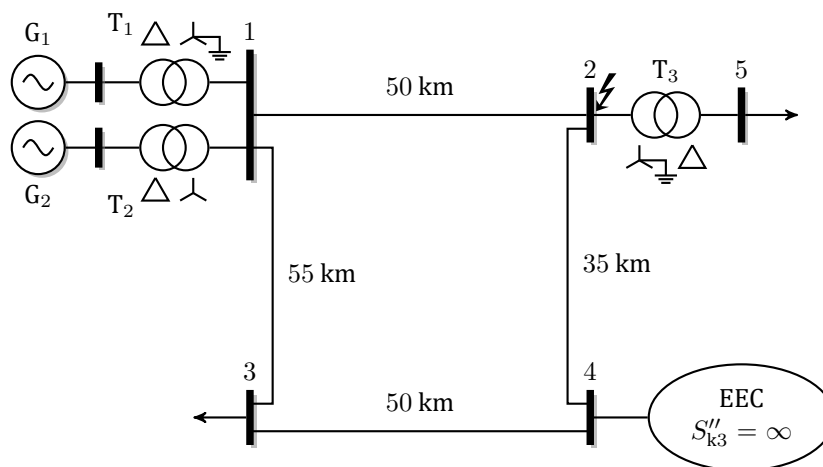
На сличен начин, со примена на Тевененовата теорема, ги добиваме и еквивалентните шеми за инверзниот и нултиот систем. Тие се прикажани на сликата 4.31б и 4.31в, респективно.



Слика 4.31. Тевененови еквиваленти на мрежата за: директен, инверзен и нулти систем

Бидејќи во инверзниот и нултиот систем не постојат извори на напон и струја, соодветните еквивалентни шеми ќе бидат пасивни. Величината Z_i , која фигурира во еквивалентната шема за инверзниот систем, претставува влезна импеданција во колото за инверзен систем, посматрана помеѓу јазелот k (каде настанала куса врска) и земјата. Слично, величината Z_0 , која фигурира во еквивалентната шема за нултиот систем, претставува влезна импеданција во колото за нулти систем, мерена исто така помеѓу јазлите k и 0.

Пример 4.2. На сликата П.4.2.1 е прикажана високонапонска мрежа во којашто сите водови имаат исти надолжни параметри $x = 0,4 \Omega/\text{km}$ (за директен систем) и $x_0 = 1,2 \Omega/\text{km}$ (за нулти систем). Должините на водовите се дадени на сликата П.4.2.1. Мрежата е приклучена на ЕЕС со бесконечна моќност, а истовремено во неа работи и една електрична



Слика П.4.2.1

центра со два блока генератор-трансформатор. Познати се следните податоци:

- $G_1 = G_2$: $S_n = 120 \text{ MVA}$, $U_n = 15,75 \text{ kV}$, $x_d'' = 15\%$, $x_i = 20\%$,
- $T_1 = T_2$: $S_n = 120 \text{ MVA}$, преносен однос $15,75/115,5 \text{ kV/kV}$, $u_k = 10\%$,
- T_3 : $S_n = 31,5 \text{ MVA}$, преносен однос $110/10,5 \text{ kV/kV}$, $u_k = 11\%$.

За сите трансформатори спрегите на намотките се прикажани на сликата.

Да се пресметаат реактанциите на елементите и врз основа на сликата П.4.2.1 да се формираат шемите за: директен, инверзен и нулти редослед.

Решение

Реактанциите на водовите за директен/инверзен и нулти систем изнесуваат:

$$\begin{aligned} X_{1-2} &= x \cdot l_{1-2} = 0,4 \cdot 50 = 20 \Omega, & X_{1-2,0} &= x_0 \cdot l_{1-2} = 1,2 \cdot 50 = 60 \Omega, \\ X_{1-3} &= x \cdot l_{1-3} = 0,4 \cdot 55 = 22 \Omega, & X_{1-3,0} &= x_0 \cdot l_{1-3} = 1,2 \cdot 55 = 66 \Omega, \\ X_{3-4} &= x \cdot l_{3-4} = 0,4 \cdot 50 = 20 \Omega, & X_{3-4,0} &= x_0 \cdot l_{3-4} = 1,2 \cdot 50 = 60 \Omega, \\ X_{2-4} &= x \cdot l_{2-4} = 0,4 \cdot 35 = 14 \Omega, & X_{2-4,0} &= x_0 \cdot l_{2-4} = 1,2 \cdot 35 = 42 \Omega. \end{aligned}$$

При пресметка на реактанциите на трансформаторите ќе го користиме актуелниот преносен однос и реактанциите ќе ги сведеме на страната на повисокиот напон, бидејќи на истото напонско ниво се наоѓа

и јазелот 2 каде што е кусата врска. Според тоа добиваме:

$$X_{T1} = X_{T2} = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{10}{100} \cdot \frac{115,5^2}{120} = 11,117 \Omega;$$

$$X_{T3} = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{11}{100} \cdot \frac{110^2}{31,5} = 42,254 \Omega.$$

Реактанциите на генераторите треба да ги сведеме преку нивните блок трансформатори за и тие да бидат пресметани на напонско ниво 110 kV. Сведувањето го правиме со множење со $k^2 = (115,5/15,75)^2$ така што имаме:

$$X_{G1,d} = X_{G2,d} = \frac{x_d''}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot k^2 = \frac{15}{100} \cdot \frac{15,75^2}{120} \cdot \left(\frac{115,5}{15,75}\right)^2 = 16,675 \Omega;$$

$$X_{G1,i} = X_{G2,i} = \frac{x_i}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot k^2 = \frac{20}{100} \cdot \frac{15,75^2}{120} \cdot \left(\frac{115,5}{15,75}\right)^2 = 22,234 \Omega.$$

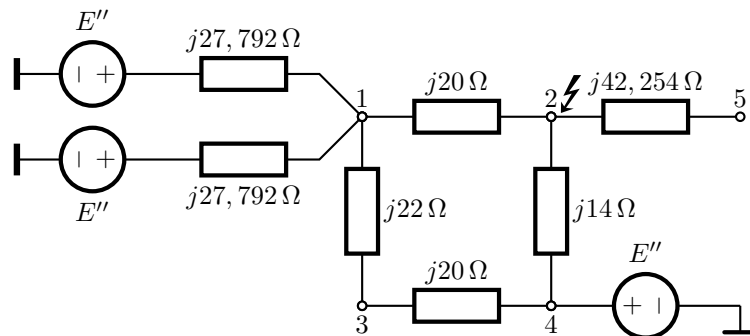
Нултите реактанции на генераторите нема потреба да ги пресметуваме, затоа што со оглед на шемата на соединување на блок трансформаторите во нултиот систем ќе имаме отворено коло кон генераторите.

За двата генератора е zgodno да пресметаме и вкупна реактанција на сервиската врска составена од генераторот и блок трансформаторот, така што добиваме:

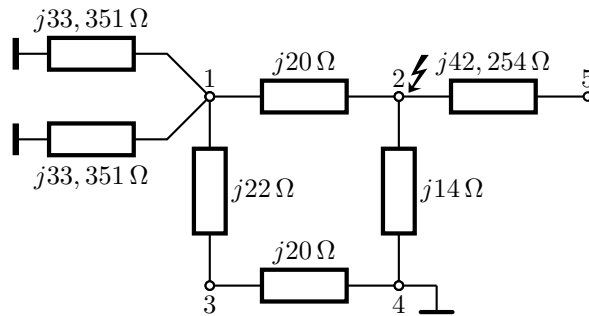
$$X_{GT,d} = 16,675 + 11,117 = 27,792 \Omega,$$

$$X_{GT,i} = 22,234 + 11,117 = 33,351 \Omega.$$

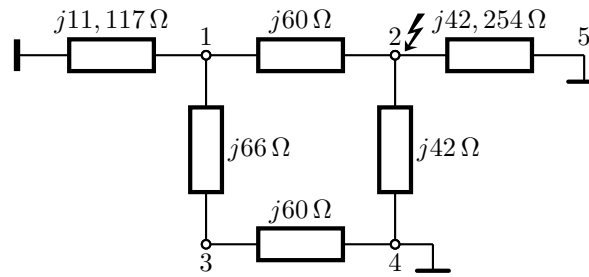
Во продолжение се дадени еквивалентните шеми за: директен, инверзен и нулти систем.



Слика П.4.2.2. Еквивалентна шема за системот од сликата П.4.2.1 за директен систем



Слика П.4.2.3. Еквивалентна шема за системот од сликата П.4.2.1 за инверзен систем



Слика П.4.2.4. Еквивалентна шема за системот од сликата П.4.2.1 за нулти систем

□ □ □

Ако со: $\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$ ги означиме симетричните компоненти на фазните напони на местото на кусата врска, т. е. во јазелот k , а со: $\underline{J}_d, \underline{J}_i, \underline{J}_0$ ги означиме симетричните компоненти на фазните струи кои течат од повредениот јазел k спрема земјата, тогаш, врз основа на еквивалентните шеми од сликата 4.31, можеме да ги напишеме следните равенки:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= \underline{U}_d + \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d, \\ 0 &= \underline{U}_i + \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i, \\ 0 &= \underline{U}_0 + \underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Релациите (4.29) помеѓу симетричните компоненти на фазните напони и струи на местото на кусата врска се општи и важат за секој вид на куса врска или несиметрија. Нив ги добиваме непосредно од самите еквивалентни шеми на мрежата.

Од друга страна, секој тип на куса врска се карактеризира со уште три нови релации што зависат само од типот на кусата врска. Во

комбинација со општите равенки (4.29), тие даваат линеарен систем од 6 равенки со 6 непознати, при што непознатите се симетричните компоненти: $\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$ и $\underline{J}_d, \underline{J}_i, \underline{J}_0$.

Со решавање на тој систем равенки најнапред ги определуваме приликите на местото на кусата врска, а потоа, решавајќи ги колата за: директен, инверзен и нулти систем со помош на основните закони на електротехниката, ја определуваме распределбата на струи и напони во секој од симетричните системи. На тој начин ги добиваме симетричните компоненти на сите напони и струи во мрежата, преку кои, со помош на трансформационите односи (4.18) односно равенката (4.20), лесно ќе ги пресметаме фазните напони и струи во било кој елемент од мрежата.

4.6.1 Пресметување на режимот на куса врска

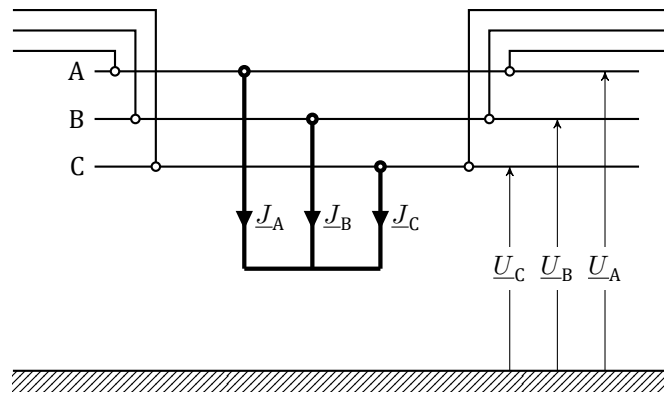
Секој вид на куса врска во трифазната мрежа дава три релации помеѓу фазните напони и струи на местото на кусата врска, специфични за тој вид грешка. Од тие три релации, со помош на трансформационите односи (4.19), ќе добиеме три релации во кои ќе фигурираат симетричните компоненти на фазните напони и струи: $\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$ и $\underline{J}_d, \underline{J}_i, \underline{J}_0$. Последните три релации во комбинација со системот равенки (4.29), кој е општ и не зависи од типот на кусата врска, формираат систем од 6 равенки со 6 непознати. Со неговото решавање ги добиваме симетричните компоненти: $\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$ и $\underline{J}_d, \underline{J}_i, \underline{J}_0$ на напоните и струите во повредениот јазел k .

Потоа со инверзната трансформација (4.18) ги добиваме фазните напони и струи на местото на кусата врска. Доколку сакаме да ги определиме приликите и во останатиот дел од мрежата во режимот на куса врска, тогаш најнапред ќе треба да ги определиме симетричните компоненти на напоните во јазлите и струите низ гранките во колата за: директен, инверзен и нулти систем, па дури потоа, со помош на трансформационите односи (4.18), односно равенката (4.20), да ги определиме и соодветните фазни напони и струи.

4.6.2 Трифазна куса врска

Трифазната куса врска (прикажана на сликата 4.32) претставува директен спој на сите три фази и се карактеризира со следните три равенки:

$$\begin{aligned} \underline{J}_A + \underline{J}_B + \underline{J}_C &= 0, \\ \underline{U}_A &= \underline{U}_B = \underline{U}_C. \end{aligned} \tag{4.30}$$



Слика 4.32. Трифазна куса врска

Од првата равенка во (4.30) следува дека нултата компонента на струјата, согласно (4.19), ќе биде еднаква на нула, т. е.

$$\underline{J}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{J}_A + \underline{J}_B + \underline{J}_C) = 0. \quad (4.31)$$

Имајќи предвид дека е $\underline{J}_0 = 0$, од последната равенка на (4.29) следува:

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0 = 0. \quad (4.32)$$

Директната и инверзната компонента на напонот во повредениот јазел ќе бидат

$$\underline{U}_d = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_A + \underline{a} \cdot \underline{U}_B + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_C) = 0, \quad (4.33)$$

$$\underline{U}_i = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_A + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_B + \underline{a} \cdot \underline{U}_C) = 0. \quad (4.34)$$

Значи, од трите релации помеѓу фазните напони и струи (4.30) произлегоа релациите: (4.31), (4.33) и (4.34) помеѓу нивните симетрични компоненти. Овие пак во комбинација со општите релации (4.29) ќе го дадат следното решение

$$\begin{aligned} \underline{U}_d &= \underline{U}_i = \underline{U}_0 = 0, \\ \underline{J}_d &= \underline{E} / \underline{Z}_d, \\ \underline{J}_i &= \underline{J}_0 = 0. \end{aligned}$$

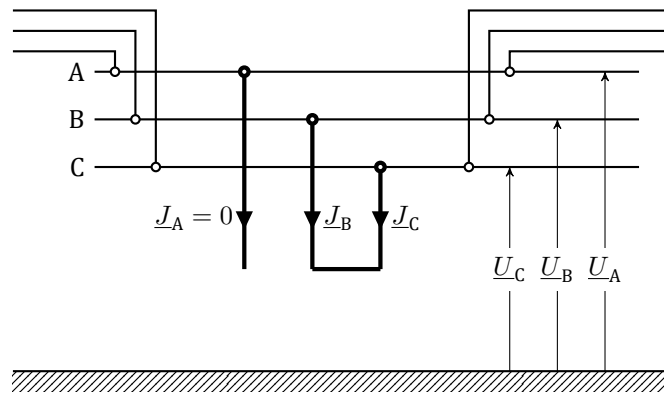
Сега лесно ќе се добијат фазните напони и струи на местото на кусата врска, со помош на релациите (4.18):

$$\underline{U}_A = \underline{U}_B = \underline{U}_C = 0, \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \underline{J}_A &= \underline{J}_d, \\ \underline{J}_B &= \underline{a}^2 \underline{J}_d, \\ \underline{J}_C &= \underline{a} \underline{J}_d. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Од равенките (4.35) и (4.36) можеме да заклучиме дека трифазната куса врска претставува симетричен режим.

4.6.3 Двофазна куса врска



Слика 4.33. Двофазна куса врска

Двофазната куса врска претставува спој на било кои две фази (на пример спој на фазите В и С). За овој вид на куса врска (слика 4.33) можеме да ги напишеме следните равенки:

$$\begin{aligned} \underline{J}_A &= 0, \\ \underline{J}_B + \underline{J}_C &= 0, \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_C. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Првите две равенки од (4.37) даваат:

$$\underline{J}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{J}_A + \underline{J}_B + \underline{J}_C) = 0. \quad (4.38)$$

Имајќи ја превид равенката (4.38) од последната равенка на (4.29) се добива:

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{J}_0 = 0. \quad (4.39)$$

Понатаму, последната равенка од (4.37) може да се напише во вид:

$$\underline{a} \underline{U}_d + \underline{a}^2 \underline{U}_i + \underline{U}_0 = \underline{a}^2 \underline{U}_d + \underline{a} \underline{U}_i + \underline{U}_0, \quad (4.40)$$

од каде следува:

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i. \quad (4.41)$$

Понатаму, со оглед на првите две равенки од (4.37), имаме:

$$\underline{J}_d = (\underline{J}_A + \underline{a} \underline{J}_B + \underline{a}^2 \underline{J}_C) / 3 = (0 + \underline{a} \underline{J}_B - \underline{a}^2 \underline{J}_B) / 3, \quad (4.42)$$

$$\underline{J}_i = (\underline{J}_A + \underline{a}^2 \underline{J}_B + \underline{a} \underline{J}_C) / 3 = (0 + \underline{a}^2 \underline{J}_B - \underline{a} \underline{J}_B) / 3 = -\underline{J}_d. \quad (4.43)$$

Според тоа, од системот равенки (4.37) произлегоа следните релации помеѓу симетричните компоненти на фазните напони и струи на местото на кусата врска:

$$\underline{J}_0 = 0, \quad \underline{U}_d = \underline{U}_i, \quad \underline{J}_i = -\underline{J}_d. \quad (4.44)$$

Релациите (4.44) во комбинација со општите релации (4.29) го даваат следното решение:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i}, \quad \underline{J}_i = -\underline{J}_d, \quad \underline{J}_0 = 0. \quad (4.45)$$

$$\underline{U}_d = \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_d = \frac{\underline{Z}_i \cdot \underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i}, \quad \underline{U}_i = \underline{U}_d, \quad \underline{U}_0 = 0.$$

Од равенките (4.45) со користење на равенките (4.20) и (4.22) се добиваат фазните напони и струи на местото на кусата врска:

$$\begin{aligned} \underline{J}_A &= 0, \quad \underline{J}_B = -j\sqrt{3} \cdot \underline{J}_d, \quad \underline{J}_C = -\underline{J}_B, \\ \underline{U}_A &= 2 \cdot \underline{U}_d = \frac{2 \cdot \underline{E} \cdot \underline{Z}_i}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i}, \quad \underline{U}_B = -\frac{\underline{U}_A}{2}, \quad \underline{U}_C = \underline{U}_B. \end{aligned} \quad (4.46)$$

4.6.4 Двофазна куса врска со земја

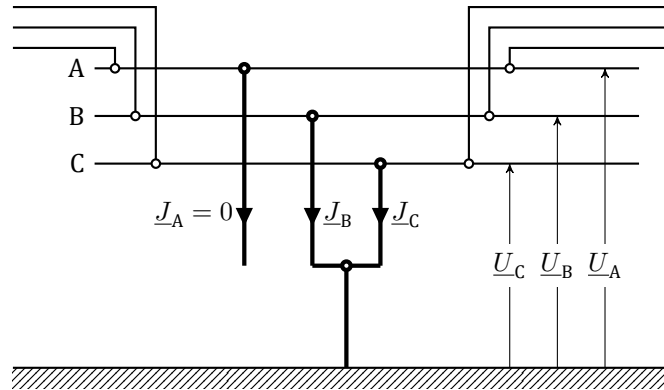
Посматраме спој на две фази (В и С) придружен истовремено со спој со земја (слика 4.34). За овој вид на куса врска можеме да го напишеме следниот систем равенки:

$$\begin{aligned} \underline{J}_A &= 0, \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_C = 0. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Применувајќи ги трансформационите односи од равенките (4.19) на равенките (4.47), добиваме:

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i = \underline{U}_0, \quad (4.48)$$

$$\underline{J}_d + \underline{J}_i + \underline{J}_0 = 0. \quad (4.49)$$



Слика 4.34. Двофазна куса врска со земја

Релациите (4.48) и (4.49) заедно со општите релации (4.29) формираат систем од 6 равенки со 6 непознати, чие решение гласи:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \quad \underline{J}_i = \frac{-\underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_d}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}, \quad \underline{J}_0 = \frac{-\underline{Z}_i \cdot \underline{J}_d}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}, \quad (4.50)$$

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{E} \cdot \underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \quad \underline{U}_i = \underline{U}_d, \quad \underline{U}_0 = \underline{U}_d. \quad (4.51)$$

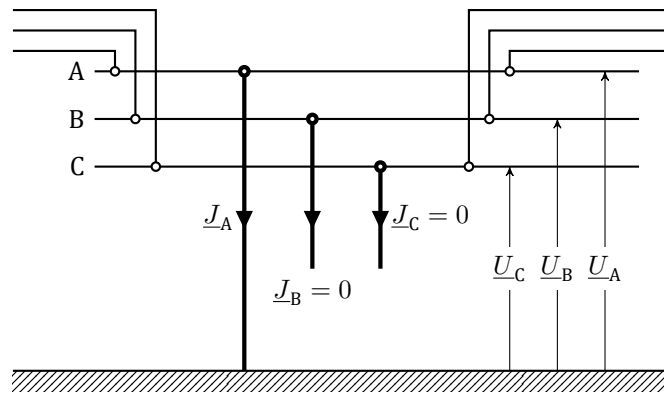
Во равенките (4.50) и (4.51) е воведена величината $\underline{Z}_k$, наречена „импеданција на кусата врска“. Во конкретниот случај таа изнесува:

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_i \parallel \underline{Z}_0 = \frac{\underline{Z}_i \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}. \quad (4.52)$$

Сега, кога се определени симетричните компоненти, со равенките (4.20) се добиваат фазните напони и струи:

$$\begin{aligned} \underline{J}_A &= 0, \\ \underline{J}_B &= \frac{(\underline{a}^2 - 1) \cdot \underline{Z}_i + (\underline{a}^2 - \underline{a}) \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_i + \underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_0 + \underline{Z}_i \cdot \underline{Z}_0} \cdot \underline{E}, \\ \underline{J}_C &= \frac{(\underline{a} - 1) \cdot \underline{Z}_i - (\underline{a}^2 - \underline{a}) \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_i + \underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_0 + \underline{Z}_i \cdot \underline{Z}_0} \cdot \underline{E} \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= 3 \cdot \underline{U}_d = \frac{3 \cdot \underline{E} \cdot \underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \\ \underline{U}_B &= 0, \\ \underline{U}_C &= 0. \end{aligned} \quad (4.54)$$



Слика 4.35. Еднофазна куса врска

4.6.5 Еднофазна куса врска

Приликите при еднофазна куса врска, настаната, на пример, на фазата А (слика 4.35), се опишани со следните равенки:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= 0, \\ \underline{J}_B &= 0, \\ \underline{J}_C &= 0. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Со помош на трансформационите односи (4.18), системот равенки (4.55) се трансформира во следните три релации помеѓу симетричните компоненти на напоните и струите:

$$\underline{J}_d = \underline{J}_i = \underline{J}_0, \quad (4.56)$$

$$\underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_0 = 0. \quad (4.57)$$

Ако повторно ја воведеме импеданцијата на кусата врска $\underline{Z}_k$, која во случајот на еднофазна куса врска ќе изнесува:

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_i + \underline{Z}_0, \quad (4.58)$$

тогаш релациите (4.56) и (4.57) во комбинација со општите релации (4.29) ќе го дадат следното решение:

$$\begin{aligned} \underline{J}_d &= \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \\ \underline{J}_i &= \underline{J}_d, \\ \underline{J}_0 &= \underline{J}_d. \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_d &= \frac{\underline{E} \cdot \underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \\ \underline{U}_i &= -\underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i, \\ \underline{U}_0 &= -\underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Фазните напони и струи на местото на кусата врска се добиваат со инверзна трансформација на релациите (4.59) и (4.60):

$$\begin{aligned} \underline{J}_A &= 3 \cdot \underline{J}_d = \frac{3\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0}, \\ \underline{J}_B &= 0, \\ \underline{J}_C &= 0. \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= 0; \\ \underline{U}_B &= \frac{(\underline{a}^2 - \underline{a}) \cdot \underline{Z}_i + (\underline{a}^2 - 1) \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} \cdot \underline{E}, \\ \underline{U}_C &= \frac{(\underline{a} - \underline{a}^2) \cdot \underline{Z}_i + (\underline{a} - 1) \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} \cdot \underline{E}. \end{aligned} \quad (4.62)$$

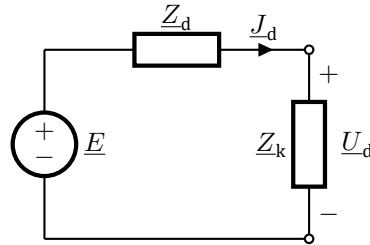
4.6.6 Заклучок

Врз основа на напред реченото може да се заклучи дека при анализата на било кој вид на куса врска приликите на местото на кусата врска ќе ги добиеме на начин опишан во продолжение на оваа секција.

Директната компонента $\underline{J}_d$ на струјата на куса врска што излегува од повредениот јазел, како и директната компонента на напонот на местото на куса врска $\underline{U}_d$, во општ случај, можат да се добијат со помош на шемата прикажана на сликата 4.36. Од оваа шема произлегуваат следните две релации:

$$\begin{aligned} \underline{J}_d &= \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \\ \underline{U}_d &= \underline{Z}_k \cdot \underline{J}_d = \frac{\underline{Z}_k \cdot \underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Во шемата од сликата 4.36 и во релациите (4.63) фигурираат параметрите на директниот систем $\underline{E}$ и $\underline{Z}_d$, како и импеданцијата на кусата врска $\underline{Z}_k$, која се приклучува попречно на местото на кусата врска. Нејзината големина зависи од типот на кусата врска и таа секогаш претставува одредена комбинација од инверзната и нултата импеданција $\underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$, кои се всушност влезни импеданции во инверзниот и нултиот систем на мрежата.

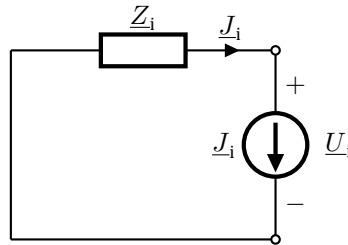


Слика 4.36. Пресметување на компонентите $\underline{J}_d$ и $\underline{U}_d$

Приликите во инверзниот и нултиот систем понатаму можат да се пресметаат со помош на шемите прикажани на сликите 4.37 и 4.38. Сликата 4.37 ја претставува еквивалентната шема на инверзниот систем во кој на местото на кусата врска (јазел k) е приклучена единствената екситација – струен генератор со струја $\underline{J}_i$. Истото значење го има и сликата 4.38 и таа се однесува на нултиот систем.

Струите $\underline{J}_i$ и $\underline{J}_0$ на соодветните екситации во инверзниот и нултиот систем се наедно инверзната, односно нултата компонента на струјата на куса врска на местото на кусата врска и тие се секогаш пропорционални на директната компонента на струјата $\underline{J}_d$, т. е.

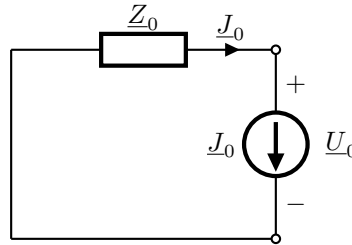
$$\underline{J}_i = \underline{p}_k \cdot \underline{J}_d, \quad \underline{J}_0 = \underline{q}_k \cdot \underline{J}_d. \quad (4.64)$$



Слика 4.37. Заменска шема за пресметка на приликите во инверзниот систем

Множителите $\underline{p}_k$ и $\underline{q}_k$ во општ случај претставуваат комплексни броеви. Нивната големина зависи од типот на кусата врска и од импеданциите на инверзниот и нултиот систем $\underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$.

Вредностите на величините: $\underline{Z}_k$, $\underline{p}_k$ и $\underline{q}_k$, за разните типови на куси врски, се систематизирани во табелата 4.2.



Слика 4.38. Заменска шема за пресметка на приликите во нултиот систем

Табела 4.2. Вредности на величините: $\underline{Z}_k$, $\underline{p}_k$ и $\underline{q}_k$ во зависност од видот на кусата врска

Вид на куса врска	$\underline{Z}_k$	$\underline{p}_k$	$\underline{q}_k$
Трифазна	0	0	0
Двофазна	$\underline{Z}_i$	-1	0
Двофазна со земја	$\frac{\underline{Z}_i \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$	$\frac{-\underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$	$\frac{-\underline{Z}_i}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$
Еднофазна	$\underline{Z}_i + \underline{Z}_0$	1	1

4.7 Примена на матрична постапка за пресметување на режимот на куса врска

Современите ЕЕС се просторно големи и имаат сложена тополошка структура. Покрај тоа ЕЕС на соседните земји се заемно поврзани така што анализата на режимот на куса врска е неможно да се направи без примена на компјутерски ориентирани постаки. Во овој дел од учебникот ќе стане збор за една таква постапка за анализа на состојбата во еден ЕЕС за време на куса врска. Постапката базира на примена на матричната алгебра и притоа се оперира со матрицата на импеданции (реактанции) на анализираниот ЕЕС. За таа цел ќе биде неопходно да се изврши формирање на матрицата на импеданции $\underline{Z}_d$ за директниот систем, а доколку станува збор за несиметрична куса врска ќе биде потребно да се формираат и матриците за инверзниот и нултиот систем $\underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$.

Во претходниот дел од излагањето беше покажано дека анализата на кусите врски претставува една процедура во којашто најнапред се

определуваат приликите на местото на грешката, т. е. симетричните компоненти ($\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$) и ($\underline{J}_d, \underline{J}_i, \underline{J}_0$) на напоните и струите на местото на кусата врска, па дури потоа се пристапува кон пресметка на состојбата во самиот ЕЕС. Притоа најнапред се пресметуваат состојбите во: директниот, инверзниот и нултиот систем, т. е. се определуваат симетричните компоненти на струите и напоните во секој од нив, па дури потоа, во последната фаза, со примена на трансформационите односи (4.20), се пресметуваат соодветните фазни напони и струи во секој јазел, односно гранка од анализираниот ЕЕС.

Ќе посматраме општ случај на куса врска во еден ЕЕС со n јазли и m гранки, настаната во јазелот k од системот. Нека претпоставиме дека соодветните матрици на импеданции (реактанции) на независните јазли за: директниот, инверзниот и нултиот систем: $\underline{Z}_d, \underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$ се веќе формирани. Во тој случај влезните импеданции: $\underline{Z}_d, \underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$, што фигурираат во изразите за пресметка на симетричните компоненти ($\underline{U}_d, \underline{U}_i, \underline{U}_0$) и ($\underline{J}_d, \underline{J}_i, \underline{J}_0$) на приликите на местото на кусата врска ќе бидат соодветните дијагонални елементи од матриците: $\underline{Z}_d, \underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$ што се наоѓаат на позицијата (k, k) .

Сега, со помош на табелата 4.2 може да се пресмета вредноста на импеданцијата на куса врска $\underline{Z}_k$, а веднаш потоа, со помош на равенките (4.63) и директната компонента на напонот $\underline{U}_d$ како и директната компонента на струјата $\underline{J}_d$ на местото на кусата врска:

$$\begin{aligned} \underline{J}_d &= \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}, \\ \underline{U}_d &= \underline{Z}_k \cdot \underline{J}_d = \frac{\underline{Z}_k \cdot \underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Симетричните компоненти на струите на местото на кусата врска, $\underline{J}_i$ и $\underline{J}_0$, се добиваат со помош на релациите (4.64) и табелата 4.2, при што е:

$$\underline{J}_i = \underline{p}_k \cdot \underline{J}_d, \quad \underline{J}_0 = \underline{q}_k \cdot \underline{J}_d. \quad (4.66)$$

Конечно можеме да пристапиме кон определувањето на приликите во соодветните системи за: директен, инверзен и нулти редослед.

Од дефиницијата на матрицата на импеданции на независните јазли $\underline{Z}$ следува дека, доколку во јазел i се инјектира струја $\underline{I}_i$, напоните во системот ќе бидат определени со следната релација:

$$\underline{U}_j = \underline{Z}_{ji} \cdot \underline{I}_i, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4.67)$$

Во равенката (4.67) со $\underline{U}_j$ е означен напонот во јазелот j додека со $\underline{Z}_{ji}$ е означен елементот од матрицата $\underline{Z}$ од редицата j и колоната i .

Според тоа напонските прилики во инверзниот и нултиот систем ќе се добијат сосема едноставно, со примена на равенката аналогна на равенката (4.67). Имајќи предвид дека местото на инјекција е јазелот k а инјектираните струи во инверзниот, односно нултиот систем се $-\underline{J}_i$ и $-\underline{J}_0$ за симетричните компоненти на напоните на јазлите во инверзниот и нултиот систем ќе добиеме:

$$\underline{U}_i(j) = -\underline{Z}_i(k, j) \cdot \underline{J}_i, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (4.68)$$

$$\underline{U}_0(j) = -\underline{Z}_0(k, j) \cdot \underline{J}_0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (4.69)$$

при што негативните знаци се заради насоката на инјектираната струја од јазелот k кон земјата.

Напоните на јазлите во директниот систем ќе се добијат со суперпозиција од дејството на електромоторните сили $\underline{E}$ од синхроните генератори и струјата $\underline{J}_d$ што се инјектира во повредениот јазел k , т. е.

$$\underline{U}_d(j) = \underline{E} - \underline{Z}_d(k, j) \cdot \underline{J}_d, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4.70)$$

Откога ќе се пресметаат симетричните компоненти на напоните на јазлите во одделните системи, се пристапува кон пресметување на симетричните компоненти на струите во гранките: $\underline{I}_d$, $\underline{I}_i$ и $\underline{I}_0$. Нивните вредности ги добиваме со примена на Кирхофовиот закон за напони. За гранката со реден број g , што ги поврзува јазлите i и j , симетричните компоненти на фазните струи во таа гранка ќе бидат:

$$\begin{aligned} \underline{I}_d(g) &= \frac{\underline{U}_d(i) - \underline{U}_d(j)}{\underline{Z}_{gr.d}(g)}, \\ \underline{I}_i(g) &= \frac{\underline{U}_i(i) - \underline{U}_i(j)}{\underline{Z}_{gr.i}(g)}, \quad g = 1, 2, \dots, m \\ \underline{I}_0(g) &= \frac{\underline{U}_0(i) - \underline{U}_0(j)}{\underline{Z}_{gr.0}(g)}. \end{aligned} \quad (4.71)$$

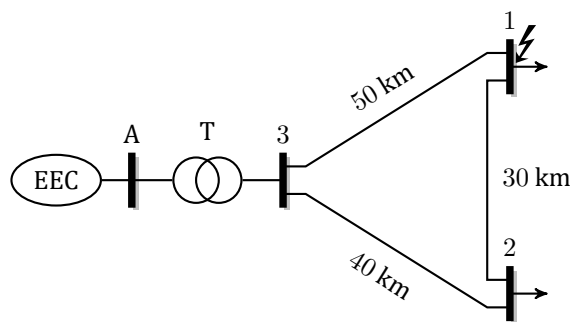
Во равенките (4.71) со: $\underline{Z}_{gr.d}(g)$, $\underline{Z}_{gr.i}(g)$ и $\underline{Z}_{gr.0}(g)$ се означени импеданциите на гранката g за директниот, инверзниот и нултиот редослед.

Струите во генераторот i се пресметуваат преку напоните на јазлите и нивните импеданции: $\underline{Z}_{g.d}(i)$, $\underline{Z}_{g.i}(i)$ и $\underline{Z}_{g.0}(i)$ за: директен, инверзен и нулти систем на следниот начин:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{d.g}(i) &= \frac{\underline{E} - \underline{U}_d(i)}{\underline{Z}_{g.d}(i)}, \\ \underline{I}_{i.g}(i) &= -\frac{\underline{U}_i(i)}{\underline{Z}_{g.i}(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n_g \\ \underline{I}_{0.g}(i) &= -\frac{\underline{U}_0(i)}{\underline{Z}_{g.0}(i)}. \end{aligned} \quad (4.72)$$

Пример 4.3. Разгледуваме мрежа 110 kV којашто преку еден трансформатор со реактанција $X_T = 10 \Omega$ (вредноста е сведена на страна 110 kV), се напојува од напојната точка А со константен напон. ЕЕС од којшто се напојува точката А може да се, еквивалентира со еден еквивалентен генератор чиешто реактанции X_{EES} , за одделните редоследи сведени на страната 110 kV изнесуваат: $X_{EES,d} = 2,5 \Omega$, $X_{EES,i} = 3 \Omega$ и $X_{EES,0} = 5 \Omega$. Сите водови од мрежата имаат еднакви надолжни реактанции $x_d = 0,4 \Omega/\text{km}$ и $x_0 = 3 \cdot x_d = 1,2 \Omega/\text{km}$. Нивните должини се прикажани на сликата П.4.3.1. Пред настанување на кусата врска системот бил во празен од.

Со помош на матричната постапка опишана во потпоглавјето 4.7 да се пресметаат фазните напони и струи во ЕЕС прикажан на сликата П.4.3.1 за време на трифазна куса врска настаната на собирниците бр. 1.



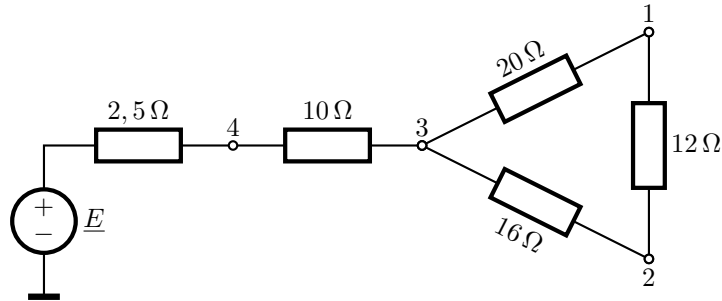
Слика П.4.3.1

Решение

Во случајот на трифазна куса врска доволно е да се анализира само колото за директен редослед, т. е. само директниот систем. Напоните и струите во инверзниот и нултиот систем се еднакви на нула. Заменската шема на набљудуваниот ЕЕС за директен редослед е прикажана на сликата П.4.3.2.

Врз основа на шемата на колото за директен редослед од сликата П.4.3.2 најнапред ќе ја формираме матрицата $\underline{Y}$, земајќи ја земјата за референтен јазел, а потоа, со нејзина инверзија, и матрицата $\underline{Z}$. Обете матрици $\underline{Y}$ и $\underline{Z}$ се квадратни и симетрични, со димензии $n \times n$ т. е. имаат онолку редици и колони колку што е бројот на независните јазли n .

Матрицата $\underline{Y}$ се формира сосема едноставно, врз основа на следните две правила:



Слика П.4.3.2

1. дијагоналниот елемент $\underline{Y}_{ii}$ од оваа матрица е еднаков на сумата од адмитанциите на сите гранки коишто се поврзани со јазелот i ,
2. вондијагоналниот елемент $\underline{Y}_{ij}$ од оваа матрица е еднаков на негативната вредност од адмитанцијата на гранката што директно ги поврзува јазлите i и j . Ако таква гранка не постои тогаш е $\underline{Y}_{ij} = 0$. Доколку сите елементи на разгледуваниот ЕЕС се линеарни, матрицата $\underline{Y}$ е симетрична, т. е. важи $\underline{Y}_{ij} = \underline{Y}_{ji}$.

Врз основа на овие две правила и врз основа на шемата прикажана на сликата П.4.3.2 ги пресметуваме елементите од матрицата како што следува:

$$\underline{Y} = -j \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{20} + \frac{1}{12} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{20} & 0 \\ -\frac{1}{12} & \frac{1}{12} + \frac{1}{16} & -\frac{1}{16} & 0 \\ -\frac{1}{20} & -\frac{1}{16} & \frac{1}{20} + \frac{1}{16} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{2,5} \end{bmatrix} S,$$

т.е.

$$\underline{Y} = -j \cdot \begin{bmatrix} 0,13333 & -0,08333 & -0,05 & 0 \\ -0,08333 & 0,14583 & -0,06250 & 0 \\ -0,05 & -0,06250 & 0,21250 & -0,1 \\ 0 & 0 & -0,1 & 0,5 \end{bmatrix} S.$$

Со инверзија на матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$ ја добиваме матрицата $\underline{\mathbf{Z}}$

$$\underline{\mathbf{Z}} = \underline{\mathbf{Y}}^{-1} = j \cdot \begin{bmatrix} 24,167 & 19,167 & 12,5 & 2,5 \\ 19,167 & 23,167 & 12,5 & 2,5 \\ 12,5 & 12,5 & 12,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \end{bmatrix} \Omega.$$

Бидејќи кусата врска е настаната при собирниците бр. 1, во случајов за нас е од интерес првата редица односно колона на матрицата $\underline{\mathbf{Z}}$.

Сега можеме да ги пресметаме приликите на местото на кусата врска. Влезната импеданција во директниот систем во јазелот $k = 1$ ќе биде:

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}(1,1) = j24,167 \Omega.$$

Импеданцијата на кусата врска $\underline{Z}_k$ за случајот на трифазна куса врска, според табелата 4.2, изнесува $\underline{Z}_k = 0$.

Еквивалентната електромоторна сила во случајот на празен од на системот пред настанување на кусата врска ќе биде:

$$\underline{E} = U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{110}{\sqrt{3}} = 63,509 \text{ kV}.$$

Сега можеме да ги пресметаме приликите на местото на кусата врска во директниот систем, по настанување на кусата врска:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{63,509}{j24,167} = -j2,628 \text{ kA}, \quad \underline{U}_d = \underline{Z}_k \cdot \underline{J}_d = 0.$$

Следува пресметка на напоните на јазлите во директниот систем со помош на релацијата (4.70), т. е.

$$\underline{U}_d(j) = \underline{E} - \underline{Z}_d(k,j) \cdot \underline{J}_d, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

На тој начин се добива:

$$\begin{aligned} \underline{U}_d(1) &= 63,509 - j24,167 \cdot (-j2,628) = 0, \\ \underline{U}_d(2) &= 63,509 - j19,167 \cdot (-j2,628) = 13,140 \text{ kV}, \\ \underline{U}_d(3) &= 63,509 - j12,5 \cdot (-j2,628) = 30,659 \text{ kV}, \\ \underline{U}_d(4) &= 63,509 - j2,5 \cdot (-j2,628) = 56,939 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Бидејќи $\underline{J}_i = \underline{J}_0 = 0$ следува:

$$\underline{U}_i(j) = \underline{U}_0(j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Значи фазните напони во одделните јазли по ефективна вредност ќе бидат еднакви на соодветната директна компонента, т. е. $U_f(j) = U_d(j)$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Сега можеме да ги пресметаме и директните компоненти на струите во одделните гранки од мрежата. Од сликата П.4.3.2 следуваат релациите:

$$\begin{aligned} I_{2-1.d} &= \frac{U_d(2) - U_d(1)}{jX_{gr.2-1}} = \frac{13,14 - 0}{j12} = -j1,095 \text{ kA}, \\ I_{3-1.d} &= \frac{U_d(3) - U_d(1)}{jX_{gr.3-1}} = \frac{30,659 - 0}{j20} = -j1,533 \text{ kA}, \\ I_{3-2.d} &= \frac{U_d(3) - U_d(2)}{jX_{gr.3-2}} = \frac{30,659 - 13,14}{j16} = -j1,095 \text{ kA}, \\ I_{4-3.d} &= \frac{U_d(4) - U_d(3)}{jX_{gr.4-3}} = \frac{56,939 - 30,659}{j10} = -j2,628 \text{ kA}. \end{aligned}$$

Како проверка на точноста на добиеното решение за напоните и струите во директниот систем може да ни послужи следната релација, којашто произлегува од шемата на сликата П.4.3.2, т. е.

$$U_d(4) = \underline{E} - jX_{EES.d} \cdot I_{3-4.d}.$$

Со замена на добиените бројни вредности се добива:

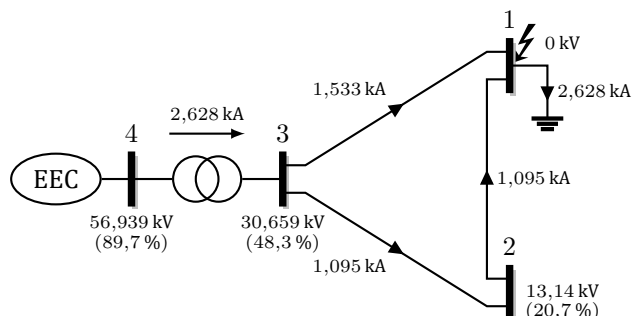
$$U_d(4) = 63,509 - j2,5 \cdot (-j2,628) = 56,939 \text{ kV},$$

а тоа е точно еднакво на напонот (фазен) во јазелот бр. 4.

Бидејќи е $\underline{I}_i = \underline{I}_0 = 0$ во соодветните кола за инверзен и нулти редослед воопшто нема струи. Поради тоа фазните струи во анализираниот ЕЕС ќе бидат еднакви на соодветните директни компоненти. На тој начин, конечната распределба на фазните напони и струи во набљудуваниот ЕЕС за време на трифазната куса врска настаната во јазелот бр. 1 е прикажана на сликата П.4.3.3.

Претходните пресметки во MATLAB можеме да ги направиме со програмата дадена во продолжение. Во неа можеме да истакнеме 3 дела:

1. Формирање на матрицата $\underline{Y}$,
2. Определување на колоната 1 од матрицата $\underline{Z}$. Бараната колона можеме да ја добиеме со решавање на системот равенки $\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{J}$, при што во векторот $\underline{J}$ со инјектираните струи во јазлите ќе поставиме 1 на првата позиција, додека елементите во сите останати редици се еднакви на 0. Со тоа, всушност, ги пресметуваме напоните на јазлите при инјекција на струја од 1 А во јазелот 1. Во ваквата состојба, по дефиниција, напоните на јазлите бројно се еднакви на



Слика П.4.3.3. Распределба на фазните напони и струи во ЕЕС од сликата П.4.3.1 за време на кусата врска

влезната импеданција во јазелот 1 и меѓусебните импеданции помеѓу јазелот 1 и останатите јазли. Во оваа постапка системот равенки не го решаваме со матрична инверзија, туку со користење на операторот „\“ што е далеку побрзо.

- Пресметка на струјата на куса врска, напоните на јазлите и струите на гранките и генераторот.

programi/kv/kv_primer_1.m

```

1 % matrica na admitancii
2 Y = -1j*[
3     1/20+1/12      -1/12      -1/20      0
4     -1/12  1/12+1/16      -1/16      0
5     -1/20      -1/16  1/20+1/16+1/10    -1/10
6     0      0      -1/10  1/10+1/2.5];
7
8 % vlezna impedancija
9 J = [1 0 0 0]';
10 Z = Y\J
11
12 % struja na kusa vrska
13 Uf = 110/sqrt(3);
14 J = Uf/Z(1)
15 % naponi na jazlite
16 U = Uf - J*Z
17 % strui na grankite
18 f = [2 3 3 4]';
19 t = [1 1 2 3]';
20 Zgr = 1j*[12 20 16 10]';
21 Igr = (U(f) - U(t)) ./ Zgr
22 % struja na generatorot
23 Ig = (Uf - U(4))/2.5j
    
```

Резултатот кој се добива со програмата е следниот:

```

>> resi_primer_1
Z =
    0.0000 +24.1667i
    
```

```

0.0000 +19.1667i
0.0000 +12.5000i
0.0000 + 2.5000i
J =
0.0000 - 2.6279i
U =
0.0000
13.1397
30.6593
56.9387
Igr =
0.0000 - 1.0950i
0.0000 - 1.5330i
0.0000 - 1.0950i
0.0000 - 2.6279i
Ig =
0.0000 - 2.6279i

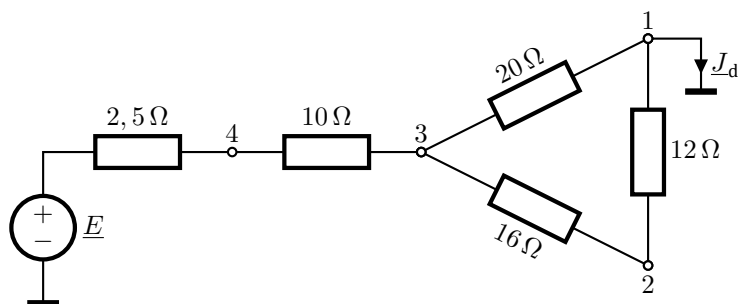
```

□ □ □

Пример 4.4. Да се пресметаат фазните напони и струи во ЕЕС од примерот 4.3 за случај на еднофазна куса врска настаната на фазата А на собирниците бр. 1.

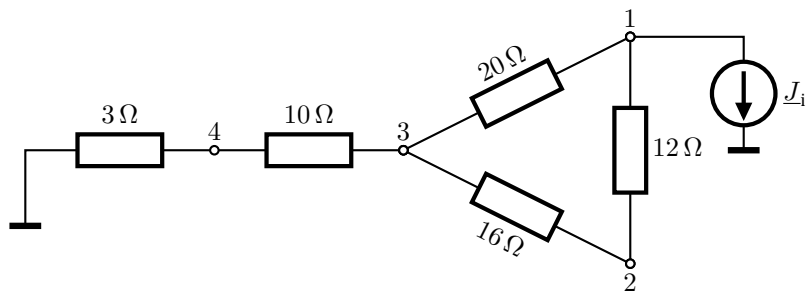
Решение

Во случајот на еднофазна куса врска ќе биде потребно да се анализира состојбата во сите три системи – директниот, инверзниот и нултиот. Електричните кола за овие три редоследи се прикажани на сликите П.4.4.1–П.4.4.3. Врз основа на овие еквивалентни кола, на начин којшто е еднаков со опишаниот во примерот 4.3, се формирани и соодветните матрици на импеданции: $\underline{Z}_d$, $\underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$ на овие кола.



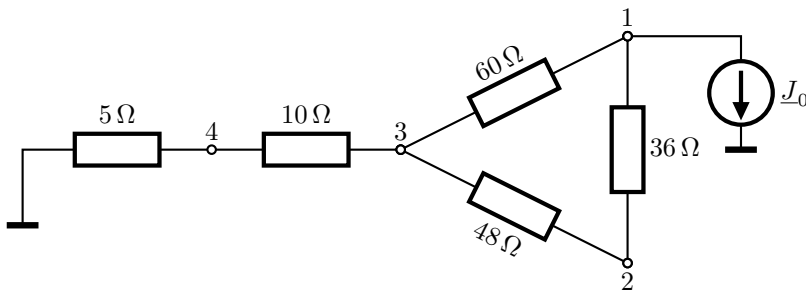
Слика П.4.4.1. Еквивалентна шема за директен редослед

$$\underline{\mathbf{Z}}_d = j \cdot \begin{bmatrix} 24,167 & 19,167 & 12,5 & 2,5 \\ 19,167 & 23,167 & 12,5 & 2,5 \\ 12,5 & 12,5 & 12,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \end{bmatrix} \Omega$$



Слика П.4.4.2. Еквивалентна шема за инверзен редослед

$$\underline{\mathbf{Z}}_i = j \cdot \begin{bmatrix} 24,667 & 19,667 & 13 & 3 \\ 19,667 & 23,667 & 13 & 3 \\ 13 & 13 & 13 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \Omega$$



Слика П.4.4.3. Еквивалентна шема за нулти редослед

$$\underline{\mathbf{Z}}_0 = j \cdot \begin{bmatrix} 50 & 35 & 15 & 5 \\ 35 & 47 & 15 & 5 \\ 15 & 15 & 15 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \Omega$$

Импеданцијата на кусата врска во овој случај ќе биде (табела 4.2):

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_i(1,1) + \underline{Z}_0(1,1) = j24,667 + j50 = j74,667 \Omega.$$

Понатаму, во согласност со равенките (4.63), се пресметуваат приликите во директниот систем на местото на кусата врска:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{63,509}{j24,167 + j74,667} = -j0,643 \text{ kA},$$

$$\underline{U}_d = \underline{Z}_k \cdot \underline{J}_d = j74,667 \cdot (-j0,643) = 47,979 \text{ kV}.$$

Приликите на местото на кусата врска во инверзниот и нултиот систем ќе бидат:

$$\underline{J}_i = \underline{J}_d = -0,643 \text{ kA}, \quad \underline{U}_i = -\underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i = -15,850 \text{ kV},$$

$$\underline{J}_0 = \underline{J}_d = -0,643 \text{ kA}, \quad \underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0 = -32,129 \text{ kV}.$$

Нека со: $\underline{U}_d$, $\underline{U}_i$ и $\underline{U}_0$ ги означиме векторите на напоните на јазлите во директниот, инверзниот и нултиот систем. Тогаш, врз основа на релациите: (4.68), (4.69) и (4.70), можеме да пишуваме:

$$\underline{U}_d = \underline{E} - \underline{J}_d \cdot \underline{Z}_{d.1} = 63,509 - (-j0,643) \cdot j \begin{bmatrix} 24,167 \\ 19,167 \\ 12,5 \\ 2,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47,979 \\ 51,192 \\ 55,476 \\ 61,902 \end{bmatrix} \text{ kV},$$

$$\underline{U}_i = \underline{J}_i \cdot \underline{Z}_{i.1} = -(-j0,643) \cdot j \begin{bmatrix} 24,667 \\ 19,667 \\ 13 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15,850 \\ -12,637 \\ -8,354 \\ -1,928 \end{bmatrix} \text{ kV},$$

$$\underline{U}_0 = \underline{J}_0 \cdot \underline{Z}_{0.1} = -(-j0,643) \cdot j \begin{bmatrix} 50 \\ 35 \\ 15 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32,129 \\ -22,490 \\ -9,639 \\ -3,213 \end{bmatrix} \text{ kV}.$$

Сега веќе можеме да ги пресметаме и струите во гранките од: директниот, инверзниот и нултиот систем. Така на пример, за симетричните

компоненти на струите во првата гранка (т. е. гранката 2-1) ќе имаме:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{2-1.d} &= \frac{\underline{U}_d(2) - \underline{U}_d(1)}{jX_{gr.1-2.d}} = \frac{51,192 - 47,979}{j12} = -j0,268 \text{ kA}, \\ \underline{I}_{2-1.i} &= \frac{\underline{U}_i(2) - \underline{U}_i(1)}{jX_{gr.1-2.i}} = \frac{-12,637 + 15,850}{j12} = -j0,268 \text{ kA}, \\ \underline{I}_{2-1.0} &= \frac{\underline{U}_0(2) - \underline{U}_0(1)}{jX_{gr.1-2.0}} = \frac{-22,490 + 32,129}{j36} = -j0,268 \text{ kA}.\end{aligned}$$

На сличен начин се добиваат и симетричните компоненти на струите во останатите гранки од системот. Резултатите од тие пресметки се сместени во следната табела.

гранка	$\underline{I}_d$ (kA)	$\underline{I}_i$ (kA)	$\underline{I}_0$ (kA)
2-1	$-j0,268$	$-j0,268$	$-j0,268$
3-1	$-j0,375$	$-j0,375$	$-j0,375$
3-2	$-j0,268$	$-j0,268$	$-j0,268$
4-3	$-j0,643$	$-j0,643$	$-j0,643$

Сега, кога ги добивме симетричните компоненти на сите напони и струи од системот, со помош на трансформационите релации (4.20): можеме да ги пресметаме и соодветните вредности на фазните напони и струи. Тие се сместени во табелите П.4.4.1 и П.4.4.2.

Табела П.4.4.1. Фазни напони на јазлите од ЕЕС за време на еднофазна куса врска

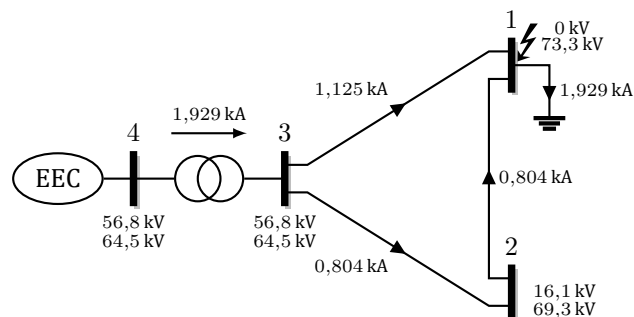
јазел	$\underline{U}_A$ (kV)	$\underline{U}_B$ (kV)	$\underline{U}_C$ (kV)
1	0	$73,337 \cdot e^{-j131,1^\circ}$	$73,337 \cdot e^{j131,1^\circ}$
2	16,065	$69,284 \cdot e^{-j127,1^\circ}$	$69,284 \cdot e^{j127,1^\circ}$
3	37,484	$64,482 \cdot e^{-j121,0^\circ}$	$64,482 \cdot e^{j121,0^\circ}$
4	56,761	$64,482 \cdot e^{-j121,0^\circ}$	$64,482 \cdot e^{j121,0^\circ}$

На сликата П.4.4.4 се прикажани насоките и интензитетите на струите во фазата А од набљудуваниот ЕЕС. На истата слика е прикажан напонот $\underline{U}_A$ во фазата со грешка, како и напоните на здравите фази $\underline{U}_B$ и $\underline{U}_C$ во одделните јазли.

Во продолжение ќе биде прикажана програма во MATLAB за пресметка на струите на куси врски на местото на грешката, како и напоните на јазлите и струите на гранките и генераторите во високонпонска

Табела П.4.4.2. Фазни струи во гранките од ЕЕС за време на еднофазна куса врска

гранка	$\underline{I}_A$ (kA)	$\underline{I}_B$ (kA)	$\underline{I}_C$ (kA)
2-1	$-j0,803$	0	0
3-1	$-j1,125$	0	0
3-2	$-j0,803$	0	0
4-3	$-j1,928$	0	0



Слика П.4.4.4. Распределба на фазните напони и струи во посматраниот ЕЕС за време на еднофазна куса врска во јазелот 1

преносна мрежа. Податоците за мрежата и генераторите се дадени во посебна m-датотека која е напишана во форма на функција на следниот начин:

programi/kv/kv_ees_1.m

```

1 function ees = kv_ees_1()
2 ees.Uf = 110/sqrt(3);
3 ees.granki = [
4 % pocetok kraj Xd Xi X0
5     2     1    12  12  36
6     3     1    20  20  60
7     3     2    16  16  48
8     4     3    10  10  10
9 ];
10 ees.generatori = [
11 % jazel Xd Xi X0
12     4    2.5  3.0  5.0
13 ];

```

Функцијата kv_ees_1 е без влезни параметри и со еден излезен параметар ees којшто претставува структура со еден скалар и две матрици. Слично како и во други програмски јазици, структура во МАТ-

LAV е променлива којашто содржи повеќе други променливи во себе. До одделните променливи се пристапува така што се пишува името на структурата, потоа се става точка и на крајот се пишува името на променливата од интерес.

Функцијата се состои од следните главни делови:

- ① Со скаларот `ees.Uf` е зададена вредноста на фазниот напон (kV) кој владее во мрежата пред настанување на кусата врска.
- ② Матрицата `ees.granki` ги содржи податоците за гранките во мрежата и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на гранки во системот (надземни водови, кабли и трансформатори). Таа има 5 колони кои ги содржат следните податоци за гранката:
 1. Индекс на почетниот јазелот на гранката,
 2. Индекс на крајниот јазелот на гранката,
 3. Надолжна реактанција за директен систем $X_{gr,d} (\Omega)$,
 4. Надолжна реактанција за инверзен систем $X_{gr,i} (\Omega)$,
 5. Надолжна реактанција за нулти систем $X_{gr,0} (\Omega)$.
- ③ Матрицата `ees.generatori` ги содржи податоците за генераторите во мрежата и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на генератори во системот. Таа има 4 колони што ги содржат следните податоци за генераторот:
 1. Индекс на јазелот во кој е приклучен генераторот,
 2. Надолжна реактанција за директен систем $X_{g,d} (\Omega)$,
 3. Надолжна реактанција за инверзен систем $X_{g,i} (\Omega)$,
 4. Надолжна реактанција за нулти систем $X_{g,0} (\Omega)$.

Функцијата `podatoci_kv` ги вчитува податоците за системот и ги сместува во соодветни матрици кои потоа се користат за формирање на матриците на адмитанции во `matrica_y_dio`. Во неа можеме да ги издвоиме следите делови:

- ① Вчитување на податоците во структурата `ees` која има содржина како во функцијата `kv_ees_1`,
- ② Одделување на податоците за гранките во мрежата. Се формираат векторите `f` и `t` со индекси на почетните и крајните јазли на гранките, како и матрицата `Ygr` која има 3 колони во кои се содржат адмитанциите на гранките за: директен, инверзен и нулти систем. Бројот на гранки е означен со `ngr`, а бројот на јазли со `n`,
- ② Одделување на податоците за генераторите во мрежата. Се формира векторот `g` со индекси на јазлите во кои има генератори и матрицата `Yg` која има 3 колони во кои се содржат адмитанциите на генераторите за директен инверзен и нулти систем. Бројот на генератори е означен со `ng`.

programi/kv/podatoci_kv.m

```

1 function [f,t,Ygr,ngr,n,g,Yg,ng,Uf] = podatoci_kv(datoteka)
2 % vlezni podatoci
3 ees = feval(datoteka);
4 Uf = ees.Uf;
5 % podatoci za grankite
6 f = ees.granki(:,1);
7 t = ees.granki(:,2);
8 Ygr = -1j./ees.granki(:,3:5);
9 ngr = size(ees.granki,1);
10 n = max([f; t]);
11 % podatoci za generatorite
12 g = ees.generatori(:,1);
13 Yg = -1j./ees.generatori(:,2:4);
14 ng = size(ees.generatori,1);

```

Матриците: $\mathbf{Y}_d$, $\mathbf{Y}_i$ и $\mathbf{Y}_0$ се формираат со помош на функцијата `matrica_y_dio` којашто е дадена во продолжение. Во неа влезен параметар се: матриците со индексите на почетните и крајните јазли на гранките, индексите на јазлите во кои има генератори и нивните адмитанции за: директен, инверзен и нулти систем. Сите влезни матрици се всушност излезните променливи од функцијата `podatoci_kv`.

programi/kv/matrica_y_dio.m

```

1 function [Yd, Yi, Y0] = matrica_y_dio(f,t,Ygr,ngr,n,g,Yg)
2 % matrica na incidencija
3 A = sparse(1:ngr, f, ones(ngr, 1), ngr, n) ...
4   - sparse(1:ngr, t, ones(ngr, 1), ngr, n);
5 % matrici na admitancii za direkten, inverzen i nulti sistem
6 Yd = A'*sparse(1:ngr,1:ngr,Ygr(:,1))*A + sparse(g,g,Yg(:,1),n,n);
7 Yi = A'*sparse(1:ngr,1:ngr,Ygr(:,2))*A + sparse(g,g,Yg(:,2),n,n);
8 Y0 = A'*sparse(1:ngr,1:ngr,Ygr(:,3))*A + sparse(g,g,Yg(:,3),n,n);

```

Функцијата `matrica_y_dia` е сосема едноставна и се состои од 2 дела:

- ① Формирање на матрицата на инциденција $\mathbf{A}$,
- ② Формирање на матриците: $\mathbf{Y}_d$, $\mathbf{Y}_i$ и $\mathbf{Y}_0$ преку релацијата $\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Y}_{gr} \cdot \mathbf{A}$, при што напречните гранки кои во еквивалентните шеми ги претставуваат адмитанциите на генераторите се додаваат на соодветно место во дијагоналните елементи на матрицата $\mathbf{Y}$ со помош на наредбите:


```

      sparse(g,g,Yg(:,1),n,n)
      sparse(g,g,Yg(:,2),n,n)
      sparse(g,g,Yg(:,3),n,n)

```

Детали за начинот на формирање на матрицата $\mathbf{Y}$ може да се видат во Прилог В.

Пресметката на струјата на куса врска, напоните на јазлите и струите во гранките се прават со функцијата `kusi_vrski`. Функцијата се состои од повеќе делови во кои во потполност се извршува постапката објаснета во претходната точка.

- ① Обработка на влезните податоци и формирање на матриците на адмитанции за: директен, инверзен и нулти систем Y_d , Y_i и Y_0 .
- ② Пресметување на влезни импеданции за: директен, инверзен и нулти систем за јазелот kv каде што е кусата врска. Променливите: Z_d , Z_i и Z_0 се колони со n елементи така што тие ги содржат и меѓусебните импеданции помеѓу јазелот со куса врска и секој од останатите јазли во мрежата.
- ③ Определување на импеданцијата на куса врска според табелата 4.2, како и струите на куса врска на местото на куса врска.
- ④ Пресметка на напоните на јазлите во: директен, инверзен и нулти систем, според релациите (4.68)–(4.70). Пресметаните напони, потоа, се користат за пресметка на струите во гранките според релацијата (4.71) и за струите во генераторите според (4.72) при што тука множиме со адмитанциите на гранките и генераторите наместо да делиме со импеданција, бидејќи така ги имаме подготвено влезните податоци уште на почетокот на функцијата.
- ⑤ Трансформација на сите пресметани напони и струи од доменот на симетрични компоненти во фазен домен со помош на релацијата (4.20).
- ⑥ Запишување на сите пресметани величини во структурата `resenie`.

programi/kv/kusi_vrski.m

```

1 function resenie = kusi_vrski(datoteka,kv,kv_tip)
2 % vlezni podatoci
3 [f, t, Ygr, ngr, n, g, Yg, ng, Uf] = podatoci_kv(datoteka);
4 % matrici na admitancii za direkten, inverzen i nulti sistem
5 [Yd, Yi, Y0] = matrica_y_dio(f,t,Ygr,ng,n,g,Yg);
6 % vlezni impedancii za direkten, inverzen i nulti sistem
7 J = zeros(n,1); J(kv) = 1;
8 Zd = Yd\J; Zi = Yi\J; Z0 = Y0\J;
9 % simetricni komponenti na strujata na kusa vrska
10 switch kv_tip
11     case 1
12         Zk = Zi(kv) + Z0(kv); p = 1; q = 1;
13     case 2
14         Zk = Zi(kv); p = -1; q = 0;
15     case 3
16         Zk = 0; p = 0; q = 0;
17     case 4
18         Zk=Zi(kv)*Z0(kv)/(Zi(kv)+Z0(kv)); p=-Zk/Zi(kv); q=-Zk/Z0(kv);
19 end
20 Jd = Uf/(Zd(kv) + Zk); Ji = p * Jd; J0 = q * Jd;
21 % simetricni komponenti na naponite
22 Ud = Uf - Jd * Zd;
23 Ui = -Ji * Zi;
24 U0 = -J0 * Z0;

```

```

25 % симетрични компоненти на струите на гранките
26 Igr_d = (Ud(f) - Ud(t)) .* Ygr(:,1);
27 Igr_i = (Ui(f) - Ui(t)) .* Ygr(:,2);
28 Igr_0 = (U0(f) - U0(t)) .* Ygr(:,3);
29 % симетрични компоненти на струите на генераторите
30 Ig_d = (Uf - Ud(g)) .* Yg(:,1);
31 Ig_i = -Ui(g) .* Yg(:,2);
32 Ig_0 = -U0(g) .* Yg(:,3);
53 % трансформациона матрица
34 a = exp(1j*2*pi/3); F = [1 1 1; a^2 a 1; a a^2 1];
35 % фазни компоненти на струјата на куса врска
36 Jdio = [Jd; Ji; J0]; Jabc = F * Jdio;
37 % фазни компоненти на напоните
38 Udio = [Ud Ui U0]; Uabc = zeros(size(Udio));
39 for i = 1:n
40     Uabc(i,:) = F * Udio(i,:).';
41 end
42 % фазни компоненти на струите на гранките
43 Igr_dio = [Igr_d Igr_i Igr_0];
44 Igr_abc = zeros(size(Igr_dio));
45 for i = 1:ngr
46     Igr_abc(i,:) = F * Igr_dio(i,:).';
47 end
48 % фазни компоненти на струите на генераторите
49 Ig_dio = [Ig_d Ig_i Ig_0];
50 Ig_abc = zeros(size(Ig_dio));
51 for i = 1:ng
52     Ig_abc(i,:) = F * Ig_dio(i,:).';
53 end
64 % формирање на излезната променлива
55 resenie.Yd = Yd;
56 resenie.Yi = Yi;
57 resenie.Y0 = Y0;
58 resenie.Jdio = Jdio;
59 resenie.Jabc = Jabc;
60 resenie.Udio = Udio;
61 resenie.Uabc = Uabc;
62 resenie.Igr_dio = Igr_dio;
63 resenie.Igr_abc = Igr_abc;
64 resenie.Ig_dio = Ig_dio;
65 resenie.Ig_abc = Ig_abc;

```

Функцијата `kusi_vrski` има 3 влезни параметри (`datoteka`, `kv`, `kv_tip`): датотека со податоци за мрежата во која се пресметуваат куси врски, индекс на јазелот во кој настанала куса врска и тип на куса врска. Променливата `kv_tip` има вредност од 1 до 4 со следното значење: 1 – еднофазна куса врска, 2 – двофазна куса врска, 3 – трифазна куса врска, 4 – двофазна куса врска со земја.

За пресметка на еднофазна куса врска во јазелот 1 ја пишуваме следната команда:

```
>> resenie = kusi_vrski('kv_ees_1', 1, 1);
```

Потоа, од променливата `resenie` можеме да ги видиме пресметаните напони и струи. На пример, фазните напони на јазлите ги добиваме на следниот начин:

```
>> resenie.Uabc
ans =
    0.0000 + 0.0000i -48.1937 -55.2782i -48.1937 +55.2782i
    16.0646 + 0.0000i -41.7678 -55.2782i -41.7678 +55.2782i
    37.4840 + 0.0000i -33.2001 -55.2782i -33.2001 +55.2782i
    56.7614 + 0.0000i -33.2001 -55.2782i -33.2001 +55.2782i
```

додека, пак, фазните струи во гранките се:

```
>> resenie.Igr_abc
ans =
    0.0000 - 0.8032i    0.0000 - 0.0000i    -0.0000 - 0.0000i
    0.0000 - 1.1245i    0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i
    0.0000 - 0.8032i    -0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i
    0.0000 - 1.9277i    0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i
```

□ □ □

4.8 Дополнителни примери за куси врски

Пример 4.5. Да се одреди временскиот тек на струите на куса врска за случај на трифазна куса врска настаната на клемите на генераторот. Пред настанувањето на кусата врска генераторот работел во еден од следните два режима:

- а) празен од $I = 0$, при $U = U_n$,
- б) чисто активно оптоварување со моќност $P = 100 \text{ MW}$ ($\cos \varphi = 1$), при $U = U_n$.

За генераторот се познати следните податоци:

$S_n = 150 \text{ MVA}$; $U_n = 15,75 \text{ kV}$; $x_d = 120\%$; $x'_d = 30\%$; $x''_d = 20\%$;
 $x_q = 75\%$; $\cos \varphi_n = 0,90$; $T'_d = 0,04 \text{ s}$; $T''_d = 1,0 \text{ s}$; $T_a = 0,15 \text{ s}$.

Решение

Реактанциите на генераторот изразени во апсолутни вредности ќе бидат:

$$\begin{aligned} X''_d &= \frac{x''_d}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{20}{100} \cdot \frac{15,75^2}{150} = 0,331 \Omega, \\ X'_d &= \frac{x'_d}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{30}{100} \cdot \frac{15,75^2}{150} = 0,496 \Omega, \\ X_d &= \frac{x_d}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{120}{100} \cdot \frac{15,75^2}{150} = 1,984 \Omega, \\ X_q &= \frac{x_q}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{75}{100} \cdot \frac{15,75^2}{150} = 1,240 \Omega. \end{aligned}$$

Точниот временски тек на струјата на куса врска во една од фазите (на пример во фазата А) гласи:

$$i(t) = i_p(t) - i_a(t) = \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t - \alpha_0) - i_a(t)$$

каде што е:

$$\begin{aligned} I_p(t) &= (I'' - I') \cdot e^{-t/T_d''} + (I' - I) \cdot e^{-t/T_d'} + I, \\ I'' &= \frac{U_f}{X_d''} + I_f \cdot \sin(\theta + \varphi) = I_0'' + I_d, \\ I' &= \frac{U_f}{X_d'} + I_f \cdot \sin(\theta + \varphi) = I_0' + I_d, \\ I &= \frac{U_f}{X_d} + I_f \cdot \sin(\theta + \varphi) = I_0 + I_d, \\ i_a(t) &= \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(\alpha_0 - \theta) \cdot e^{-t/T_a}. \end{aligned}$$

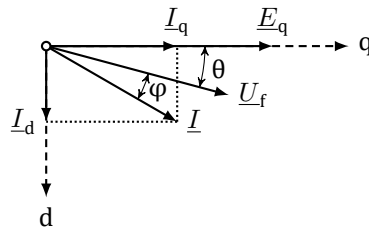
Во последниот израз фигурира аголот α_0 што оската d на роторот го зафаќа со оската на посматраната фаза (овде фазата A) во моментот $t = 0$, кога настанала кусата врска. Овој агол претставува случајна величина и со подеднаква веројатност може да ги добие сите вредности од интервалот $0 \div 2\pi$.

Фазната разлика меѓу електромоторната сила на генераторот $\underline{E}_q$, која е во насока на оската q, и фазниот напон $\underline{U}_f$ се означува со θ . Како што е вообичаено фазната разлика помеѓу напонот $\underline{U}_f$ и струјата $\underline{I}$ се означува со φ . Според тоа, фазната разлика помеѓу електромоторната сила $\underline{E}_q$ и струјата $\underline{I}$ изнесува $\theta + \varphi$. Сите овие величини зависат од режимот кој ѝ претходел на кусата врска и за нив важи следната равенка:

$$\underline{E}_q = \underline{U}_f + jX_q \cdot \underline{I}_q + jX_d \cdot \underline{I}_d, \quad (\text{П.4.5.1})$$

каде што $\underline{I}_d$ и $\underline{I}_q$ се компоненти на струјата во насока на оските d и q (слика П.4.5.1), што значи е:

$$\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q.$$



Слика П.4.5.1. Компоненти на струјата на генератор

Бидејќи електромоторната сила $\underline{E}_q$ е во насока на оската q и фазно предничи со агол $\theta + \varphi$ пред струјата $\underline{I}$ за ефективните вредности на

компонентите на струјата во насока на оските d и q важи:

$$I_d = I \cdot \sin(\theta + \varphi), \quad I_q = I \cdot \cos(\theta + \varphi).$$

За да го одредиме аголот θ помеѓу електромоторната сила $\underline{E}_q$ и напонот $\underline{U}_f$ тргнуваме од равенката за напони П.4.5.1 во која заменуваме $\underline{I}_q = \underline{I} - \underline{I}_d$ со што добиваме:

$$\underline{E}_q = \underline{U}_f + jX_q \cdot \underline{I} + j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d. \quad (\text{П.4.5.2})$$

Ќе ги разгледаме одделно членовите во (П.4.5.2). За електромоторната сила $\underline{E}_q$ знаеме дека е во правец на оската q. Струјата $\underline{I}_d$ е во насока на оската d, но бидејќи таа во изразот се множи со j ќе биде заротирана за 90° така што и членот $j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d$ од тука произлегува дека и членот $\underline{U}_f + jX_q \cdot \underline{I}$ мора да биде насочен во правец на оската q за и целата сума да биде насочена кон оската q.

Кога разгледуваме коло за наизменична струја на еден од комплексните претставници на променливата од интерес можеме да му зададеме фазен агол еднаков на нула и сите други фазни агли да бидат изразени во однос на него. Овде ќе избереме фазниот агол на напонот $\underline{U}_f$ да биде еднаков на нула. Со тоа фазниот агол на сите членови од изразот (П.4.5.2) ќе биде еднаков на θ бидејќи, како што веќе видовме, сите тие се насочени во правец на $\underline{E}_q$, а фазниот агол помеѓу $\underline{E}_q$ и $\underline{U}_f$ е токму θ .

Според тоа, заклучуваме дека е:

$$\angle(\underline{U}_f + jX_q \cdot \underline{I}) = \theta,$$

од каде ако усвоиме дека струјата $\underline{I}$ доцни зад напонот $\underline{U}_f$ за агол φ имаме:

$$\angle(U_f \cdot e^{j0} + jX_q \cdot I \cdot e^{-j\varphi}) = \theta. \quad (\text{П.4.5.3})$$

Со елементарни математички операции од (П.4.5.3) добиваме:

$$\angle[U_f + jX_q \cdot I \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi)] = \theta,$$

т. е.

$$\angle(U_f + X_q \cdot I \cdot \sin \varphi + jX_q \cdot I \cdot \cos \varphi) = \theta,$$

од каде за аголот θ го добиваме следниот израз:

$$\theta = \arctg \frac{X_q \cdot I \cdot \cos \varphi}{U_f + X_q \cdot I \cdot \sin \varphi}. \quad (\text{П.4.5.4})$$

а) Пред настанување на кусата врска генераторот бил во празен од

Во овој случај пред настанување на кусата врска ќе имаме:

$$I = 0, \quad \theta = 0, \quad E_q = U_{nf} = 15,75/\sqrt{3} = 9,093 \text{ kV}, \quad I_d = 0.$$

Понатаму по настанување на кусата врска ќе имаме:

$$\begin{aligned} I_0'' &= \frac{U_f}{X_d''} = \frac{15,75}{\sqrt{3} \cdot 0,331} = 27,472 \text{ kA}, & I'' &= I_0'' + I_d = I_0'' = 27,472 \text{ kA}, \\ I_0' &= \frac{U_f}{X_d'} = \frac{15,75}{\sqrt{3} \cdot 0,496} = 18,333 \text{ kA}, & I' &= I_0' + I_d = I_0' = 18,333 \text{ kA}, \\ I_0 &= \frac{U_f}{X_d} = \frac{15,75}{\sqrt{3} \cdot 1,984} = 4,583 \text{ kA}, & I &= I_0 + I_d = I_0 = 4,583 \text{ kA}. \end{aligned}$$

Бидејќи пред настанувањето на кусата врска генераторот бил во празен од ќе биде $i_a(0) = \sqrt{2} \cdot I''$. Според равенката (4.5) временскиот тек на еднонасочната компонента на струјата во посматраната фаза А ќе биде:

$$i_a(t) = \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(\alpha_0 - \theta) \cdot e^{-t/T_a} = i_a(0) \cdot e^{-t/T_a},$$

каде што е

$$i_a(0) = \sqrt{2} \cdot 27,472 \cdot \cos(\alpha_0 - 0) = 38,851 \cdot \cos \alpha_0.$$

Ќе усвоиме $\alpha_0 = 0$ што е најнеповолен случај за големината на струјата во посматраната фаза А. За останатите две фази В и С аголот α_0 ќе има вредности $-2\pi/3$ и $+2\pi/3$, респективно.

За временскиот тек на периодичната компонента на струјата на куса врска во фазата А следува:

$$\begin{aligned} I_p(t) &= (27,472 - 18,333) \cdot e^{-t/0,04} + (18,333 - 4,583) \cdot e^{-t/1,0} + 4,583; \\ I_p(t) &= (9,139 \cdot e^{-25t} + 13,75 \cdot e^{-t} + 4,583) \text{ kA}. \end{aligned}$$

Потоа врз основа на равенките (4.2) и (4.5) за временскиот тек на струјата во фазата А ќе добиеме:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos \omega t - i_a(0) \cdot e^{-t/T_a} \\ &= \sqrt{2} (9,139 \cdot e^{-25t} + 13,75 \cdot e^{-t} + 4,583) \cos \omega t \\ &\quad - 38,851 \cdot e^{-6,667t} \text{ kA}. \end{aligned}$$

На сличен начин се добива и временскиот тек на струите во останатите фази:

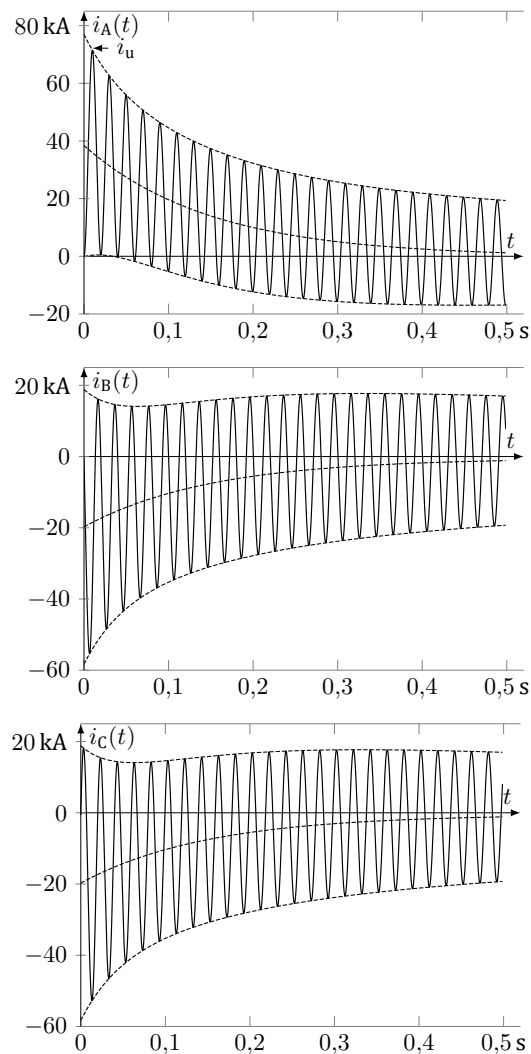
$$\begin{aligned} i_B(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) - \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(-2\pi/3) \cdot e^{-t/T_a}, \\ i_C(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t + 2\pi/3) - \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(2\pi/3) \cdot e^{-t/T_a}, \end{aligned}$$

односно

$$i_B(t) = [\sqrt{2} (9,139 \cdot e^{-25t} + 13,75 \cdot e^{-t} + 4,583) \cos(\omega t - 2\pi/3) - 19,425 \cdot e^{-6,667t}] \text{ kA},$$

$$i_C(t) = [\sqrt{2} (9,139 \cdot e^{-25t} + 13,75 \cdot e^{-t} + 4,583) \cos(\omega t + 2\pi/3) - 19,425 \cdot e^{-6,667t}] \text{ kA}.$$

Осцилограмите на фазните струи: $i_A(t)$, $i_B(t)$ и $i_C(t)$ се прикажани на сликата П.4.5.2, каде што со испрекинатата линија е прикажан обликот на апериодичната компонента на струјата на куса врска.



Слика П.4.5.2. Осцилограм на струите на трифазна куса врска, настаната директно на клемите на претходно неоптоварен синхрон генератор за случајот кога е $\alpha_0 = 0$

Од изразите за струите во фазите В и С може да се заклучи дека првиот максимум на струјата $i_A(t)$ (по апсолутен износ) се постигнува во моментот $t = 0,01$ s, кој едновременно е најголем. Вредноста на струјата во тој момент, по апсолутен износ, се нарекува ударна струја на куса врска. Таа изнесува:

$$i_u = i_A(t)_{t=0,01} = \sqrt{2} \cdot I_p(t)_{t=0,01} + i_a(t)_{t=0,01} = 35,799 + 36,345 = 72,144 \text{ kA}.$$

Точната вредност на ударниот коефициент k_u , според тоа, изнесува:

$$k_u = \frac{i_u}{\sqrt{2} \cdot I''} = \frac{72,144}{\sqrt{2} \cdot 27,472} = 1,857.$$

Доколку k_u го одредиме приближно ќе добиеме

$$k_u \approx 1 + e^{-0,01/T_a} = 1 + e^{-0,01/0,15} = 1,935.$$

Грешката што се прави ако се користи приближниот израз за одредување на ударниот коефициент, изнесува 4,2%.

б) Пред настанување на кусата врска генераторот бил оптоварен со чисто активна моќност ($P = 100 \text{ MW}$, $Q = 0$, $U = U_n$)

Во овој случај сметајќи дека меѓуфазниот напон на клемите на генераторот е U_n , фазните напони на тие клеми и струјата на оптоварувањето ќе бидат:

$$U_f = U_{nf} = \frac{15,75}{\sqrt{3}} = 9,093 \text{ kV}; \quad I_f = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{100}{\sqrt{3} \cdot 15,75} = 3,666 \text{ kA}.$$

Бидејќи во конкретниот случај е $\varphi = 0$ за аголот θ , според равенката (П.4.5.4), добиваме:

$$\theta = \arctg \frac{X_q \cdot I}{U_f} = \arctg \frac{1,24 \cdot 3,666}{9,093} = 26,56^\circ.$$

Компонентите на струјата на генераторот изнесуваат:

$$I_d = I_f \cdot \sin(\theta + \varphi) = 3,666 \cdot \sin 26,56^\circ = 1,639 \text{ kA};$$

$$I_q = I_f \cdot \cos(\theta + \varphi) = 3,666 \cdot \cos 26,56^\circ = 3,279 \text{ kA};$$

додека според фазорскиот дијаграм од сликата П.4.5.1 нивните комплексни претставници се:

$$\underline{I}_d = -j1,639 \text{ kA};$$

$$\underline{I}_q = 3,279 \text{ kA}.$$

Според истиот фазорски дијаграм комплексниот претставник на фазниот напон изнесува:

$$\underline{U}_f = U_f \cdot e^{-j\theta} = 9,093 \cdot e^{-j26,56^\circ} \text{ kV}.$$

Електромоторната сила $\underline{E}_q$ ја добиваме со помош на равенката (П.4.5.1), така што е:

$$\begin{aligned} \underline{E}_q &= \underline{U}_f + jX_q \cdot \underline{I}_q + jX_d \cdot \underline{I}_d \\ &= 9,093 \cdot e^{-j26,56^\circ} + j1,240 \cdot 3,279 + j1,984 \cdot (-j1,639) = 11,385 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Како што можеме да забележиме вредноста на електромоторната сила $\underline{E}_q$ е реален број, што значи дека има фазен агол еднаков на нула што е во согласност со фазорскиот дијаграм од сликата П.4.5.1.

Понатаму имаме:

$$\begin{aligned} I_0'' &= \frac{E_q}{X_d''} = 34,396 \text{ kA}; \quad I'' = I_0'' + I_d = 36,035 \text{ kA}; \\ I_0' &= \frac{E_q}{X_d'} = 22,954 \text{ kA}; \quad I' = I_0' + I_d = 24,593 \text{ kA}; \\ I_0 &= \frac{E_q}{X_d} = 5,738 \text{ kA}; \quad I = I_0 + I_d = 7,377 \text{ kA}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_p(t) &= 11,442 \cdot e^{-25t} + 17,216 \cdot e^{-t} + 7,377 \text{ kA}; \\ i_a(t) &= \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(\alpha_0 - \theta). \end{aligned}$$

Ќе усвоиме дека аголот $\alpha_0 = \theta = 26,56^\circ$, што е најнеповолно за големината на струјата на кусата врска во фазата А. Во тој случај временскиот тек на струјата на кусата врска во оваа фаза ќе биде даден со следниот израз:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t - \alpha_0) - i_a(0) \cdot e^{-t/T_a} = \\ &= \sqrt{2} \cdot (11,442 \cdot e^{-25t} + 17,216 \cdot e^{-t} + 7,377) \cdot \cos(\omega t - 26,56^\circ) - \\ &\quad - 48,643 \cdot e^{-6,667t} \text{ kA}. \end{aligned}$$

Максималната (ударната) вредност на струјата на кусата врска ќе ја добиеме од условот:

$$\cos(\omega t - \alpha_0) = -1,$$

од каде што следува:

$$\omega t - \alpha_0 = \pi,$$

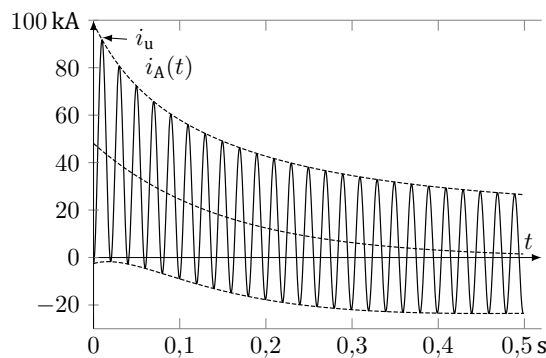
односно

$$t = (\pi + \alpha_0) / \omega = 0,0115 \text{ s.}$$

Конечно добиваме:

$$i_u = i_A(t)_{t=0,0115} = 92,7 \text{ kA.}$$

Во овој случај обликот на струјата на кусата врска (фаза А) е прикажан на сликата П.4.5.3



Слика П.4.5.3. Облик на струјата на кусата врска $i_A(t)$ за случајот б



Пример 4.6. Да се одреди временскиот тек на струите на куса врска за случај на трифазна куса врска за генераторот од примерот 4.5, ако пред настанувањето на кусата врска генераторот работел во номинален режим при: $U = U_n$, $I = I_n$, $\cos \varphi = \cos \varphi_n$. За моментот на настанувањето на кусата врска да се усвои најнеповолниот (критичниот) случај за струјата во фазата А при $\alpha_0 = \theta$.

Решение

Најнапред ќе ги пресметаме режимските параметри θ и φ што биле во номиналниот режим кој ѝ претходел на кусата врска

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{150}{\sqrt{3} \cdot 15,75} = 5,5 \text{ kA}; \varphi = \arccos(0,9) = 25,84^\circ.$$

Понатаму, во согласност со равенката (П.4.5.4), ќе имаме:

$$\theta = \arctg \frac{X_q \cdot I \cdot \cos \varphi}{U_f + X_q \cdot I \cdot \sin \varphi} = \arctg \frac{1,24 \cdot 5,5 \cdot 0,9}{9,093 + 1,24 \cdot 5,5 \cdot 0,328} = 26,96^\circ.$$

Следејќи ја постапката од примерот 4.56 добиваме:

$$I_d = I_n \cdot \sin(\theta + \varphi) = 5,5 \cdot \sin(26,96^\circ + 25,84^\circ) = 4,381 \text{ kA};$$

$$I_q = I_n \cdot \cos(\theta + \varphi) = 5,5 \cdot \sin(26,96^\circ + 25,84^\circ) = 3,325 \text{ kA};$$

$$\underline{I}_d = -j4,381 \text{ kA};$$

$$\underline{I}_q = 3,325 \text{ kA};$$

$$\underline{U}_f = U_f \cdot e^{-j\theta} = 9,093 \cdot e^{-j26,96^\circ} \text{ kV};$$

$$\begin{aligned} \underline{E}_q &= \underline{U}_f + jX_q \cdot \underline{I}_q + jX_d \cdot \underline{I}_d \\ &= 9,093 \cdot e^{-j26,96^\circ} + j1,240 \cdot 3,325 + j1,984 \cdot (-j4,381) = 16,797 \text{ kV}; \end{aligned}$$

$$I_0'' = \frac{E_q}{X_d''} = 50,746 \text{ kA}; \quad I'' = I_0'' + I_d = 55,127 \text{ kA};$$

$$I_0' = \frac{E_q}{X_d'} = 33,865 \text{ kA}; \quad I' = I_0' + I_d = 38,246 \text{ kA};$$

$$I_0 = \frac{E_q}{X_d} = 8,466 \text{ kA}; \quad I = I_0 + I_d = 12,847 \text{ kA};$$

Се разгледува струјата во фазата А. Во тој случај, согласно условот во задачата, ќе имаме:

$$\alpha_0 = \theta = 26,96^\circ.$$

Понатаму, ефективната вредност на наизменичната компонента на струјата на куса врска $I_p(t)$, која е иста за сите три фази, ќе биде:

$$\begin{aligned} I_p(t) &= (55,127 - 38,246) \cdot e^{-25t} + (38,246 - 12,847) \cdot e^{-t} + 12,847 \text{ kA}, \\ &= 16,881 \cdot e^{-25t} + 25,399 \cdot e^{-t} + 12,847 \text{ kA}. \end{aligned}$$

Конечно, временските текови на фазните струи: $i_A(t)$, $i_B(t)$ и $i_C(t)$ за време на кусата врска ќе бидат:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t - \theta) - \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(0) \cdot e^{-6,667t}, \\ i_B(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t - \theta - 2\pi/3) - \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(-2\pi/3) \cdot e^{-6,667t}, \\ i_C(t) &= \sqrt{2} \cdot I_p(t) \cdot \cos(\omega t - \theta + 2\pi/3) - \sqrt{2} \cdot I_0'' \cdot \cos(2\pi/3) \cdot e^{-6,667t}. \end{aligned}$$

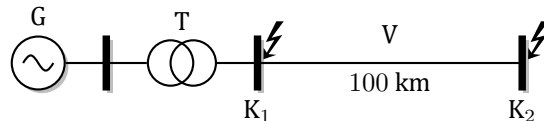
□ □ □

Пример 4.7. Да се определат струите на куса врска во трите карактеристични периоди (суптранзиентен, транзиентен и траен), како и соодветните времетраења на овие периоди за случајот на трифазна куса врска настаната во системот прикажан на сликата П.4.7.1:

а) на почетокот од водот V (собирици K₁),

б) на крајот од водот V (собирици K₂).

Пред настанувањето на кусата врска генераторот работел во режим на празен од.



Слика П.4.7.1. Карактеристични места на настанување на кусата врска

Податоци за параметрите на елементите

– генератор G:

$$S_n = 150 \text{ MVA}, U_n = 15,75 \text{ kV}, x_d = 120\%, x'_d = 30\%, x''_d = 20\%, \\ x_q = 75\%, \cos \varphi_n = 0,9, T''_d = 0,04 \text{ s}, T'_d = 1 \text{ s}, T_a = 0,15 \text{ s}.$$

– трансформатор T:

$$S_n = 150 \text{ MVA}, \text{ преносен однос } 15,75/121 \text{ kV/kV}; u_k = 12\%, X_T/R_T = 25.$$

– вод V: $l = 100 \text{ km}$, $\underline{z} = (0,064 + j0,33) \Omega/\text{km}$.

Решение

Пресметката на кусите врски кои настанале некаде во мрежата се врши со истите формули со кои се решаваат кусите врски настанати кај самиот генератор (види примери 4.5 и 4.6). Единствената разлика којашто постои помеѓу овие два случаја се состои во тоа што сега, наместо да се оперира со природните параметри на синхронизираниот генератор, ќе се оперира со некои негови „еквивалентни“ параметри, како што е тоа прикажано на сликата П.4.7.2. Значи, сега параметрите на генераторот се изменети, бидејќи тие го опфаќаат и влијанието на импеданцијата на мрежата $\underline{Z}_M = R_M + jX_M$, т. е. влијанието на еквивалентната импеданција на елементите од мрежата што се наоѓаат помеѓу клемите на генераторот и местото на кусата врска.



Слика П.4.7.2. Шема за пресметка на кусата врска во мрежата со помош на „еквивалентен генератор“

Притоа важат следните односи:

$$\begin{aligned} X''_{de} &= X''_d + X_M, & X'_{de} &= X'_d + X_M, & X_{de} &= X_d + X_M, \\ R_e &= R + R_M = \frac{X''_d}{\omega \cdot T_a} + R_M, \\ T''_{de} &= T''_d \cdot \frac{X'_d}{X'_d} \cdot \frac{X''_{de}}{X''_{de}}, & T'_{de} &= T'_d \cdot \frac{X_d}{X'_d} \cdot \frac{X'_{de}}{X_{de}}, & T_{ae} &= \frac{L'_{de}}{R_e} = \frac{X''_{de}}{\omega \cdot R_e}. \end{aligned}$$

Во последните изрази со: X''_{de} , X'_{de} , X_{de} , T''_{de} , T'_{de} и T_{ae} се означени еквивалентните реактанции и еквивалентните временски константи на генераторот во кои е уважено влијанието на мрежата. Во истите изрази со R е означена активната отпорност (по фаза) на статорските намотки од генераторот, и доколку не е директно зададена, таа може приближно да се пресмета преку познатата временска константа на придушување на апериодичната компонента на струјата на куса врска T_a со помош на изразот: $T_a \approx X_i / \omega R \approx X''_d / \omega R$ (види равенка (4.6)), од каде што следува горе употребениот израз за пресметка на отпорноста R .

а) Кусата врска настанала на почетокот на водот, т. е. на собирниците K_1

Во овој случај, за импеданцијата на мрежата ќе имаме:

$$\underline{Z}_M = \underline{Z}_T = R_T + jX_T.$$

Параметрите на трансформаторот, сведени на страната на понискиот напон, ќе бидат

$$\begin{aligned} X_T &= \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{12}{100} \cdot \frac{15,75^2}{150} = 0,198 \Omega & R_T &= X_T / 25 = 7,92 \text{ m}\Omega, \\ \underline{Z}_M &= \underline{Z}_T = (7,92 + j198) \text{ m}\Omega. \end{aligned}$$

Параметрите на синхрониот генератор, коишто беа пресметани во примерот 4.5, изнесуваат:

$$X''_d = 331 \text{ m}\Omega, \quad X'_d = 496 \text{ m}\Omega, \quad X_d = 1984 \text{ m}\Omega.$$

Сега ќе имаме:

$$X''_{de} = 331 + 198 = 529 \text{ m}\Omega, \quad X'_{de} = 496 + 198 = 694 \text{ m}\Omega, \\ X_{de} = 1984 + 198 = 2182 \text{ m}\Omega,$$

$$R_e = R + R_M = \frac{331}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,15} + 7,92 = 14,95 \text{ m}\Omega,$$

$$T''_{de} = T''_d \cdot \frac{X'_d}{X''_d} \cdot \frac{X''_{de}}{X'_{de}} = 0,04 \cdot \frac{496}{331} \cdot \frac{529}{694} = 0,046 \text{ s},$$

$$T'_{de} = T'_d \cdot \frac{X_d}{X'_d} \cdot \frac{X'_{de}}{X_{de}} = 1 \cdot \frac{1984}{496} \cdot \frac{694}{2182} = 1,272 \text{ s},$$

$$R = \frac{X''_d}{\omega \cdot T_a} = \frac{0,331}{314 \cdot 0,15} = 7,03 \text{ m}\Omega.$$

$$T_{ae} = \frac{X''_{de}}{\omega \cdot R_e} = 0,113 \text{ s}.$$

Бидејќи пред настанување на кусата врска генераторот не бил оптоварен $E = U_{nf}$

$$I'' = I''_0 = \frac{U_{nf}}{X''_{de}} = \frac{9,093}{0,529} = 17,19 \text{ kA},$$

$$I' = I'_0 = \frac{U_{nf}}{X'_{de}} = \frac{9,093}{0,694} = 13,103 \text{ kA},$$

$$I = I_0 = \frac{U_{nf}}{X_{de}} = \frac{9,093}{2,182} = 4,167 \text{ kA}.$$

Значи, во случајот кога кусата врска настанала на почетокот од водот (место K_1), ќе ја имаме следната ситуација:

Период	Струја	Времетраење
Суптранзиентен	$I'' = 17,19 \text{ kA}$	$t \approx 3T''_{de} = 0,14 \text{ s}$
Транзиентен	$I' = 13,103 \text{ kA}$	$t \approx 3T'_{de} = 3,82 \text{ s}$
Траен	$I = 4,167 \text{ kA}$	∞

- време на придушување на апериодичната компонента
 $t \approx 3T_{ae} = 0,34 \text{ s}$,
- ударен коефициент на струјата на куса врска
 $k_u \approx 1 + e^{-0,01/T_{ae}} = 1,915$.

б) Кусата врска настанала на крајот од водот, т. е. на собирниците K_2

Во овој случај ќе биде: $\underline{Z}_M = \underline{Z}_T + \underline{Z}_V = R_T + R_V + j(X_T + X_V)$. Затоа, најнапред ќе ја пресметаме вредноста на импеданцијата на водот $\underline{Z}_{VS}$ сведена на среднонапонската страна од трансформаторот:

$$\underline{Z}_V = \underline{z} \cdot l = (0,064 + j0,33) \cdot 100 = (6,4 + j33) \Omega,$$

$$\underline{Z}_{VS} = \underline{Z}_V \cdot \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = (6,4 + j33) \cdot \left(\frac{15,75}{121} \right)^2 = (0,108 + j0,559) \Omega.$$

Понатаму имаме:

$$R_M = R_T + R_{VS} = 7,92 + 108 = 116 \text{ m}\Omega,$$

$$X_M = X_T + X_{VS} = 198 + 559 = 757 \text{ m}\Omega,$$

$$\underline{Z}_M = (116 + j757) \text{ m}\Omega.$$

Повторувајќи ја истата постапка како и во претходниот случај, но со новопресметаната вредност за импеданцијата на мрежата $\underline{Z}_M$, ќе ги добиеме следните резултати:

$$X''_{de} = 331 + 757 = 1088 \text{ m}\Omega, \quad I'' = I''_0 = 8,357 \text{ kA}, \quad T''_{de} = 0,052 \text{ s},$$

$$X'_{de} = 496 + 757 = 1253 \text{ m}\Omega, \quad I' = I'_0 = 7,257 \text{ kA}, \quad T'_{de} = 1,828 \text{ s},$$

$$X_{de} = 1984 + 757 = 2741 \text{ m}\Omega, \quad I = I_0 = 3,317 \text{ kA}, \quad T_{ae} = 0,028 \text{ s}.$$

Според тоа, во случајот кога кусата врска настанала на крајот од водот (место K_2), ќе имаме значително поинаква ситуација:

Период	Струја	Времетраење
Суптранзиентен	$I'' = 8,357 \text{ kA}$	$t \approx 3T''_{de} = 0,16 \text{ s}$
Транзиентен	$I' = 7,257 \text{ kA}$	$t \approx 3T'_{de} = 5,50 \text{ s}$
Траен	$I = 3,317 \text{ kA}$	∞

- време на придушување на апериодичната компонента
 $t \approx 3T_{ae} = 0,084 \text{ s},$
- ударен коефициент на струјата на куса врска
 $k_u \approx 1 + e^{-0,01/T_{ae}} = 1,7.$

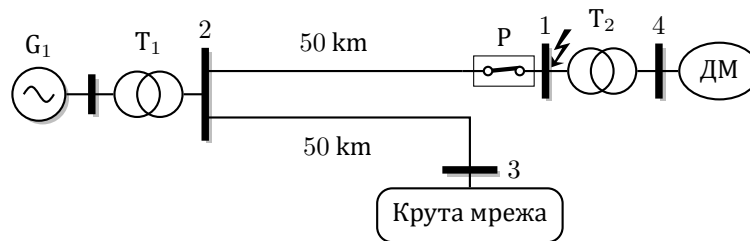
Од овој пример јасно се гледа дека параметрите и обликот на струјата на куса врска зависат во голема мерка, меѓу другото, и од „импеданцијата на мрежата“ $\underline{Z}_M$, т. е. зависат и од местото на настанување на кусата врска.

Кога е кусата врска подлабоко во мрежата, подалеку од изворите, тогаш ќе бидат струите во поедините карактеристични периоди помали и меѓусебно помалку ќе се разликуваат. Временските константи T''_{de} и T'_{de} ќе растат, а со тоа ќе се продолжува времетраењето на суптранзиентниот и транзиентниот период. Од друга страна, временската константа

T_a поради повисокиот однос R/X на водовите ќе се намалува, а со тоа ќе се намалува и времетраењето на апериодичната компонента на струјата на куса врска $i_a(t)$, како и големината на ударниот коефициент k_u .



Пример 4.8. Да се одреди расклопната струја и моќност на прекинувачот Р за случај на трифазна куса врска кај собирниците 1 од системот прикажан на сликата П.4.8.1. Да се претпостави дека пред настанување на кусата врска системот работел во режим близок до номиналниот и дека до исклучување на кусата врска доаѓа во транзиентниот период. Двата вода имаат надолжни реактанции $x_d = 0,4 \Omega/\text{km}$. Електроенергетскиот систем (ЕЕС) со кој прикажаниот систем е поврзан во јазелот 3 има бесконечна моќност. Од дадениот систем преку трансформаторот T_2 се напојува една дистрибутивна мрежа (ДМ).



Слика П.4.8.1

Податоци за елементите:

- G_1 : 80 MVA; 10, 5 kV; $x_d'' = x_i = 15\%$; $x_d' = 30\%$.
- T_1 : 80 MVA; 10, 5/121 kV/kV; $u_k = 10\%$.
- T_2 : 80 MVA; 110/36, 75 kV/kV; $u_k = 10\%$.

Решение

Бидејќи во примеров се работи за трифазна куса врска, во системот ќе се јават само струи со директен редослед на фазите. Затоа нас не интересира само еквивалентната шема за директен систем, при што генераторот и крутата мрежа ќе ги претставиме со соодветна транзиентна реактанција X_d' зад која се наоѓа електромоторната сила $E' = 1,2 \cdot U_{nf}$ (номинално оптоварен систем во режимот што ѝ претходел на кусата врска).

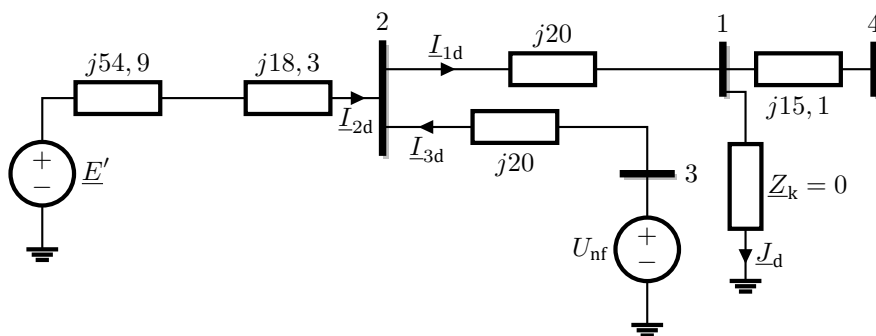
Дистрибутивната мрежа се состои од: водови, трансформатори и потрошувачи, т. е. содржи само пасивни елементи. Затоа, во согласност со Тевененовата теорема, неа можеме да ја еквивалентираме со една

пасивна гранка (импеданција) со многу голема реактанција (практично $X \rightarrow \infty$).

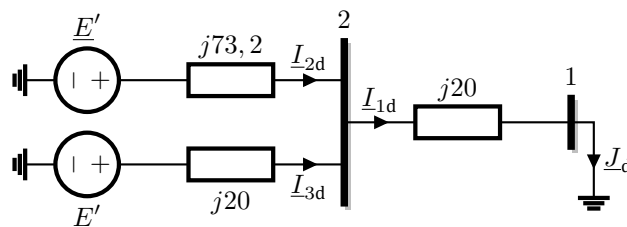
Од друга страна, систем со бесконечна моќност или „крута мрежа“ претставува систем кој покрај останатите елементи содржи и голем број моќни синхрони машини (машини со мали внатрешни реактанции) што работат паралелно. Согласно на Тевененовата теорема, еден такв систем кој содржи активни елементи може да се претстави со еден единствен генератор со електромоторна сила E , која во нашиот случај изнесува: $E = E' = 1,2 \cdot U_{nf}$ и со реактанција X_e која е еднаква на влезната реактанција на системот, гледано од точката на приклучување (јазелот 3). Колку е бројот на агрегатите во системот поголем и колку се поголеми нивните моќности (т. е. помали нивните внатрешни реактанции), толку еквивалентната реактанција на системот X_e ќе биде помала. Ако вкупната моќност на агрегатите тежи кон бесконечност, еквивалентната реактанција на системот ќе тежи кон нулата ($X_e \rightarrow 0$), т. е. систем со бесконечна моќност има $X_e = 0$. Според тоа напонот на собирниците 3 по настанувањето на кусата врска ќе биде со еднаква вредност како и пред настанувањето на кусата врска.

Всушност, секој ЕЕС има одредена конечна инсталирана моќност, т.е. еквивалентната реактанција на системот X_e е секогаш поголема од нула. Меѓутоа, честопати големите ЕЕС во пресметките се третираат како системи со бесконечна моќност. Тоа значително ги олеснува и упростува пресметките, а добиените резултати за струите на кусите врски се секогаш нешто зголемени, што оди во прилог на зголемување на сигурноста при проектирањето.

Согласно со напред реченото, еквивалентната шема за директниот систем во транзиентниот период (со реактанции на елементите сведени на страна 110 kV) ќе биде како на сликата П.4.8.2.



Слика П.4.8.2



Слика П.4.8.3

Сега, со помош на сликата П.4.8.3 која претставува упростена шема од сликата П.4.8.2, ќе ја одредиме влезната импеданција на директниот систем $\underline{Z}'_d$ (за транзиентниот период), гледана од местото на кусата врска:

$$\underline{Z}'_d = j20 + j73,2 \parallel j20 = j20 + \frac{j73,2 \cdot j20}{j73,2 + j20} = j35,708 \Omega.$$

Директната компонента на струјата на куса врска $\underline{J}_d$ на местото на кусата врска ќе биде:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}'}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{1,2 \cdot U_{nf}}{j35,708 + 0} = -j2,134 \text{ kA}.$$

Во случај на трифазна куса врска, инверзната и нултата компонента на струјата на кусата врска се еднакви на нула, т. е.

$$\underline{J}_i = \underline{p} \cdot \underline{J}_d = 0, \quad \underline{J}_0 = \underline{q} \cdot \underline{J}_d = 0,$$

така што струи ќе има само во директниот систем.

Сега, со помош на сликата П.4.8.3, лесно можеме да ја одредиме распределбата на струите во системот:

$$\underline{I}_{1d} = \underline{J}_d = -j2,134 \text{ kA},$$

додека според правилото за струен делител имаме:

$$\underline{I}_{2d} = \frac{j20}{j20 + j73,2} \cdot \underline{I}_{1d} = -j0,458 \text{ kA},$$

$$\underline{I}_{3d} = \underline{I}_{1d} - \underline{I}_{2d} = -j1,676 \text{ kA}.$$

Фазните струи $\underline{I}_{1A}, \underline{I}_{1B}, \underline{I}_{1C}$ низ прекинувачот во режимот на кусата врска ќе се добијат на следниот начин

$$\underline{I}_{1A} = \underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{10} = \underline{I}_{1d} + 0 + 0 = \underline{I}_{1d},$$

$$\underline{I}_{1B} = \underline{a}^2 \underline{I}_{1d} + \underline{a} \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{10} = \underline{a}^2 \underline{I}_{1d} + 0 + 0 = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{1d},$$

$$\underline{I}_{1C} = \underline{a} \underline{I}_{1d} + \underline{a}^2 \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{10} = \underline{a} \underline{I}_{1d} + 0 + 0 = \underline{a} \cdot \underline{I}_{1d}.$$

Оттука следува:

$$I_{1A} = I_{1B} = I_{1C} = I_{1d} = 2,134 \text{ kA}.$$

Значи, струите во сите три фази се еднакви по ефективна вредност и се симетрично поместени за по $2\pi/3$ rad, што значи дека режимот на трифазна куса врска претставува симетричен режим.

Расклопната струја на прекинувачот е најголемата фазна струја што прекинувачот може да ја исклучи, т. е.

$$I_r = \max \{I_{1A}, I_{1B}, I_{1C}\}.$$

Во нашиот случај, тоа ќе биде:

$$I_r = I_{1A} = I_{1B} = I_{1C} = 2,134 \text{ kA}.$$

Расклопна моќност на прекинувач се дефинира како

$$S_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_r.$$

За прекинувачот, во случајов, расклопната моќност на трифазна куса врска изнесува:

$$S_r = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 2,134 = 407 \text{ MVA}.$$

За прекинувачот да биде во можност да ја исклучува трифазната куса врска настаната на собирниците 1, неговата расклопна моќност треба да биде поголема од расклопната моќност на трифазна куса врска, која во случајов изнесува 407 MVA.

За да ја решиме задачата со функцијата `kusi_vrski` прво ги внесуваме податоците за системот на следниот начин:

programi/kv/kv_ees_2.m

```
1 function ees = kv_ees_2()
2 ees.Uf = 1.2*110/sqrt(3);
3 ees.granki = [
4 % pocetok kraj Xd Xi X0
5     2     1    20  20  60
6     3     2    20  20  60
7     4     1    20  20  60
8 ];
9 ees.generatori = [
10 % jazel Xd Xi X0
11     2  73.2 27.45 inf
12     3  1e-6 1e-6 1e-6
13 ];
```

додека решението го добиваме со следната команда:

```
resenie = kusi_vrski('kv_ees_2',1,3)
```

Ефективните вредности на фазните струи на гранките од системот изнесуваат:

```
>> abs(resenie.Igr_abc)
ans =
    2.1343    2.1343    2.1343
    1.6763    1.6763    1.6763
    0.0000    0.0000    0.0000
```

при што редоследот на гранките е: 2-1, 3-2 и 4-1 токму каков што е и редоследот на гранките во влезната датотека.

Ефективните вредности на фазните струи на генераторите во јазлите 2 и 3 изнесуваат:

```
>> abs(resenie.Ig_abc)
ans =
    0.4580    0.4580    0.4580
    1.6763    1.6763    1.6763
```

Од добиеното решение можеме да видиме и други резултати. На пример ефективните вредности на фазните напони на јазлите изразени во проценти во однос на номиналниот напон можеме да ги пресметаме на следниот начин:

```
>> abs(resenie.Uabc)/(110/sqrt(3))*100
ans =
     0         0         0
    67.2115    67.2115    67.2115
   120.0000   120.0000   120.0000
     0.0000     0.0000     0.0000
```

од каде што гледаме дека фазните напони на јазелот 1 се еднакви на нула, што е и очекувано бидејќи таму е кусата врска. Исто така, напоните на јазелот 4 се еднакви на нула бидејќи дистрибутивната мрежа во тој јазел се напојува преку јазелот 1. Напоните на јазелот 3 каде што е приклучен ЕЕС со бесконечна моќност изнесуваат U_{nf} и тие во никој случај не можат да се променат, бидејќи дадениот ЕЕС е претставен со идеален напонски генератор. Конечно, фазните напони на јазелот 2 се околу $2/3$ од номиналните што значи дека, колку повеќе се оддалечуваме од местото на куса врска напоните стануваат сè поголеми и во граничен случај ќе станат еднакви во номиналните напони.

□ □ □

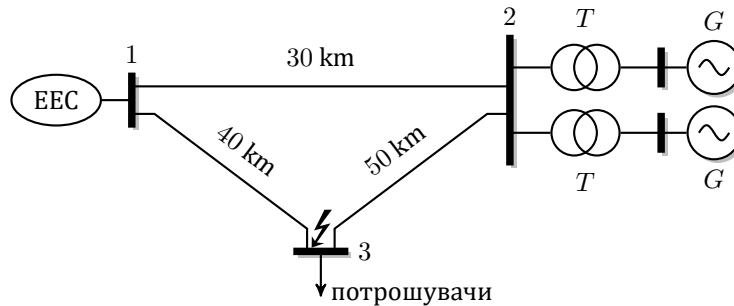
Пример 4.9. Се посматра режим на куса врска во суптранзиентниот период, настаната кај потрошувачките собирници 3 (слика П.4.9.1). Да се одредат фазните напони и струи на местото на куса врска за случај на:

- трифазна куса врска,
- двофазна куса врска помеѓу фазите В и С.

Сите водови имаат еднакви надолжни параметри $x_d = 0,4 \Omega/\text{km}$ и $x_0 = 1,2 \Omega/\text{km}$. Пред настанувањето на кусата врска системот бил практично растоварен (празен од во системот).

Податоци за елементите:

- G: 50 MVA; 10,5 kV; $x_d'' = x_i = 13\%$; $x_0 = 30\%$.
- T: 50 MVA; 10,5/115 kV/kV; $u_k = 12\%$.
- ЕЕС: $U_n = 110$ kV; $S_{k3}'' = 1210$ MVA; $X_d'' = X_i$.



Слика П.4.9.1

Решение

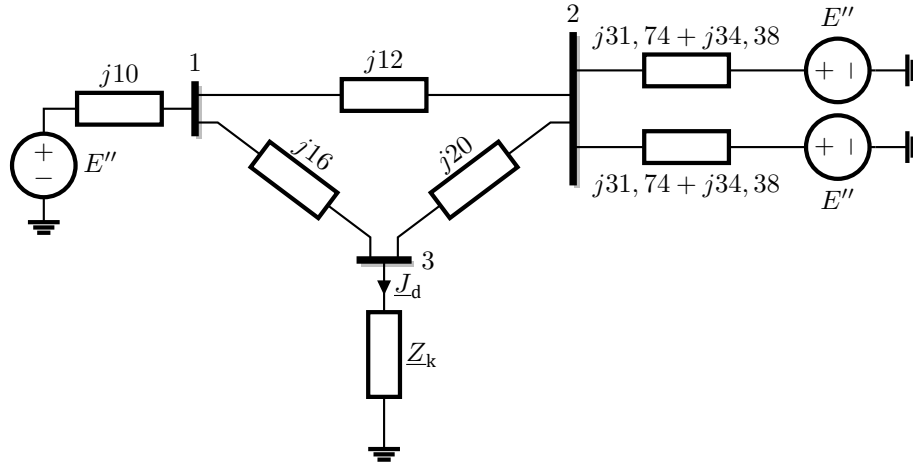
За да ги одредиме приликите кај потрошувачот во режимот на кусата врска, најнапред ќе биде потребно да ги одредиме влезните импеданции на системот $\underline{Z}_d''$ (за суптранзиентниот период, како што е нагласено во примерот) и $\underline{Z}_i$, посматрани од местото на кусата врска. Притоа, се разбира, ќе ги занемариме активните отпори на сите елементи од системот и за импеданциите на директниот и инверзниот систем $\underline{Z}_d''$ и $\underline{Z}_i$ ќе добиеме чисто имагинарни вредности.

Еквивалентната шема за директниот систем е прикажана на сликата П.4.9.2 а, а на сликата П.4.9.3 е дадена истата шема во упростен облик, при што триаголникот 1-2-3 е трансфигуриран во звезда и групата на генератори и трансформатори, приклучени на собирниците 2, се еквивалентираат со еден еквивалентен генератор. Електромоторната сила E'' на сите генератори во овој случај ќе изнесува: $E' = U_{nf} = U_n/\sqrt{3}$ (празен од во системот пред настанување на кусата врска).

Од сликата П.4.9.3 лесно ќе ја одредиме влезната импеданција $\underline{Z}_d$ на директниот систем, посматрана од местото на кусата врска (собирници 3)

$$\underline{Z}_d'' = j6,6667 + j(10 + 4) \parallel j(5 + 33,0625) = j16,902 \Omega.$$

Еквивалентната шема за инверзниот систем, во дадениот случај, е наполно иста со шемата од директниот систем (за суптранзиентен период), со таа разлика што инверзниот систем е пасивен (без електромоторни сили, кои се премостени). Тоа значи дека влезната импеданција во инверзниот систем $\underline{Z}_i$ (посматрана од јазелот 3, сведена на 110



Слика П.4.9.2

kV страна) ќе биде:

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_d'' = j16,902 \Omega.$$

Сега лесно ќе ги одредиме симетричните компоненти на струите и напоните кај собирниците 3, а потоа ќе ги одредиме и соодветните фазни величини.

а) Трифазна куса врска ($\underline{Z}_k = 0$)

$$\underline{J}_d = \frac{E''}{\underline{Z}_d'' + \underline{Z}_k} = \frac{E''}{\underline{Z}_d''} = \frac{110/\sqrt{3}}{j16,902} = -j3,757 \text{ kA},$$

$$\underline{J}_i = \underline{J}_0 = 0.$$

$$\underline{J}_A = \underline{J}_d + \underline{J}_i + \underline{J}_0 = \underline{J}_d,$$

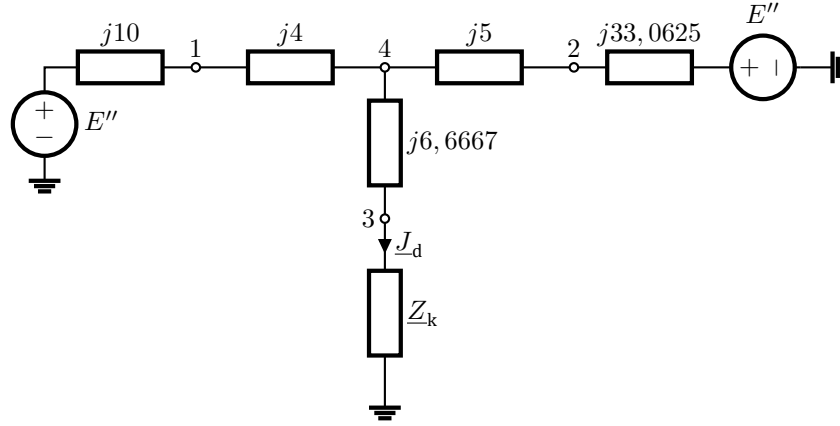
$$\underline{J}_B = \underline{a}^2 \underline{J}_d + \underline{a} \underline{J}_i + \underline{J}_0 = \underline{a}^2 \underline{J}_d,$$

$$\underline{J}_C = \underline{a} \underline{J}_d + \underline{a}^2 \underline{J}_i + \underline{J}_0 = \underline{a} \underline{J}_d.$$

$$\underline{U}_{3d} = \underline{Z}_k \cdot \underline{J}_d = 0, \quad \underline{U}_i = \underline{U}_{30} = 0,$$

$$\underline{U}_{3A} = \underline{U}_{3B} = \underline{U}_{3C} = 0.$$

Значи, фазните напони на местото на кусата врска за случај на трифазна куса врска се секогаш еднакви на нула.



Слика П.4.9.3

б) Двофазна куса врска ($\underline{Z}_k = \underline{Z}_i = j16,902 \Omega$)

$$\underline{J}_d = \frac{E''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{110/\sqrt{3}}{j16,902 + j16,902} = -j1,8787 \text{ kA},$$

$$\underline{J}_i = -\underline{J}_d = j1,8787 \text{ kA},$$

$$\underline{J}_0 = 0,$$

$$\underline{J}_A = \underline{J}_d + \underline{J}_i + \underline{J}_0 = 0,$$

$$\underline{J}_B = \underline{a}^2 \underline{J}_d + \underline{a} \underline{J}_i + \underline{J}_0 = (\underline{a}^2 - \underline{a}) \cdot \underline{J}_d = -j\sqrt{3} \cdot (-j1,879) = -3,254 \text{ kA},$$

$$\underline{J}_C = -\underline{J}_B = 3,254 \text{ kA}$$

$$\underline{U}_{3d} = \underline{Z}_k \cdot \underline{J}_d = j16,902 \cdot (-j1,8787) = 31,754 \text{ kV},$$

$$\underline{U}_{3i} = \underline{U}_{3d},$$

$$\underline{U}_{30} = 0,$$

$$\underline{U}_{3A} = \underline{U}_{3d} + \underline{U}_{3i} + \underline{U}_{30} = 2 \cdot \underline{U}_{3d} = 63,508 \text{ kV};$$

$$\underline{U}_{3B} = \underline{U}_{3C} = (\underline{a}^2 + \underline{a}) \cdot \underline{U}_{3d} = -\underline{U}_{3d} = -31,754 \text{ kV},$$

$$\underline{U}_{3C} = \underline{U}_{3B} = -31,754 \text{ kV}.$$

□ □ □

Пример 4.10. За системот од примерот 4.9 да се одредат директните компоненти на напоните на сите јазли и струите во гранките: 1-2, 1-3 и 2-3 за случај на трифазна куса врска. Бидејќи трифазната куса врска е симетрична, пресметаните вредности на директните компоненти на напоните и струите всушност се еднакви на фазните напони и струи за

фазата А, додека за фазите В и С само нивните фазни агли се изместени за -120° и $+120^\circ$, соодветно.

Решение

Во претходната глава беше покажано дека при анализата на кусите врски прво се определуваат симетричните компоненти на струите на куса врска на местото на куса врска ($\underline{J}_d'', \underline{J}_i, \underline{J}_0$) и потоа се пресметуваат напоните и струите во останатиот дел од ЕЕС.

Нека јазелот во кој настанала кусата врска има индекс k . Бидејќи во овој случај разгледуваме трифазна куса врска ќе треба да ја пресметаме само струјата $\underline{J}_d''$ која изнесува:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_{kk}'},$$

каде што со $\underline{Z}_{kk}''$ е означена влезната импеданција во јазелот k за суп-транзиентниот период.

Како што е познато, според дефиницијата на матрицата на импеданции на независните јазли $\underline{Z}$, ако во јазелот k се инјектира струја $\underline{J}_d$, тогаш напоните на јазлите ќе бидат:

$$\underline{U}_i = \underline{Z}_{ik} \cdot \underline{J}_d'', \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

каде што $\underline{Z}_{ik}$ е меѓусебната импеданција на јазлите i и k .

Водејќи сметка дека во директниот систем освен струјата $\underline{J}_d''$ која истекува од јазелот k делуваат и електромоторните сили $\underline{E}''$ на синхроните генератори, напоните на јазлите ќе се добијат со суперпозиција на следниот начин:

$$\underline{U}_i = \underline{E}'' - \underline{Z}_{ik} \cdot \underline{J}_d'', \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Откога ќе ги пресметаме напоните на јазлите, можеме да ги пресметаме и струите во гранките:

$$\underline{I}_{i-j} = \frac{\underline{U}_i - \underline{U}_j}{\underline{Z}_{i-j}},$$

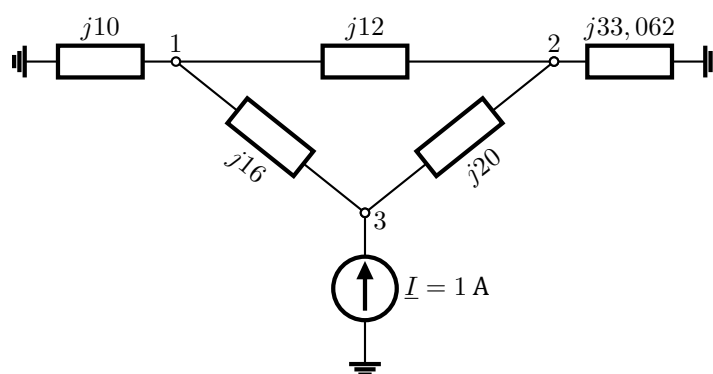
каде што $\underline{Z}_{i-j}$ е импеданција на гранката $i-j$.

Од наведената постапка се забележува дека сопствените и меѓусебните импеданции на јазлите имаат клучна улога во пресметката на напоните и струите во ЕЕС при куса врска. Поради тоа, на нивното определување ќе му посветиме посебно внимание, при што ќе наведеме два начина. И во двата случаја определувањето на влезните и меѓусебните импеданции се сведува на пресметување на напоните на

јазлите во колото во случај кога само во јазелот k се инјектира струја $\underline{I}_k$ (која е згодно да изнесува $\underline{I}_k = 1 \text{ A}$). Во тој случај имаме: $\underline{Z}_{ik} = \underline{U}_i / \underline{I}_k$.

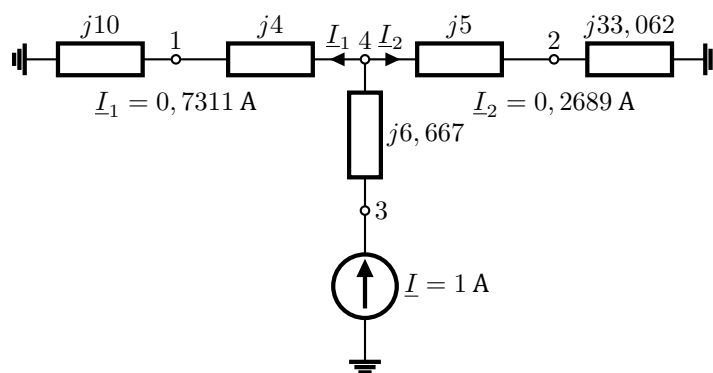
1. Пресметка на меѓусебни импеданции со еквиваленција на делови од колото

При определување на влезните и меѓусебните импеданции на јазлите, во еквивалентното коло за директен систем од примерот 4.9 треба да ги исклучиме, т. е. кусо да ги врземе сите напонски генератори, со што го добиваме колото на сликата П.4.10.1.



Слика П.4.10.1

По трансформацијата на триаголникот 1-2-3, во звезда, колото од сликата П.4.10.1 е претставено на сликата П.4.10.2.



Слика П.4.10.2

Струјата $\underline{I} = 1 \text{ A}$ која се инјектира во јазелот 3 се дели на две струи во паралелните гранки 4-1-земја и 4-2-земја. Според правилото за струен

делител за овие две струи добиваме:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{5 + 33,062}{10 + 4 + 5 + 33,062} \cdot 1 = 0,7311 \text{ A}, \\ I_2 &= 1 - 0,7311 = 0,2689 \text{ A}. \end{aligned}$$

Познавајќи ги струите I_1 и I_2 во колото од сликата П.4.10.2 можеме многу едноставно да ги добиеме напоните на сите јазли:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= j10 \cdot 0,7311 = j7,311 \text{ V}, \\ \underline{U}_2 &= j33,062 \cdot 0,2689 = j8,891 \text{ V}, \\ \underline{U}_4 &= j(10 + 4) \cdot 0,7311 = j10,235 \text{ V}, \\ \underline{U}_3 &= j10,235 + j6,667 \cdot 1 = j16,902 \text{ V}, \end{aligned}$$

На крајот, за влезната импеданција во јазелот 3 и за меѓусебните импеданции со другите два јазли имаме:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{13} &= \underline{U}_1 / \underline{I} = j7,311 \Omega, \\ \underline{Z}_{23} &= \underline{U}_2 / \underline{I} = j8,891 \Omega, \\ \underline{Z}_{33} &= \underline{U}_3 / \underline{I} = j16,902 \Omega. \end{aligned}$$

2. Пресметка на меѓусебни импеданции со примена на методот на независни напони

Според методот на независни напони за едно електрично коло важи следната матрична равенка:

$$\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{I}},$$

во која матрицата на адмитанции, за нашиот случај, ќе го има обликот $\underline{\mathbf{Y}} = j\mathbf{B}$, затоа што елементите во колото се претставени само со нивните реактанции кои имаат индуктивен карактер.

Тоа значи дека можеме да го решиме следниот систем равенки што содржи само реални броеви:

$$-\mathbf{B} \cdot \mathbf{U} = j \cdot \mathbf{I}.$$

Според колото од сликата П.4.10.1 за матрицата $\mathbf{B}$ можеме да напишеме:

$$-\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/10 + 1/12 + 1/16 & -1/12 & -1/16 \\ -1/12 & 1/12 + 1/20 + 1/33,062 & -1/20 \\ -1/16 & -1/20 & 1/16 + 1/20 \end{bmatrix},$$

додека векторот со инјектирани струи во јазлите е:

$$j \cdot \mathbf{I} = [0 \quad 0 \quad j1]^T.$$

Системот равенки ќе го решаваме со методот на Гаусова елиминација и за таа цел ја формираме матрицата

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{B} & j \cdot \mathbf{I} \end{bmatrix},$$

која се нарекува проширена матрица на системот равенки и која се добива така што на матрицата $-\mathbf{B}$ од десна страна ѝ се додава колоната $j \cdot \mathbf{I}$, со што се добива следната матрица:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,245833 & -0,083333 & -0,062500 & 0 \\ -0,083333 & 0,163580 & -0,050000 & 0 \\ -0,062500 & -0,050000 & 0,112500 & j1 \end{bmatrix}.$$

Во процесот на Гаусова елиминација, во повеќе чекори, се прават елементарни операции со редиците во матрицата, така што сите елементи под главната дијагонала добиваат вредности еднакви на нула.

За да постигнеме елементот A_{21} да добие вредност еднаква на нула потребно е првата редица да ја помножиме со коефициентот

$$c = -A_{12}/A_{11} = 0,083333/0,245833 = 0,338983$$

и да ја додадеме на втората редица со што добиваме:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,245833 & -0,083333 & -0,062500 & 0 \\ 0 & 0,135331 & -0,071186 & 0 \\ -0,062500 & -0,050000 & 0,112500 & j1 \end{bmatrix}.$$

Ако првата редица ја помножиме со коефициентот

$$c = -A_{13}/A_{11} = 0,062500/0,245833 = 0,254237$$

и ја додадеме на третата редица имаме:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,245833 & -0,083333 & -0,062500 & 0 \\ 0 & 0,135331 & -0,071186 & 0 \\ 0 & -0,071186 & 0,096610 & j1 \end{bmatrix}.$$

Конечно, множејќи ја втората редица со коефициентот

$$c = -A_{23}/A_{22} = 0,071186/0,135331 = 0,526017$$

и додавајќи ја на третата редица добиваме:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,245833 & -0,083333 & -0,062500 & 0 \\ 0 & 0,135331 & -0,071186 & 0 \\ 0 & 0 & 0,059165 & j1 \end{bmatrix}.$$

Во процесот на повратна замена ги пресметуваме непознатите напони еден по еден.

Од третата редица на матрицата $\mathbf{A}$ произлегува следната равенка:

$$0,059165 \cdot U_3 = j1,$$

од каде што се добива:

$$U_3 = j1/0,059165 = j16,902 \text{ V}.$$

Понатаму, според втората редица од матрицата $\mathbf{A}$ можеме да ја напишеме следната равенка:

$$0,135331 \cdot U_2 - 0,071186 \cdot U_3 = 0,$$

од која, бидејќи веќе го имаме пресметано напонот U_3 , добиваме:

$$U_2 = 0,071186 \cdot U_3 / 0,135331 = j8,891 \text{ V}.$$

На крајот, од првата редица на матрицата $\mathbf{A}$ ја имаме следната равенка:

$$0,245833 \cdot U_1 - 0,083333 \cdot U_2 - 0,062500 \cdot U_3 = 0,$$

во која само напонот U_1 е непознат, така што имаме:

$$U_1 = (0,083333 \cdot U_2 + 0,062500 \cdot U_3) / 0,245833 = j7,311 \text{ V}.$$

Откако сме ги пресметале сите напони, можеме да ги пресметаме бараните импеданции на следниот начин:

$$\underline{Z}_{13} = U_1 / \underline{I} = j7,311 \Omega,$$

$$\underline{Z}_{23} = U_2 / \underline{I} = j8,891 \Omega,$$

$$\underline{Z}_{33} = U_3 / \underline{I} = j16,902 \Omega.$$

Пресметка на напони и струи во ЕЕС

Пред да пристапиме кон пресметка на напоните на јазлите при куса врска во системот, прво ја пресметуваме струјата на куса врска на местото на куса врска за која имаме:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{33}} = \frac{110/\sqrt{3}}{j16,902} = -j3,757 \text{ kA}.$$

Според тоа за напоните на јазлите добиваме:

$$\underline{U}_1 = \underline{E} - \underline{Z}_{13} \cdot \underline{J}_d = \frac{110}{\sqrt{3}} - j7,311 \cdot (-j3,757) = 36,038 \text{ kV},$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E} - \underline{Z}_{23} \cdot \underline{J}_d = \frac{110}{\sqrt{3}} - j8,891 \cdot (-j3,757) = 30,102 \text{ kV},$$

$$\underline{U}_3 = \underline{E} - \underline{Z}_{33} \cdot \underline{J}_d = \frac{110}{\sqrt{3}} - j16,902 \cdot (-j3,757) = 0 \text{ kV}.$$

На крајот, за струите во гранките имаме:

$$\underline{I}_{1-2} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{jX_{1-2}} = \frac{36,038 - 30,102}{j12} = -j0,495 \text{ kA},$$

$$\underline{I}_{1-3} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_3}{jX_{1-3}} = \frac{36,038 - 0}{j16} = -j2,252 \text{ kA},$$

$$\underline{I}_{2-3} = \frac{\underline{U}_2 - \underline{U}_3}{jX_{2-3}} = \frac{30,102 - 0}{j20} = -j1,505 \text{ kA}.$$

Примеров можеме да го решиме со примена на функцијата `kusi_vrski`. За таа цел прво ја формираме влезната датотека за системот која го има следниот изглед:

programi/kv/kv_ees_3.m

```

1 function ees = kv_ees_3()
2 ees.Uf = 110/sqrt(3);
3 ees.granki = [
4 % pocetok kraj Xd Xi X0
5     1     2    12    12   36
6     1     3    16    16   48
7     2     3    20    20   60
8 ];
9 ees.generatori = [
10 % jazel   Xd   Xi   X0
11     1     10    10    10
12     2    66.12  66.12  inf
13     2    66.12  66.12  inf
14 ];

```

Пресметките ги правиме со помош на следната команда:

```
resenie = kusi_vrski('kv_ees_3',3,3);
```

Од структурата со резултати одбираме да ги прикажеме само струите во гранките во директен систем, како и напоните на јазлите во директен систем. Тоа значи дека од соодветните матрици ја избираме само колоната 1, со што ги добиваме резултатите дадени во продолжение.

```

>> resenie.Igr_dio(:,1)
ans =
    0.0000 - 0.4946i
    0.0000 - 2.2524i
    0.0000 - 1.5051i

```

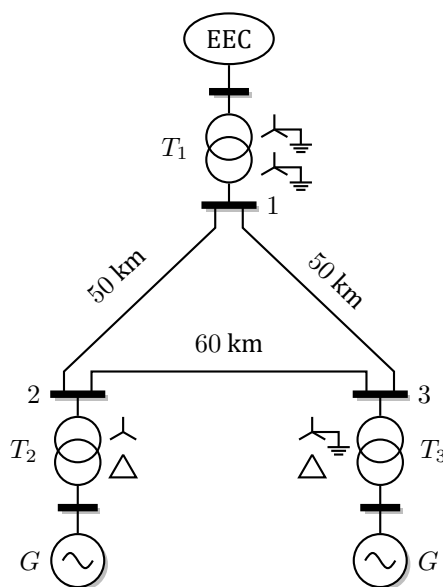
```
>> resenie.Udio(:,1)
ans =
    36.0382
    30.1024
         0
```



Пример 4.11. За системот прикажан на сликата П.4.11.1 да се одреди ефективната вредност на наизменичната компонента на струјата низ заземјувачот на трансформаторот T_1 во суптранзиентниот период, за случај на еднофазна куса врска:

- кај собирниците 1,
- кај собирниците 2.

Колкави се фазните напони во повредениот јазел во обата случаја?

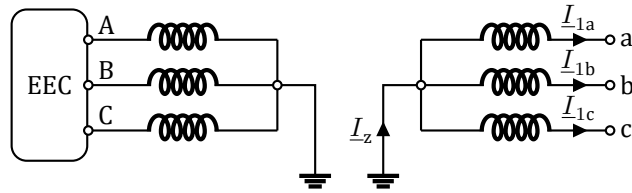


Слика П.4.11.1

Да се претпостави дека пред настанување на кусата врска системот бил практично неоптоварен.

Податоци за елементите:

- G: 80 MVA; 10,5 kV; $x''_d = x_i = 10\%$; $x'_d = 25\%$; $x_d = 150\%$; $x_0 = 8\%$.
- T_1 : 150 MVA; 110/231 kV/kV; $u_k = 12\%$.
- $T_2 \equiv T_3$: 80 MVA; 10,5/115 kV/kV; $u_k = 10\%$.
- EEC: $U_n = 220$ kV; $S''_{k3} = 3330$ MVA; $X''_d = X_i = X_0$; $X'_d = 1,1 \cdot X''_d$.



Слика П.4.11.2

Сите водови имаат спроводници од ист тип и се со еднакви надолжни параметри $x = 0,4 \Omega/\text{km}$ и $x_0 = 3 \cdot x = 1,2 \Omega/\text{km}$.

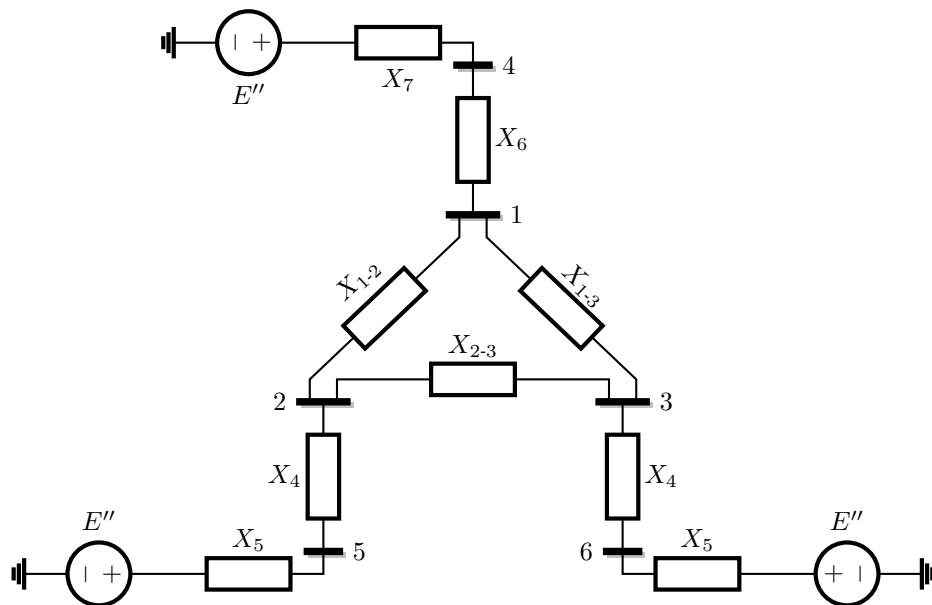
Решение

Струјата $\underline{I}_z$ низ заземјувачот од трансформаторот T_1 е еднаква на збирот од струите во сите три фази (слика П.4.11.2), т. е. таа изнесува:

$$\underline{I}_z = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{1b} + \underline{I}_{1c} = 3 \cdot \underline{I}_{10}.$$

Значи, за да ја одредиме струјата $\underline{I}_z$ низ заземјувачот од T_1 , потребно е да ги одредиме фазните струи низ T_1 , односно нултата компонента $\underline{I}_{10}$ на струјата низ трансформаторот T_1 .

а) Еднофазна куса врска кај собирниците 1



Слика П.4.11.3

Еквивалентната шема на директниот систем за суптранзиентниот период е прикажана на сликата П.4.11.3. ЕЕС во шемата за директниот систем се претставува со соодветната суптранзиентна реактанција (X_7) и со електромоторна сила E'' зад неа. Суптранзиентната реактанција X_7 на ЕЕС се пресметува врз основа на суптранзиентната моќност на трифазна куса врска S''_{k3} на ЕЕС, т. е.

$$X_7 = \frac{U_n^2}{S''_{k3}} = \frac{220^2}{3330} = 14,534 \Omega.$$

Сведена на страна 110 kV, таа изнесува:

$$X_7 = 14,534 \cdot \left(\frac{110}{231}\right)^2 = 3,3 \Omega.$$

Реактанциите на останатите елементи во системот лесно ќе ги пресметаме со помош на познатите релации. Сведени на ниво 110 kV, тие изнесуваат:

$$X_{1-2} = X_{1-3} = 50 \cdot 0,4 = 20 \Omega; \quad X_{2-3} = 60 \cdot 0,4 = 24 \Omega; \\ X_4 = 16,53 \Omega; \quad X_5 = 16,53 \Omega; \quad X_6 = 9,68 \Omega.$$

Електромоторната сила E'' , согласно на горе кажаното (неоптоварен систем пред настанување на кусата врска), изнесува:

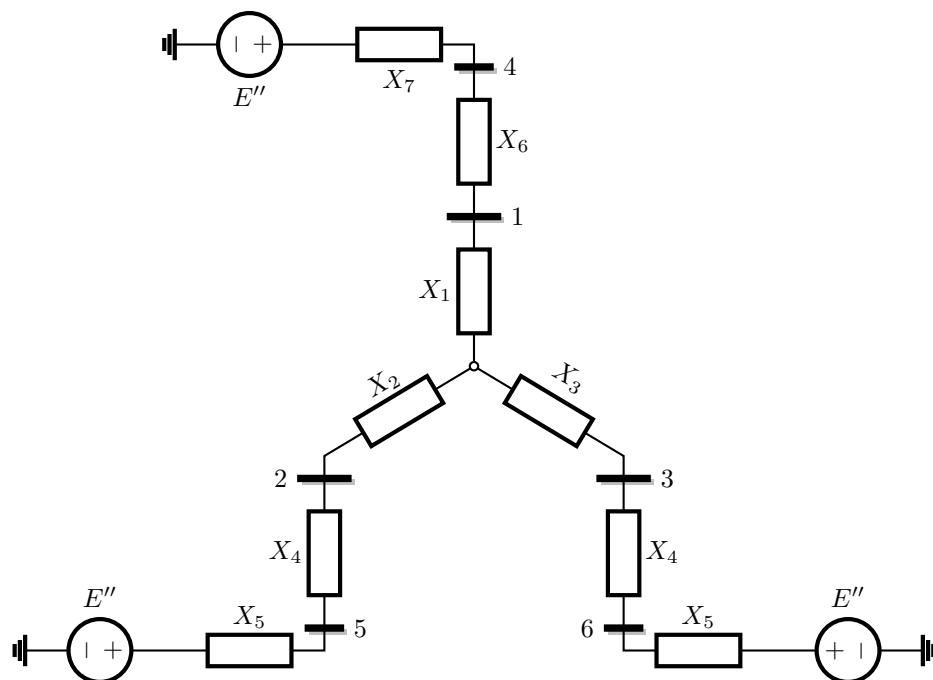
$$E'' = U_{nf} = \frac{110}{\sqrt{3}} = 63,509 \text{ kV}.$$

Шемата од сликата П.4.11.3 можеме да ја поедноставиме, ако триаголникот 1-2-3 го трансфигурираме во ѕвезда (слика П.4.11.4). Параметрите на ѕвездата ќе бидат:

$$X_1 = \frac{X_{1-2} \cdot X_{1-3}}{X_{1-2} + X_{1-3} + X_{2-3}} = 6,25 \Omega; \\ X_2 = X_3 = \frac{X_{1-2} \cdot X_{2-3}}{X_{1-2} + X_{1-3} + X_{2-3}} = 7,5 \Omega.$$

Сега лесно ќе ја одредиме импеданцијата на директниот систем. Таа претставува влезна импеданција во директниот систем, гледана од повредениот јазел, т. е. од местото на кусата врска. Во случајов, таа изнесува:

$$\underline{Z}_d = j(X_6 + X_7) \parallel [jX_1 + j(X_2 + X_4 + X_5) \parallel j(X_3 + X_4 + X_5)] = j8,716 \Omega.$$



Слика П.4.11.4

На сличен начин се добива и реактанцијата на инверзниот систем. Во конкретниов случај таа е еднаква на директната, т. е.

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_d = j8,716 \Omega.$$

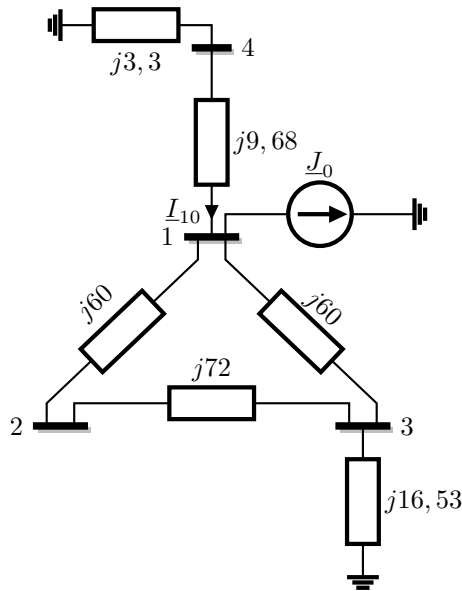
Еквивалентната шема за нулти систем, при што се земени предвид спрегите на намотките на сите трансформатори и начините на заземјување на свездиштата, е прикажана на сликата П.4.11.5, а на сликата П.4.11.6 е даден упростен облик на шемата од сликата П.4.11.5. Импеданцијата на нултиот систем $\underline{Z}_0$ претставува влезна импеданција во нултиот систем, гледана од јазелот 1 (слика П.4.11.6) и таа изнесува:

$$\underline{Z}_0 = j12,98 \parallel j(22,5 + 18,75 + 16,63) = j10,599 \Omega.$$

Имајќи предвид дека за еднофазна куса врска е $\underline{Z}_k = \underline{Z}_i + \underline{Z}_0$, симетричните компоненти на струјата на местото на кусата врска, ќе бидат:

$$\underline{J}_d = \underline{J}_i = \underline{J}_0 = \frac{E''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{E''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{63,509}{j28,031} = -j2,266 \text{ kA}.$$

Нултата компонента на струјата $\underline{I}_{10}$ низ трансформаторот T_1 лесно се одредува од шемата за нултиот систем (слика П.4.11.6) со помош на



Слика П.4.11.5

Кирхофовите закони:

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0}{j12,98} = \frac{j10,599 \cdot (-j2,266)}{j12,98} = -j1,850 \text{ kA}.$$

Ефективната вредност на наизменичната компонента на струјата $\underline{I}_z$ низ заземјувачот од трансформаторот T_1 ќе биде:

$$I_z = 3 \cdot I_{10} = 5,550 \text{ kA}.$$

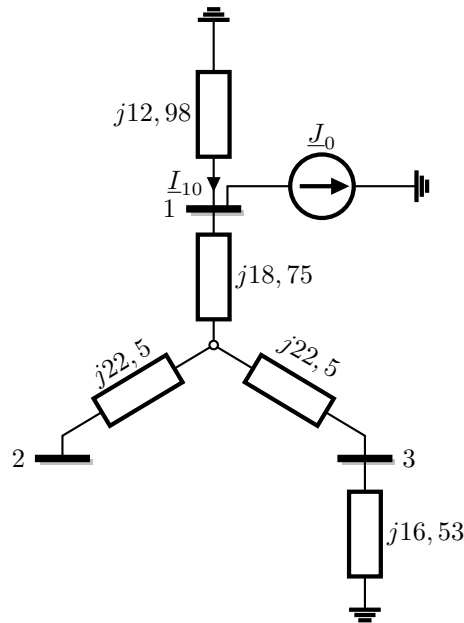
Симетричните компоненти на фазните напони кај повредениот јазел 1, ги одредуваме со помош на општите равенки за симетричните компоненти на напоните и нивна трансформација во фазни вредности:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1d} &= \underline{E}'' - \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d = 43,761 \text{ kV} & \underline{U}_{1A} &= 0 \\ \underline{U}_{1i} &= -\underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i = -19,747 \text{ kV} & \underline{U}_{1B} &= 65,746 \cdot e^{236,8^\circ} \text{ kV} \\ \underline{U}_{10} &= -\underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0 = -24,014 \text{ kV} & \underline{U}_{1C} &= 65,746 \cdot e^{123,2^\circ} \text{ kV} \end{aligned}$$

б) Еднофазна куса врска кај собирниците 2

Решението во овој случај гласи:

$$\begin{aligned} I_z &= 1,608 \text{ kA}; & \underline{U}_{2A} &= 0; \\ \underline{U}_{2B} &= \underline{U}_{2C}^* = (-58,317 - j55) \text{ kV} = 80,162 \cdot e^{223,3^\circ} \text{ kV}. \end{aligned}$$



Слика П.4.11.6

Како што гледаме, во овој случај напоните на здравите фази се поголеми од номиналниот фазен напон ($U_{nf} = 110/\sqrt{3} = 63,509 \text{ kV}$). Во конкретниов случај тоа покачување на местото на кусата врска изнесува околу 26%.

За да ја решиме задачата со примена на функцијата `kusi_vrski` подготвуваме датотека со влезни податоци која го има следниот изглед:

programi/kv/kv_ees_4.m

```
1 function ees = kv_ees_4()
2 ees.Uf = 110/sqrt(3);
3 ees.granki = [
4 % pocetok kraj Xd      Xi      X0
5     1     2    20      20      60
6     1     3    20      20      60
7     2     3    24      24      72
8     1     4     9.68    9.68    9.68
9     2     5    16.53    16.53    1e6
10    3     6    16.53    16.53    1e6
11 ];
12 ees.generatori = [
13 % jazel      Xd      Xi      X0
14     4     3.3     3.3     3.3
15     5    16.53    16.53    1e6
16     6    16.53    16.53    1e6
17     3     1e6     1e6    16.53
```

18 1;

Како што веќе видовме, во нултиот систем не постои врска помеѓу јазлите 2 и 5 и помеѓу јазлите 3 и 6 и затоа во матрицата за гранките во колоната која се однесува за нултата реактанција на гранките 2-5 и 3-6 е ставена бесконечно голема вредност (10^6 , т. е. $1e6$).

Сепак, во нултиот систем постои директна врска на јазелот 3 со земја преку реактанцијата на трансформаторот T_3 . Оваа реактанција е додадена во матрицата за генераторите, а бидејќи во директниот и инверзниот систем таква реактанција спрема земја не постои, во соодветните колони е внесена бесконечно голема вредност.

Решението за случајот кога кусата врска е кај јазелот 1 го добиваме на следниот начин:

```
>> resenie = kusi_vrski('kv_ees_4',1,1);
```

Фазните струи во гранките изнесуваат:

```
resenie.Igr_abc
ans =
    0.0000 + 0.8742i    -0.0000 - 0.2423i    -0.0000 - 0.2423i
    0.0000 + 1.0301i    -0.0000 - 0.0864i    -0.0000 - 0.0864i
    0.0000 + 0.1299i    -0.0000 + 0.1299i     0.0000 + 0.1299i
    0.0000 + 4.8928i    -0.0000 + 0.3287i    -0.0000 + 0.3287i
    0.0000 + 0.7443i    -0.0000 - 0.3722i    -0.0000 - 0.3722i
    0.0000 + 0.7443i     0.0000 - 0.3722i    -0.0000 - 0.3722i
```

Бидејќи нас нè интересира сумата на фазните струи во гранката 1-4, која е наведена како четврта гранка во матрицата пишуваме:

```
>> Iz = sum(resenie.Igr_abc(4,:))
Iz =
    -0.0000 + 5.5502i
```

Ефективните вредности на фазните напони на јазелот 1 изнесуваат:

```
>> abs(resenie.Uabc(1,:))
ans =
    0.0000    65.7459    65.7459
```

додека нивните фазни агли се:

```
>> angle(resenie.Uabc(1,:))/pi*180
ans =
     0   -123.2220   123.2220
```

□ □ □

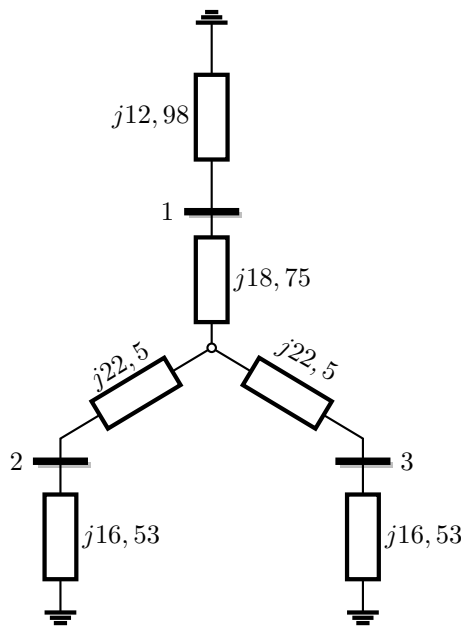
Пример 4.12. Колкави ќе бидат фазните напони на повредениот јазел 2 во суптранзиентниот период, за случај на еднофазна куса врска кај собирниците 2 во системот од примерот 4.11, ако ѕвездиштето од трансформаторот T_2 е директно заземјено. Пред настанување на кусата врска системот бил практично неоптоварен.

Решение

Со оглед на фактот дека еквивалентните шеми за директен и инверзен систем не зависат од спрегите на трансформаторите, импеданциите $\underline{Z}_d$ и $\underline{Z}_i$ ќе ги одредиме со помош на сликата П.4.11.4 од претходната задача:

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_i = j(X_4 + X_5) \parallel [jX_2 + j(X_1 + X_6 + X_7) \parallel j(X_3 + X_4 + X_5)] = j12,671 \Omega.$$

Меѓутоа, еквивалентната шема за нулти систем во споредба со примерот 4.11 сега ќе се измени (слика П.4.12.1), поради тоа што свездиштето од високонпонската намотка на трансформаторот T_2 во овој случај е директно заземјено. Затоа и влезната импеданција во нултиот систем гледана од местото на кусата врска, т. е. импеданцијата на нултиот систем $\underline{Z}_0$, во овој случај ќе биде помала. Неа ја добиваме од сликата П.4.12.1 и таа изнесува $\underline{Z}_0 = j11,697 \Omega$.



Слика П.4.12.1

Симетричните компоненти на фазните напони на местото на кусата врска ќе бидат:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{2d} &= \underline{Z}_k \underline{J}_d = (\underline{Z}_i + \underline{Z}_0) \cdot E'' / (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0) = 41,782 \text{ kV} \\ \underline{U}_{2i} &= -\underline{Z}_i \underline{J}_i = -\underline{Z}_i \cdot E'' / (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0) = -21,726 \text{ kV} \\ \underline{U}_{20} &= -\underline{Z}_0 \underline{J}_0 = -\underline{Z}_0 \cdot E'' / (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0) = -20,056 \text{ kV}\end{aligned}$$

Фазните напони во повредениот јазел изнесуваат:

$$\underline{U}_{2A} = \underline{U}_{2d} + \underline{U}_{2i} + \underline{U}_{20} = 0 \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{2B} = \underline{a}^2 \underline{U}_{2d} + \underline{a} \underline{U}_{2i} + \underline{U}_{20} = 62,690 \cdot e^{241,3^\circ} \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{2C} = \underline{a} \underline{U}_{2d} + \underline{a}^2 \underline{U}_{2i} + \underline{U}_{20} = 62,690 e^{118,7^\circ} \text{ kV}$$

Ако извршиме споредување со резултатите што ги добивме во примерот 4.11 при куса врска кај јазелот 2, ќе заклучиме дека со заземјување на свездиштето на трансформаторот T_2 , напоните на здравите фази во режимот на кусата врска значително се намалија и тие се сега приближно еднакви на номиналниот напон. Тоа и требаше да се очекува, бидејќи со намалување на факторот на заземјување $k_z = \underline{Z}_0 / \underline{Z}_d$ се намалуваат и напоните во здравите фази при еднофазната куса врска. Кај мрежите со изолирана неутрална точка ($\underline{Z}_0 \rightarrow \infty$) фазните напони во здравите фази можат да бидат еднакви на линиските (меѓуфазните) напони, т. е. за 73% поголеми од U_{nf} .

Датотеката со влезни податоци за овој случај има уште една редица во матрицата за генератори со која се симулира директната врска на јазелот 2 со земјата во нултиот систем преку реактанцијата на трансформаторот T_2 . Нејзиниот изглед е следниот:

programi/kv/kv_ees_5.m

```

1 function ees = kv_ees_5()
2 ees.Uf = 110/sqrt(3);
3 ees.granki = [
4 % pocetok kraj Xd      Xi      X0
5     1     2    20      20      60
6     1     3    20      20      60
7     2     3    24      24      72
8     1     4    9.68    9.68    9.68
9     2     5   16.53   16.53   1e6
10    3     6   16.53   16.53   1e6
11 ];
12 ees.generatori = [
13 % jazel      Xd      Xi      X0
14     4     3.3     3.3     3.3
15     5   16.53   16.53   1e6
16     6   16.53   16.53   1e6
17     2     1e6     1e6   16.53
18     3     1e6     1e6   16.53
19 ];

```

Решението за случајот кога кусата врска е кај јазелот 2 го добиваме на следниот начин:

```
>> resenie = kusi_vrski('kv_ees_5',2,1);
```

Фазните напоните на сите јазли изнесуваат:

```

>> abs(resenie.Uabc)
ans =
41.2959    60.8497    60.8497
 0.0000    62.6901    62.6901
37.3039    60.0993    60.0993
57.8613    62.7938    62.7938
31.7543    63.0951    63.0951
50.4062    61.7127    61.7127

```

□ □ □

Пример 4.13. За системот прикажан на сликата П.4.13.1 да се димензионираат прекинувачите P_1 и P_2 според суптранзиентната струја на:

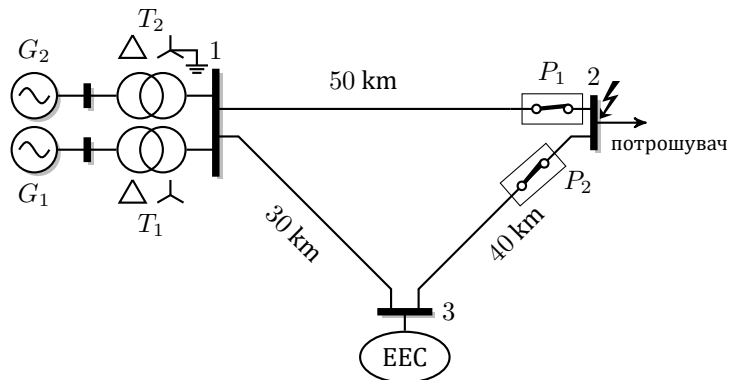
- трифазна куса врска,
- еднофазна куса врска,

во случај кусата врска да настане кај потрошувачите, приклучени во јазелот 2. Да се претпостави крајно неповолен случај (номинално оптоварен систем пред настанувањето на кусата врска).

Податоци за елементите:

- $G_1 \equiv G_2$: 50 MVA; 10,5 kV; $x_d'' = x_i = 13\%$; $x_0 = 8\%$.
- $T_1 \equiv T_2$: 50 MVA; 10,5/115 kV/kV; $u_k = 12\%$.
- БЕС: $U_n = 110$ kV; $S_{k3}'' = 1210$ MVA; $X_d'' = X_i = X_0/2$.

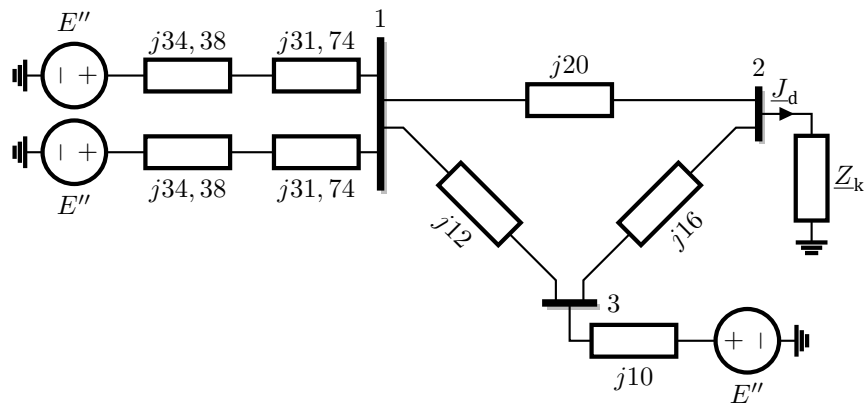
Сите водови имаат еднакви надолжни параметри $x = 0,4 \Omega/\text{km}$ и $x_0 = 1,3 \Omega/\text{km}$.



Слика П.4.13.1

Решение

Еквивалентната шема на мрежата за директен систем, сведена на страна 110 kV, е прикажана на сликата П.4.13.2. Таа шема можеме да ја упростиме ако триаголникот 1-2-3 го трансфигурираме во звезда (слика П.4.13.3) и ако извршиме извесни упростувања.

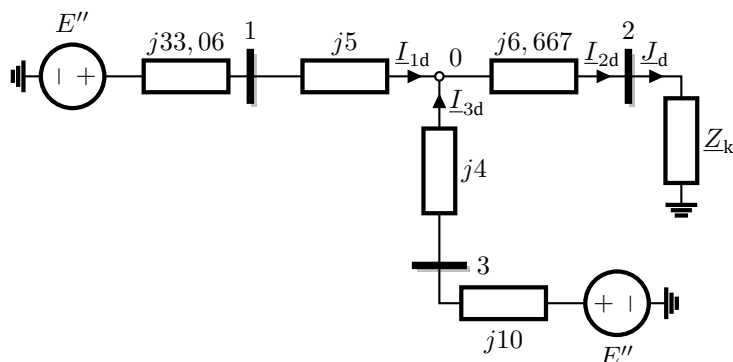


Слика П.4.13.2

а) Трифазна куса врска при собирниците 2

Во случај на трифазна куса врска, импеданцијата на кусата врска ќе биде $Z_k = 0$. Влезната импеданција во директниот систем Z_d , гледана од местото на кусата врска (јазел 2), ќе биде:

$$Z_d = j6,667 + j(4 + 10) \parallel j(5 + 33,06) = j16,902 \Omega.$$



Слика П.4.13.3

Симетричните компоненти на струјата на кусата врска ќе бидат:

$$\underline{J}_d = \frac{E''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{E''}{\underline{Z}_d} = \frac{1,1 \cdot 110/\sqrt{3}}{j16,902} = -j4,133 \text{ kA},$$

$$\underline{J}_i = \underline{J}_0 = 0.$$

Симетричните компоненти на напонот во точката 2 во режимот на трифазна куса врска се еднакви на нула

$$\underline{U}_{2d} = \underline{U}_{2i} = \underline{U}_{20} = 0.$$

Согласно со шемата прикажана на сликата П.4.13.3, напонот во јазелот 0 ќе биде:

$$\underline{U}_{0d} = \underline{U}_{2d} + j6,667 \cdot \underline{I}_d = j6,667 \cdot \underline{J}_d = 27,555 \text{ kV}; \quad \underline{U}_{0i} = \underline{U}_{00} = 0 \text{ kV}.$$

Струјата $\underline{I}_{2d} = \underline{J}_d$ се дели на две струи во паралелните гранки 0-1-земја и 0-3-земја, така што применувајќи го правилото за струен делител добиваме:

$$\underline{I}_{3d} = \frac{5 + 33,06}{10 + 4 + 5 + 33,06} \cdot (-j4,133) = -j3,022 \text{ A},$$

$$\underline{I}_{1d} = (-j4,133) - (-j3,022) = -j1,111 \text{ A}.$$

Сега можеме да ги одредиме и напоните на јазлите 1 и 3:

$$\underline{U}_{1d} = \underline{U}_{0d} + j5 \cdot \underline{I}_{1d} = 33,110 \text{ kV};$$

$$\underline{U}_{3d} = \underline{U}_{0d} + j4 \cdot \underline{I}_{3d} = 39,643 \text{ kV}.$$

Директната компонента на струјата низ водот 1-2 (слика П.4.13.2) ќе биде:

$$I_{1-2d} = (\underline{U}_{1d} - \underline{U}_{2d})/j20 = \underline{U}_{1d}/j20 = -j1,655 \text{ kA}.$$

Слично за водот 3-2 добиваме:

$$I_{3-2d} = (\underline{U}_{3d} - \underline{U}_{2d})/j16 = \underline{U}_{3d}/j16 = -j2,478 \text{ kA}.$$

Бидејќи трифазната куса врска претставува симетричен режим, фазните напони и струи во било кој елемент од системот се исти по ефективна вредност и временски се поместени за по третина периода, т. е.

$$I_{1-2A} = I_{1-2B} = I_{1-2C} = I_{1-2d} = 1,655 \text{ kA};$$

$$I_{3-2A} = I_{3-2B} = I_{3-2C} = I_{3-2d} = 2,478 \text{ kA}.$$

Расклопната моќност на прекинувачот P_1 се дефинира како производ од номиналниот напон на прекинувачот и расклопната струја на прекинувачот I_{r1} (т. е. струја што тој треба да ја прекине), во случајот тоа е I_{1-2A} т. е.:

$$S_{r1} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{r1} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 1,655 = 315,34 \text{ MVA}.$$

Слично, за прекинувачот P_2 имаме:

$$S_{r2} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{r2} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 2,478 = 472,12 \text{ MVA}.$$

б) Еднофазна куса врска кај собирниците 2

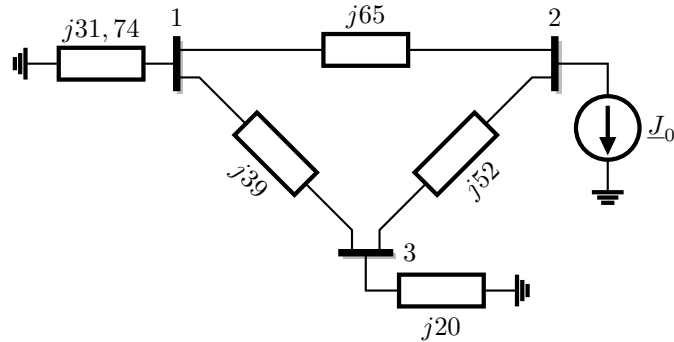
За одредување на фазните струи низ водовите 1-2 и 2-3 во случајот на еднофазна куса врска, најнапред ќе ги одредиме приликите во повредениот јазел 2. За таа цел, потребно е да ги одредиме импеданциите: $\underline{Z}_d$, $\underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$ на соодветните симетрични системи.

Еквивалентната шема за директниот систем (слика П.4.13.2) не зависи од видот на кусата врска и затоа е напълно иста како и во претходниот случај. Единствената разлика е импеданцијата на кусата врска која во случајот изнесува:

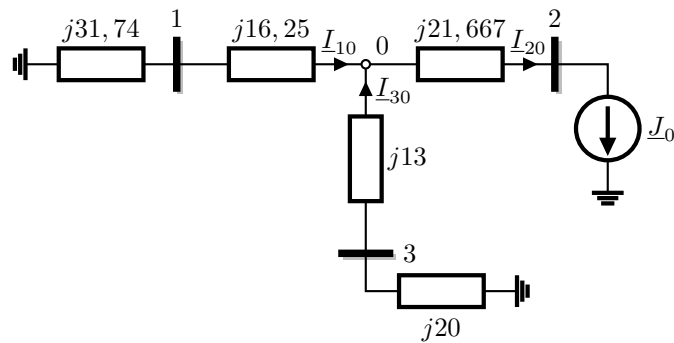
$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_i + \underline{Z}_0.$$

На сликата П.4.13.4 е прикажана еквивалентната шема на нултиот систем, а на сликата П.4.13.5 шемата од сликата П.4.13.4 е трансфигурирана и од неа можеме да ја одредиме импеданцијата на нултиот систем $\underline{Z}_0$:

$$\underline{Z}_0 = j21,667 + j(13 + 20) \parallel j(16,25 + 31,74) = j41,221 \Omega.$$



Слика П.4.13.4



Слика П.4.13.5

Приликите на местото на кусата врска ги одредуваме од веќе познатите равенки:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{1,1 \cdot 110/\sqrt{3}}{j(2 \cdot 16,902 + 41,221)} = -j0,931 \text{ kA}.$$

Притоа е земено дека $\underline{Z}_i = \underline{Z}_d$, што може јасно да се види и од податоците за параметрите на елементите. Исто така, треба да се има на ум дека еквивалентната шема за инверзен систем е еднаква со еквивалентната шема за директен систем. Бидејќи во режимот на еднофазна куса врска важи $\underline{J}_d = \underline{J}_i = \underline{J}_0$, тоа значи дека струите низ сите гранки во директниот и во инверзниот систем ќе бидат еднакви.

Нив ќе ги одредиме користејќи ја сликата П.4.13.3:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{2d} &= \underline{J}_d = -j0,931 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{3d} &= (E'' - \underline{U}_{0d}) / j(4 + 10); \\ \underline{U}_{0d} &= (j6,667 + \underline{Z}_k) \cdot \underline{J}_d = 60,319 \text{ kV}; \\ \underline{I}_{3d} &= (1,1 \cdot 110/\sqrt{3} - 60,319) / j14 = -j0,681 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{1d} &= \underline{I}_{2d} - \underline{I}_{3d} = -j0,250 \text{ kA}.\end{aligned}$$

Понатаму, ги определуваме разликите од напоните на краевите од гранките 1-2 и 3-2, како и струите во нив:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{1-2d} &= j5 \cdot \underline{I}_{1d} + j6,667 \cdot \underline{I}_{2d} = 7,457 \text{ kV}; \\ \underline{I}_{1-2d} &= \underline{U}_{1-2d} / j20 = -j0,373 \text{ kA}; \\ \underline{U}_{3-2d} &= j4 \cdot \underline{I}_{3d} + j6,667 \cdot \underline{I}_{2d} = 8,931 \text{ kV}; \\ \underline{I}_{3-2d} &= \underline{U}_{3-2d} / j16 = -j0,558 \text{ kA}.\end{aligned}$$

Бидејќи шемите за директен и инверзен систем се еднакви, во тие системи еднакви ќе бидат и струите низ гранките, т. е.

$$\underline{I}_{1-2i} = -j0,373 \text{ kA}; \quad \underline{I}_{3-2i} = -j0,558 \text{ kA}.$$

Ни останува уште, со аналогна постапка, да ги одредиме и струите на гранките во нултиот систем. Според сликата П.4.13.5 имаме:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{20} &= \underline{J}_0 = -j0,931 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{30} &= -(j21,667 \cdot \underline{I}_{20} - j41,221 \cdot \underline{J}_0) / j(13 + 20) = -j0,552 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{10} &= \underline{I}_{20} - \underline{I}_{30} = -j0,379 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{1-20} &= \frac{j16,25 \cdot \underline{I}_{10} + j21,667 \cdot \underline{I}_{20}}{j65} = -j0,405 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{3-20} &= \frac{j13 \cdot \underline{I}_{30} + j21,667 \cdot \underline{I}_{20}}{j52} = -j0,526 \text{ kA}.\end{aligned}$$

Фазните струи низ водот 1-2 ќе бидат:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{1-2A} &= 2 \cdot \underline{I}_{1-2d} + \underline{I}_{1-20} = 2 \cdot (-j0,373) - j0,405 = -j1,151 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{1-2B} &= (\underline{a}^2 + \underline{a}) \cdot \underline{I}_{1-2d} + \underline{I}_{1-20} = (\underline{a}^2 + \underline{a}) \cdot (-j0,373) - j0,405 = -j0,032 \text{ kA}; \\ \underline{I}_{1-2C} &= (\underline{a} + \underline{a}^2) \cdot \underline{I}_{1-2d} + \underline{I}_{1-20} = (\underline{a} + \underline{a}^2) \cdot (-j0,373) - j0,405 = -j0,032 \text{ kA}.\end{aligned}$$

Фазните струи низ водот 3-2 ќе бидат:

$$\underline{I}_{3-2A} = 2 \cdot \underline{I}_{3-2d} + \underline{I}_{3-20} = 2 \cdot (-j0,558) - j0,526 = -j1,642 \text{ kA};$$

$$\underline{I}_{3-2B} = (\underline{a}^2 + \underline{a}) \cdot \underline{I}_{3-2d} + \underline{I}_{3-20} = (\underline{a}^2 + \underline{a}) \cdot (-j0,558) - j0,526 = -j0,032 \text{ kA};$$

$$\underline{I}_{3-2C} = (\underline{a} + \underline{a}^2) \cdot \underline{I}_{3-2d} + \underline{I}_{3-20} = (\underline{a} + \underline{a}^2) \cdot (-j0,558) - j0,526 = -j0,032 \text{ kA}.$$

Расклопната моќност на прекинувачите P_1 и P_2 ќе биде:

$$S_{r1} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{1-2A} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 1,151 = 219,9 \text{ MVA};$$

$$S_{r2} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{3-2A} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 1,642 = 312,8 \text{ MVA}.$$

Пресметките покажуваат дека во случајов меродавна за димензионирање на прекинувачите P_1 и P_2 е струјата на трифазната куса врска.

Датотеката со влезни податоци за дадениот систем е следната:

programi/kv/kv_ees_6.m

```
1 function ees = kv_ees_6()
2 ees.Uf = 1.1*110/sqrt(3);
3 ees.granki = [
4 % pocetok kraj Xd      Xi      X0
5     1     2    20     20     65
6     1     3    12     12     39
7     2     3    16     16     52
8 ];
9 ees.generatori = [
10 % jazel  Xd      Xi      X0
11     1  66.12  66.12  31.74
12     1  66.12  66.12   inf
13     3   10     10     20
14 ];
```

Решението за струите во гранките за случајот со трифазна куса врска го добиваме на следниот начин:

```
>> resenie = kusi_vrski('kv_ees_6',2,3);
>> abs(resenie.Igr_abc)
ans =
    1.6556    1.6556    1.6556
    0.5441    0.5441    0.5441
    2.4776    2.4776    2.4776
```

додека за случајот со еднофазна куса врска имаме:

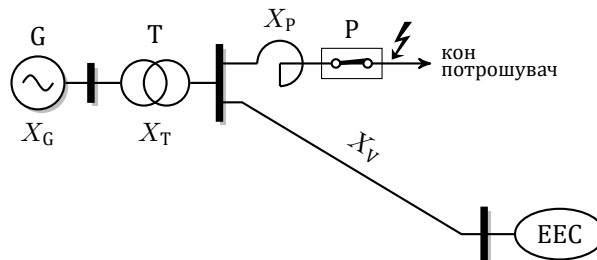
```
>> resenie = kusi_vrski('kv_ees_6',2,1);
>> abs(resenie.Igr_abc)
ans =
    1.1512    0.0323    0.0323
    0.2710    0.0968    0.0968
    1.6423    0.0323    0.0323
```



Пример 4.14. На сликата П.4.14.1 е прикажан преносен систем 220 kV. Познати се реактанциите на поедините елементи (сведени на ниво 220): $X_G = 10 \Omega$, $X_T = 10 \Omega$ и $X_V = 7,87 \Omega$.

Потребно е да се одреди реактанцијата X_P на придушницата, приклучена во гранката со прекинувачот Р, така што прекинувачот да биде способен да ја исклучи струјата на трифазната куса врска, настаната зад прекинувачот, ако тој има номинална расклопна моќност $S_{nr} = 5000$ MVA.

Притоа да се претпостави дека пред настанување на кусата врска системот бил номинално оптоварен и дека кусата врска се исклучува во суп-транзиентниот период.



Слика П.4.14.1

Решение

Во случај на трифазна куса врска, фазните струи низ прекинувачот Р се еднакви по ефективна вредност и изнесуваат:

$$I_A = I_B = I_C = I_r = J_d = E'' / Z_d'',$$

каде што импеданцијата на директниот систем изнесува:

$$\underline{Z}_d'' = j[X_P + (X_T + X_G'') \parallel (X_V + X_{EEC})].$$

Бидејќи електроенергетскиот систем е систем со бесконечна моќност, неговата реактанција ќе биде $X_{EEC} = 0$ и соодветно на тоа:

$$Z_d'' = X_P + X_V \cdot (X_T + X_G'') / (X_V + X_T + X_G'').$$

Расклопната струја на прекинувачот Р ќе биде:

$$I_r = J_d = \frac{E''}{Z_d''} = \frac{1,1 \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot Z_d''},$$

и соодветно, расклопната моќност

$$S_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \frac{1,1 \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot Z_d''} = \frac{1,1 \cdot U_n^2}{Z_d''}.$$

За да биде прекинувачот Р, чија номинална расклопна моќност изнесува $S_{nr} = 5000 \text{ MVA}$, способен да ја исклучи кусата врска, потребно е да биде задоволен условот $S_r \leq S_{nr}$, т. е.

$$\frac{1,1 \cdot U_n^2}{Z_d''} \leq S_{nr},$$

од каде што следува:

$$Z_d'' \geq 1,1 \cdot U_n^2 / S_{nr},$$

т. е.

$$X_P + X_V \cdot (X_T + X_G'') / (X_V + X_T + X_G'') \geq 1,1 \cdot U_n^2 / S_{nr}.$$

Оттука се добива релацијата:

$$X_P \geq 1,1 \cdot U_n^2 / S_{nr} - X_V \cdot (X_T + X_G'') / (X_V + X_T + X_G''),$$

од каде што следува:

$$X_P \geq 1,1 \cdot 220^2 / 5000 - 7,87 \cdot 20 / 27,87;$$

$$X_P \geq 5 \Omega.$$

□ □ □

Пример 4.15. Да се одреди расклопната струја и расклопната моќност на прекинувачот Р за случај на еднофазна куса врска во точката К (слика П.4.15.1). Прекинувачот ја исклучува кусата врска во суптранзиентниот период. За колку ќе се намали расклопната струја на еднофазната куса врска, ако ѕвездиштето на трансформаторот T_2 не е заземјено (спрега ΔY). Да се претпостави дека пред настанувањето на кусата врска системот бил номинално оптоварен.

Податоци за елементите:

– $G_1 \equiv G_2$: 100 MVA; 10,5 kV; $x_d'' = x_i = 13\%$; $x_0 = 8\%$.

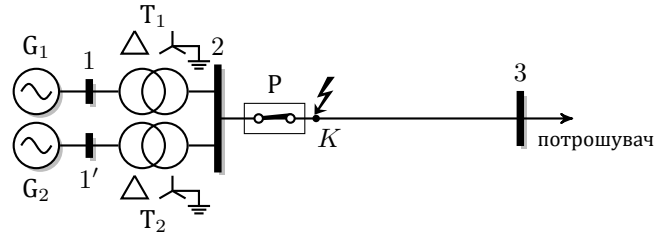
– $T_1 \equiv T_2$: 100 MVA; 10,5/115 kV/kV; $u_k = 12\%$.

Решение

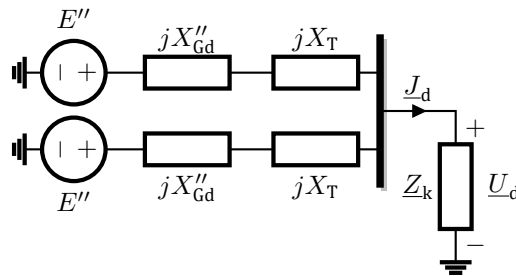
Реактанциите на елементите ќе бидат:

$$X_{Gd}'' = X_{Gi} = \frac{x_d''}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \left(\frac{115}{10,5} \right)^2 = \frac{13}{100} \cdot \frac{10,5^2}{100} \cdot \left(\frac{115}{10,5} \right)^2 = 17,193 \Omega;$$

$$X_T = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{12}{100} \cdot \frac{115^2}{100} = 15,870 \Omega.$$



Слика П.4.15.1



Слика П.4.15.2. Шема за директен систем

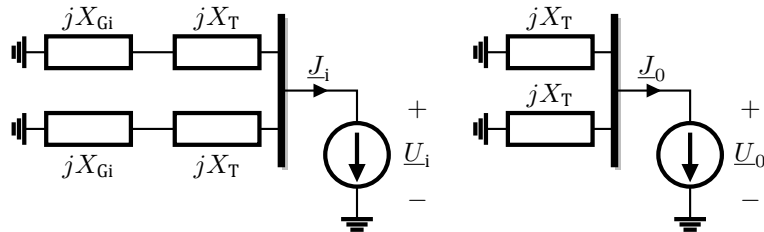
Еквивалентната импеданција на директниот систем $\underline{Z}_d''$, сведена на ниво 110, ќе биде:

$$Z_d'' = (X_{Gd}'' + X_T) \parallel (X_{Gd}'' + X_T) = (17,193 + 15,870)/2 = 16,531 \Omega.$$

На сличен начин за инверзниот и нултиот систем добиваме:

$$Z_i = (X_{Gi} + X_T)/2 = (17,193 + 15,870)/2 = 16,531 \Omega;$$

$$Z_0 = X_T/2 = 15,870/2 = 7,935 \Omega.$$



Слика П.4.15.3. Шема за инверзен и нулти систем

Електромоторната сила во суптранзиентниот период (уважувајќи го и предоптоварувањето во системот) ќе биде:

$$E'' = 1,1 \cdot U_{nf} = 1,1 \cdot 110 / \sqrt{3} = 69,859 \text{ kV}.$$

Директната компонента на струјата на кусата врска $\underline{J}_d$ ќе биде:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} = \frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{69,859}{2 \cdot j16,531 + j7,935} = -j1,704 \text{ kA};$$

$$\underline{J}_i = \underline{J}_d = -j1,704 \text{ kA}; \quad \underline{J}_0 = \underline{J}_d = -j1,704 \text{ kA}.$$

Фазните струи низ прекинувачот Р ќе бидат:

$$\underline{I}_A = \underline{J}_d + \underline{J}_i + \underline{J}_0 = -j5,112 \text{ kA};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_C = (a^2 + a + 1) \cdot \underline{J}_d = 0.$$

Расклопната струја низ прекинувачот ќе биде:

$$I_r = \max \{I_A, I_B, I_C\} = I_A = 5,112 \text{ kA},$$

додека расклопната моќност ќе изнесува:

$$S_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_r = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 5,112 = 974 \text{ MVA}.$$

Ако свездиштето на трансформаторот T_2 не е заземјено, неговата реактанција за нултиот систем ќе биде бесконечна и во тој случај импеданцијата на нултиот систем $\underline{Z}_0$ ќе се зголеми на вредноста $\underline{Z}_0 = jX_T = j15,870 \Omega$. Останатите импеданции $\underline{Z}_d$ и $\underline{Z}_i$ нема да се променат, бидејќи импеданцијата на T_2 во директниот и во инверзниот систем не зависи од спрегата на соединување на намотките на трансформаторот. Затоа во овој случај струјата на еднофазната куса врска ќе се намали, т.е. ќе имаме:

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{69,859}{2 \cdot j16,531 + j15,870} = -j1,428 \text{ kA};$$

и соодветно

$$I_r = I_A = 3 \cdot J_d = 4,284 \text{ kA};$$

$$S_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_r = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 4,284 = 816 \text{ MVA}.$$

Гледаме дека расклопната струја и расклопната моќност на прекинувачот се намалија за 16,2%, со тоа што свездиштето (неутралната точка) на трансформаторот T_2 не се заземји. Тоа е и една од мерките за намалување на струите на куса врска, бидејќи во голем број случаи струјата на еднофазна куса врска е доста голема, дури и поголема (како што е во овој случај) од струјата на трифазна куса врска и како таква може да биде меродавна при изборот (димензионирањето) на опремата.

□ □ □

5

СТАБИЛНОСТ НА РАБОТАТА НА ЕЕС

5.1 Општо за преодните процеси во ЕЕС

Во овој дел ќе стане збор за процесите што се јавуваат во ЕЕС при промената на условите на неговата работа, т. е. за електромеханичките преодни процеси. Но пред да преминеме кон нивното изучување, најнапред ќе се запознаеме со некои основни поими и дефиниции.

Под поимот електричен систем подразбираме дел од електроенергетскиот систем кој претставува множество од заемно поврзани елементи што се наменети за производство (генератори), трансформација (енергетски трансформатори, исправувачи, инвертори), пренос и дистрибуција (електричната мрежа) и употреба (потрошувачи) на електричната енергија.

Електричниот систем во разни моменти на време може да се наоѓа во разни работни состојби. Стационарен (устален) работен режим на електричниот систем е таква состојба на системот при која параметрите на режимот (напон, струја, моќност, фреквенција, брзина на вртење и друго) не се менуваат. Преминувањето од еден стационарен режим во друг е условено со појава на преодни процеси во електричниот систем. За време на еден таков преоден процес (што може да трае и многу кратко време што се мери во делови од секундата) доаѓа до непрекинати промени на режимските параметри, а соодветниот режим на работа на системот се нарекува преоден (нестационарен) режим.

Поради разните промени на параметрите на системот како и поради непрекинатите промени на оптоварувањата, електричниот систем многу ретко, или практично никогаш, не работи во стационарен режим. Меѓутоа, промените во системот од таков карактер предизвикуваат мали промени на параметрите на режимот, толку мали, што режимот може практично да се третира како стационарен.

Под параметри на системот се подразбираат показателите кои квантитативно ги опишуваат физичките својства на елементите од систе-

мот, нивната поврзаност и друго (овде спаѓаат активните, реактивните и привидните отпорности, односно спроводности на елементите, сопствените и меѓусебните, т. е. взаемните отпорности меѓу нив, коефициентите на трансформација на енергетските трансформатори и друго).

Причините кои доведуваат до појава на преодни процеси во системот се нарекуваат пореметувања и тие доведуваат до промена на режимските параметри на системот. Тоа можат да бидат разни вклучувања или исклучувања на одделни елементи од системот, промени настанати кај потрошувачите и друго. Овие пореметувања се нарекуваат нормални (регуларни) и по правило тие доведуваат само до мали промени на режимските параметри на системот. Пореметувањата сврзани со нагли и значителни промени на режимот на работа на системот (на пример, појава на куси врски во ЕЕС, испад на поголем потрошувач или елемент од ЕЕС и друго), доведуваат и до значителни промени на режимските параметри и тие можат битно да се разликуваат од претходните.

Понекогаш, дури и кога пореметувањата се многу мали, тие можат да предизвикаат преоден процес во системот кој нема да се заврши со нов стационарен режим на работа. Во тој случај, предизвиканиот преоден процес нема придушен карактер, а некои од режимските параметри постојано се оддалечуваат од своите почетни вредности и добиваат недозволен големини (на пример, перманентно зголемување на напонот, зголемување на бројот на вртежи кај синхроните машини и друго), поради што доаѓа до принуден прекин во работата, односно распад на ЕЕС. Во таквите случаи станува збор за непожелен исход на преодниот процес, т. е. за нарушување на стабилноста на работата на ЕЕС.

Пореметувањата, предизвикани од сите досега споменати причини предизвикуваат во електричните системи два вида преодни процеси – електромагнетни и електромеханички преодни процеси. Електромагнетните преодни процеси делумно се изучуваат во анализите на режимот на куса врска во ЕЕС, а делумно и во други дисциплини. Овде ќе се вршат изучувања на електромеханичките преодни процеси во електричните системи. Сепак треба да напомниме дека направената поделба на преодните процеси е условна, бидејќи тие се заемно поврзани и може само приближно да се изучува секој вид одделно.

За време на нормалната работа на системот, поради малите и непрестани измени на оптоварувањата како и поради разните експлоатациони операции (вклучување/исклучување на водови, трансформатори, измени во конфигурацијата на мрежата и друго), системот се наоѓа во непрекинато, одвај забележително осцилирање околу својата рамнотежна состојба.

За ваквиот режим на работа се користи и терминот квазистационарен. Малите пореметувања кои непрекинато се случуваат и претставуваат нормална појава во работата, не треба да предизвикаат нарушување на стабилноста на системот, т. е. да предизвикаат нестабилен преоден процес во којшто ќе дојде до прогресивно оддалечување на режимските параметри од нивните дотогашни (почетни) вредности. Со други зборови, за да може системот да работи, потребно ќе биде тој да биде стабилен и при мали пореметувања, т. е. тој треба да поседува статичка стабилност. Значи поимот статичка стабилност можеме да го дефинираме како способност на системот, по настанатото мало (теориски бесконечно мало) пореметување, тој да се врати на првобитниот работен режим, или пак да премине во нов стационарен режим, многу близок до претходниот.

Пореметувањата предизвикани од нагли и големи промени во ЕЕС, како што се појавите на куси врски, хавариските исклучувања на големи генераторски единици, преносни водови и друго, се големи пореметувања и тие ќе доведат до значителни промени на параметрите на режимот. Ако по преодниот режим, предизвикан од големите пореметувања, системот заземе нова рамнотежна положба, т. е. премине од еден стационарен режим во друг, за него велиме дека е динамички стабилен, а во врска со ова негово својство го воведуваме и поимот динамичка стабилност.

Под поимот динамичка стабилност на еден систем подразбираме, значи, способност на системот и по настанатото големо пореметување тој да воспостави нов стационарен режим, со нови режимски параметри. Притоа, новите режимски параметри треба да имаат прифатливи вредности кои во голема мера нема да се разликуваат од вредностите што тие ги имале во претходниот стационарен режим, т. е. пред големото пореметување.

Врз основа на ваквите дефиниции на статичката и динамичката стабилност се разработени повеќе методи за нивното истражување. Ние ќе се запознаеме само со тие кои имаат поголемо практично значење. Анализите на стабилноста на ЕЕС овде ќе имаат „инженерски“ карактер.

Тоа значи дека во нив ќе правиме разни занемарувања и упростувања кои квалитативно нема да ја изменат сликата на посматраните појави, а ќе бидат опфатени само оние фактори кои имаат решавачко влијание на текот на преодните процеси. Упростувањата што ќе ги правиме ќе ни овозможат примена на познати практични математички методи и постапки, коишто на доволно брз и едноставен начин ќе ни дадат резултати со задоволителна точност.

Точноста на пресметките што сакаме да ја постигнеме во најголема мера зависи од целта на истражувањето. Целта на анализите на

електромеханичките преодни процеси во ЕЕС е: пресметување, анализа и предвидување на карактерот на тие преодни процеси. Од друга страна, тоа го правиме за да утврдиме какви зафати, кога, каде и какви средства и дејства во ЕЕС треба да преземеме за да им дадеме на споменатите преодни процеси најповолен тек или таков тек што нам најмногу ќе ни одговара.

За таквите анализи не е неопходен висок степен на точност во пресметувањата, па затоа, слично како и кај анализите на кусите врски во ЕЕС, ќе можеме да си дозволиме одредени занемарувања и упростувања. Најголеми упростувања ќе правиме во моделирањето на најсложените елементи на електричниот систем -- синхроните генератори, а понекогаш упростувања ќе правиме и во моделот на мрежата и моделот на потрошувачите.

5.2 Равенка на движење на синхрон агрегат

Синхрон агрегат претставува машинска група која се состои од турбина (примарен двигател) и синхрон генератор (слика 5.1). Синхронниот генератор, гонет од турбината под дејство на механичкиот момент M_m , се врти со одредена брзина n (вртежи/s), односно со одредена аголна брзина $\omega = 2\pi n$ (rad/s), при што му се предава механичка моќност $P_m = \omega M_m$ ¹. Најголем дел од моќноста P_m се трансформира во синхронниот генератор во електрична моќност P_e којашто понатаму се предава во мрежата. На механичкиот момент M_m кој се развива од турбината, му се спротивставува електромагнетниот момент $M_e = P_e/\omega$, којшто е продукт на заемното дејство на вртливото магнетно поле на статорот и магнетното поле што го создава возбудната намотка на роторот.

Покрај овие два момента врз погонската оска, во општ случај, дејствуваат уште други два момента:

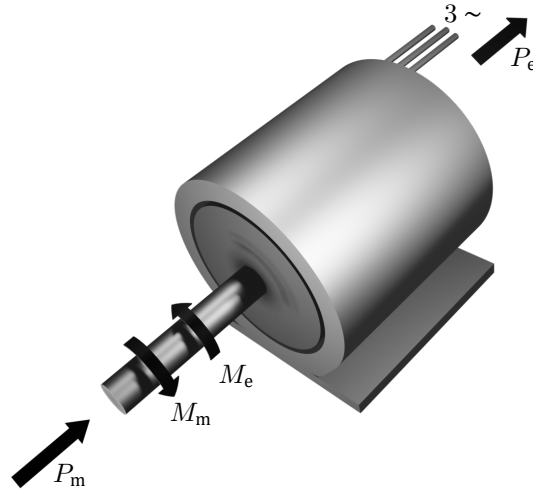
- отпорен момент и
- инерционен момент.

Првиот од нив е многу мал и се должи на постоењето на отпорните сили поради вентилацијата и триењето во лежиштата. Тој секогаш е насочен спротивно од погонскиот момент M_m и со оглед на неговата големина, во ваквите анализи редовно се занемарува.

Другиот е таканаречен инерционен момент $M_J = J\alpha = Jd\omega/dt$, којшто е секогаш еднаков на разликата $\Delta M = M_m - M_e$, т. е.

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_e, \quad (5.1)$$

¹Основните поими и релации за ротационо движење може да се видат во Прилог D



Слика 5.1. Синхрон агрегат

односно

$$J\omega \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e. \quad (5.2)$$

Во случајот кога механичката моќност е поголема од електричната, т. е. кога е $P_m > P_e$ и кога постои дебаланс на моментите $\Delta M = M_m - M_e > 0$, инерциониот момент M_J ќе биде позитивен, односно аголното забрзување $\alpha = d\omega/dt$ ќе биде исто така позитивно и роторот ќе се забрзува.

Доколку пак $P_m < P_e$, тогаш дебалансот на моментите ќе биде негативен ($\Delta M < 0$), па според тоа и инерциониот момент ќе биде исто така негативен ($M_J < 0$) од што произлегува дека аголното забрзување α ќе биде негативно ($\alpha = d\omega/dt < 0$), т. е. роторот на синхронизираниот агрегат ќе се успорува.

Конечно, кога електричната моќност P_e е еднаква на механичката моќност P_m , аголното забрзување ќе биде еднакво на нула ($\alpha = d\omega/dt = 0$), односно аголната брзина ω ќе биде константна. Во стационарен режим на работа постои рамнотежа меѓу моќностите P_m и P_e , а роторот на синхронизираниот агрегат се врти со константна аголна брзина, еднаква на синхроната ω_0 , т.е

$$\omega = \omega_0 = 2\pi f.$$

Наместо величината J ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$) од равенката (5.2), која се вика момент на инерција, како податоци за агрегатот обично се користат

популарниот GD^2 ($t \cdot m^2$) и времето на залет T_J . Времето на залет T_J претставува потребно време за коешто агрегатот ќе се залета, почнувајќи од брзината $\omega = 0$ до брзината $\omega = \omega_0$, под дејство на константен момент $M_n = S_n/\omega_0$, еднаков на номиналниот момент, којшто ѝ соодветствува на номиналната моќност S_n при $\cos \varphi = 1$. Од самата дефиниција на величината T_J следи:

$$T_J = \frac{J\omega_0}{M_n} = \frac{J\omega_0^2}{S_n}, \quad (5.3)$$

од каде што се добива

$$J\omega_0 = \frac{S_n T_J}{\omega_0}. \quad (5.4)$$

Со оглед на релацијата

$$J = \frac{GD^2}{4}, \quad (5.5)$$

може да се напише:

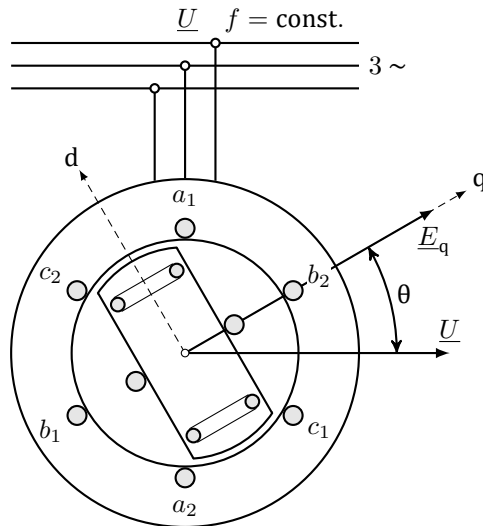
$$T_J = \frac{GD^2}{4} \cdot \frac{\omega_0^2}{S_n} = 2,74 \cdot \frac{GD^2}{S_n} \cdot \left(\frac{n_0}{1000}\right)^2, \quad (5.6)$$

при што замавниот момент GD^2 е изразен во $t \cdot m^2$, номиналната моќност S_n на синхронизираниот генератор е изразена во MVA, а синхроната брзина n_0 во вртежи/min.

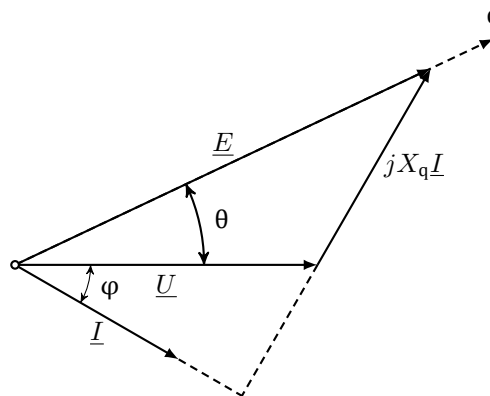
Ако земеме предвид дека за време на преодниот режим доаѓа до многу мали отстапувања на аголната брзина ω од синхроната брзина ω_0 , т. е. ако приближно напишеме $\omega \approx \omega_0$, тогаш, имајќи ја предвид релацијата (5.4), равенката на движење (5.2) ќе го добие следниот облик:

$$\frac{S_n T_J}{\omega_0} \cdot \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e. \quad (5.7)$$

Меѓутоа, уште попогодно би било во диференцијалната равенка (5.7) аголната брзина ω да се изрази преку аголот на изместување θ што оската q на роторот го зафаќа со векторот на напонот на мрежата $\underline{U}$, т. е. со електричната оска на вртливото магнетно поле, како што е тоа прикажано на сликите 5.2 и 5.3.



Слика 5.2. Физичка претстава на аголот на изместување θ



Слика 5.3. Електрична претстава на аголот на изместување θ
(Фазорски дијаграм на синхрон генератор со скриени полови)

Во случајот кога роторот на синхронизираниот генератор се врти со синхрона брзина $\omega = \omega_0 = \text{const.}$, тогаш магнетното поле создадено од возбудната намотка на роторот и вртливото магнетно поле создадено од струите во статорската намотка се наоѓаат во релативно мирување, изместени за електричен агол θ (или изместени за механички агол $\theta_m = \theta/p$, каде што p е бројот на парови на полови) и притоа аголот на изместување θ е константен. Како што може да се види од сликата 5.3, овој агол претставува режимски параметар, т. е. тој зависи од напонот

на мрежата $\underline{U}$, струјата во статорските намотки $\underline{I}$, индуцираната електромоторна сила $\underline{E}$ и од реактанцијата на генераторот X_q .

Доколку пак, роторот се врти со брзина ω поголема од синхроната ($\omega = \omega_0 + \omega'$), поради тоа што фреквенцијата во системот е константна, векторот на напонот $\underline{U}$ ќе се врти со синхрона брзина, векторот $\underline{E}$ на внатрешната електромоторна сила ќе почне да му бега на векторот $\underline{U}$, па аголот на изместување θ ќе се зголемува на следниот начин:

$$\theta = \theta_0 + \omega' t,$$

односно

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega' = \omega - \omega_0, \quad (5.8)$$

од каде што добиваме:

$$\omega = \omega_0 + \frac{d\theta}{dt}, \quad (5.9)$$

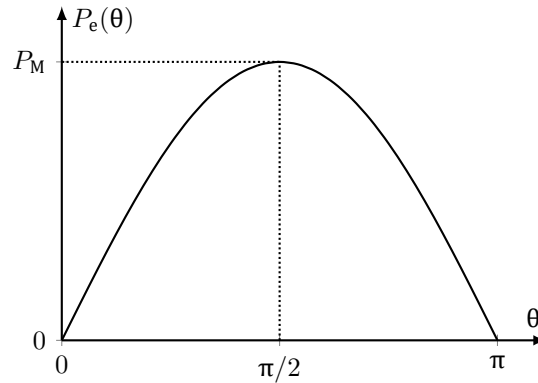
и понатаму

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (5.10)$$

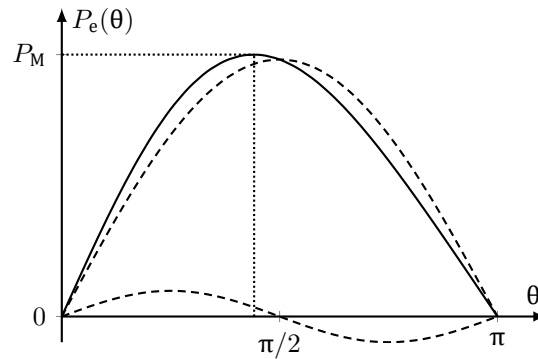
Замената на брзината ω со аголот на изместување θ во равенката на движење (5.7) пред сè ја вршиме затоа што, како што знаеме, електричната моќност P_e што синхронизираниот генератор ја оддава во мрежата може да се изрази во зависност од истиот тој агол θ и од величините E_q и U . Во случајот на генератори со скриени полови (турбогенератори, $X_d = X_q$) таа зависност е дадена со релацијата (5.11), а во случајот кога се работи за генератори со испакнати полови (хидрогенератори, $X_d > X_q$), таа е дадена со релацијата (5.12). Истите тие зависимости се прикажани графички на сликите 5.4 и 5.5.

$$P_e = \frac{E_q \cdot U}{X_d} \cdot \sin \theta = P_M \cdot \sin \theta \quad (5.11)$$

$$P_e = \frac{E_q \cdot U}{X_d} \cdot \sin \theta + \frac{U^2}{2} \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d \cdot X_q} \cdot \sin 2\theta \quad (5.12)$$



Слика 5.4. Графички приказ на зависноста на електричната моќност P_e од аголот на изместување θ при константен напон U и константна возбуда ($E_q = \text{const.}$), кај турбогенератор



Слика 5.5. Графички приказ на зависноста на електричната моќност P_e од аголот на изместување θ при константен напон U и константна возбуда ($E_q = \text{const.}$), кај хидрогенератор

Сега веќе можеме во равенката (5.7) да ја извршиме замената дадена во равенката (5.10). На тој начин добиваме:

$$\frac{S_n T_J}{\omega_0} \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \Delta P(\theta) = P_m - P_e(\theta). \quad (5.13)$$

Равенката (5.13) сè уште не е потполна, бидејќи не го уважува асинхронниот момент M_a , односно асинхроната моќност $P_a = K_p d\theta/dt$, кои се јавуваат во случајот кога постои релативно движење на роторот во однос на вртливото магнетно поле, т. е. кога е $\omega \neq \omega_0$. Во тој случај, кога постои релативно движење, т. е. разлика во брзините $\omega' = \omega - \omega_0$, во

придушната намотка и во масивните делови на роторот се индуцираат струи кои создаваат нов момент M_a , пропорционален на разликата на брзините $\omega' = \omega - \omega_0$, односно пропорционален на „лизгањето“ s , по ист принцип како и кај асинхроните машини. Тој додатен момент секогаш ќе стреми да ги израмни брзините ω и ω_0 , т. е. да го сведе лизгањето s на вредност нула. Во случајот кога $\omega' = \omega - \omega_0 < 0$, моментот M_a има иста насока на дејствување како и погонскиот момент M_m , т. е. му помага на примарниот двигател и го забрзува роторот, додека кога е $\omega' = \omega - \omega_0 > 0$, тој има обратна насока на вртење и ќе се стреми да ја намали брзината на вртење. Се разбира дека кога е $\omega = \omega_0$, асинхронитетот нема да постои, т. е. ќе биде $M_a = 0$. Значи, може да се каже дека асинхронитетот и асинхроната моќност со својата појава го стабилизираат преодниот процес, а на осцилациите кои притоа настануваат, им даваат придушен карактер. Основната задача на придушната намотка кај синхроните генератори е токму создавањето на тој асинхрон момент кој врши придушување и стабилизирање на настанатите осцилации, а оттука и доаѓа нејзиното име.

Од досега кажаното произлегува дека подеталната диференцијална равенка која ги опишува електромеханичките преодни процеси кај синхроните машини уважувајќи ги најважните фактори, го има следниот облик:

$$M \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + K_p \cdot \frac{d\theta}{dt} = P_m - P_e(\theta). \quad (5.14)$$

Величината M , воведена во равенката (5.14) се нарекува константа на инерција на агрегатот, која има димензија $\text{MW} \cdot \text{s}^2 / \text{rad}$ или $\text{MW} \cdot \text{s}^2 / \text{el}$. Притоа важи:

$$M = \frac{S_n T_J}{\omega_0} \left[\frac{\text{MW} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}} \right] \quad \text{или} \quad M = \frac{S_n T_J}{360f} \left[\frac{\text{MW} \cdot \text{s}^2}{\text{el}} \right], \quad (5.15)$$

односно за фреквенција $f = 50 \text{ Hz}$

$$M = \frac{S_n T_J}{18000} \left[\frac{\text{MW} \cdot \text{s}^2}{\text{el}} \right]. \quad (5.16)$$

Веднаш да напоменеме дека времето на залет T_J на агрегатите може да биде прилично различно. Така, на пример, кај турбоагрегатите тоа се движи од 4 s (за големите) до 12 s за малите турбоагрегати, додека кај хидроагрегатите тоа е нешто помало и се движи во границите од 4 s (за помалите) до 9 s за големите агрегати. За синхроните мотори типична вредност на времето на залет е $T_J = 4 \text{ s}$.

Еквивалентирање на група од k агрегати

Кога станува збор за повеќе различни генератори приклучени на заеднички собирници, можеме да направиме не само „електрично“, туку и „механичко“ еквивалентирање на целата група со еден еквивалентен генератор. Во тој случај константата на инерција M_e на еквивалентниот генератор ќе биде:

$$M_e = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_k = \sum_{i=1}^k M_i, \quad (5.17)$$

а соодветната еквивалентна „номинална“ моќност ќе биде:

$$S_e = S_{n1} + S_{n2} + S_{n3} + \dots + S_{nk} = \sum_{i=1}^k S_{ni}, \quad (5.18)$$

додека еквивалентното време на залет T_{je} ќе изнесува:

$$T_{je} = \frac{S_{n1}T_{j1} + S_{n2}T_{j2} + \dots + S_{nk}T_{jk}}{S_e} = \sum_{i=1}^k \frac{S_{ni}T_{ji}}{S_e}. \quad (5.19)$$

Во последните релации со: $S_{n1}, S_{n2}, S_{n3} \dots S_{nk}$ и $T_{j1}, T_{j2}, T_{j3} \dots T_{jk}$ се означени соодветните номинални моќности и соодветните времиња на залет за секој од k паралелно врзаните агрегати.

Група од k идентични агрегати

Лесно можеме да се увериме дека во случајот кога имаме k паралелно врзани идентични агрегати, тие ќе можат да се заменат со еден единствен, еквивалентен агрегат, со следните параметри:

$$M_e = k \cdot M, \quad S_e = k \cdot S_n, \quad T_{je} = T_j. \quad (5.20)$$

Од релацијата (5.14) гледаме дека равенката на движење на синхрониот агрегат претставува една нехомогена диференцијална равенка со променливи коефициенти. Во случајот на повеќемашински систем ќе добиеме систем од диференцијални равенки со променливи коефициенти (за секој генератор по една таква равенка) и неговото практично решавање по аналитички пат ќе биде многу тешко, освен во случајот кога однапред знаеме дека промените на аголот θ ќе бидат многу мали, па со линеаризација на функцијата $P_e(\theta)$ ќе можеме да добиеме приближно решение, решавајќи систем од диференцијални равенки со константни коефициенти.

5.3 Упростувања при анализа на стабилноста на работата на ЕЕС

5.3.1 Занемарување на придушниот момент

За да ги олесниме пресметките, во иднина ќе вршиме одредени упростувања и занемарувања во самата равенка на движење (5.14). Пред сè, членот $K_p \cdot d\theta/dt$ при анализите ќе го занемаруваме, а за механичката моќност P_m што ја развива турбината на агрегатот, ќе сметаме дека за време на целиот преоден режим е константна, т. е. $P_m = P_0 = \text{const}$. Со занемарувањето на придушниот (асинхрониот) момент M_a , односно со занемарувањето на асинхроната моќност $P_a = K_p \cdot d\theta/dt$, ние го елиминираме придушувањето на осцилациите во преодниот режим, т. е. ќе добиеме дека тој ќе трае бесконечно долго време. Меѓутоа, доколку за решението добиеме дека има осцилаторен карактер, тоа ќе значи дека системот е стабилен, бидејќи однапред знаеме дека тие осцилации постепено ќе се придушуваат и после извесно време системот ќе заземе нова стационарна работна положба.

5.3.2 Занемарување на дејството на турбинскиот регулатор

По настанатото пореметување, брзината на вртење на агрегатот ќе се измени и ќе добие некоја нова вредност $\omega \neq \omega_0$. Како резултат на таа измена, после време од 0,5 до 1 s сметано од почетокот на преодниот режим, под дејство на турбинскиот регулатор кој секогаш се стреми да ја одржува брзината ω да биде константна, ќе дојде до промена на дотокот на вода, односно пареа во турбината, т. е. ќе дојде и до промена на оддаваната механичка моќност на турбината $P_m = P_m(t)$. Меѓутоа, уважувањето на оваа зависност нема да ја измени сликата на проблемот, бидејќи прашањето дали е системот стабилен или не е, веќе е решено во периодот кога турбинскиот регулатор сè уште не проработил, па неговото дополнително дејство (кое е очигледно доста споро) нема да може да го измени карактерот на преодните процеси. Во таа смисла, влијанието на регулаторот на напон, кој е доста брз, не ќе можеме да го занемариме во анализите на стабилноста бидејќи како што подоцна ќе видиме, зависно од неговиот тип и брзина, тој може да им даде сосем поинаков карактер на настанатите преодни процеси. Затоа, во нашите анализи ќе мораме да го уважуваме и дејствувањето на напонските регулатори, се разбира повторно упростено.

5.3.3 Занемарување на испакнатоста на половите кај хидрогенераторите

Конечно, да кажеме и тоа дека во анализите на преодните процеси во синхроните машини со испакнати полови го занемаруваме влијанието на вториот хармоник, кој донекаде ја деформира карактеристиката $P_e = P_e(\theta)$, бидејќи е:

$$\frac{E_q \cdot U}{X_d} \cdot \sin \theta \gg \frac{U^2}{2} \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d \cdot X_q} \cdot \sin 2\theta,$$

секогаш ќе пишуваме:

$$P_e \approx \frac{E_q \cdot U}{X_q} \cdot \sin \theta = P_M \cdot \sin \theta.$$

Тоа го правиме затоа што амплитудата на вториот хармоник изнесува обично само $10\% \div 15\%$ од амплитудата на основната синусоида P_M и како таков, тој ќе има мало влијание на самите преодни процеси. Од друга страна, неговото занемарување ќе ни донесе одредени олеснувања во работата, кои се особено значајни кога станува збор за решавање на електромеханичките преодни процеси во повеќемашински систем.

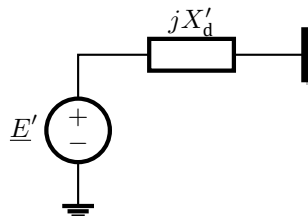
Значи, во анализите на стабилноста на ЕЕС ја занемаруваме испакнатоста на половите кај хидрогенераторите и реактанцијата по надолжната d-оска X_d ја прирамнуваме со реактанцијата X_q по q-оската, т. е. ќе сметаме дека е $X_d = X_q$. Според тоа, хидрогенераторите во електричниот модел ќе ги претставуваме на ист начин како и турбогенераторите, со внатрешната електромоторна сила E_q зад реактанцијата X_q .

5.4 Моделирање на синхроните генератори при анализите на статичката и динамичката стабилност

Моделот на синхроните машини што го користиме при електричните пресметки зависи од целта на тие пресметки и од точноста што сакаме да ја постигнеме во пресметувањето. За разлика од потполниот модел на синхронизираниот генератор што го користиме при анализите на стационарните режими во ЕЕС (проблематика на распределба на напони и моќности во ЕЕС и друго), овде при анализите на стабилноста на работата на ЕЕС ќе се служиме со упростени модели.

5.4.1 Модел на синхрон генератор при анализите на динамичка стабилност

При појава на големи пореметувања во системот кај синхроните машини доаѓа до сложени електромагнетни преодни процеси со чиј карактер делумно веќе се запознавме при анализите на кусите врски во ЕЕС. Притоа, преодниот период можеме условно да го поделиме на три карактеристични периоди: суптранзиентен период (којшто трае сè додека не се придушат процесите во придушната намотка, односно околу 0,1 s), транзиентен период (којшто трае 3 до 4 s) и траен период, кој всушност претставува стационарен режим на работа.



Слика 5.6. Модел на синхрона машина за анализа на динамичката стабилност

Без да навлегуваме подлабоко во теоријата на синхроните машини во преодните режими, ќе кажеме дека, со оглед на кусово времетраење на суптранзиентниот период, за сето време додека трае преодниот процес ќе можеме да сметаме дека реактанцијата на синхронизираниот генератор е еднаква на транзиентната реактанција X'_d (слика 5.6).

Механичкиот агол на изместување θ можеме да го добиеме од векторскиот дијаграм на синхронизираниот генератор, како агол помеѓу векторите на транзиентната електромоторна сила E' и напонот на генераторот U . Како што веќе знаеме, електромоторната сила E' и аголот на изместување θ се режимски параметри и нивните вредности зависат од режимот во којшто работел синхронизираниот генератор пред пореметувањето.

5.4.2 Модел на синхрон генератор при анализите на статичка стабилност

Моделот што ќе го користиме овде зависи не само од параметрите на синхроната машина, туку и од начинот на регулација на возбудата во роторската намотка.

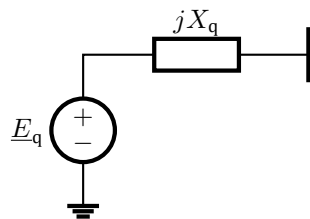
Само синхроните генератори со мала номинална моќност како и оние произведени пред педесетина и повеќе години немаат автоматска регулација на возбудата (АРВ). Кај нив регулацијата се врши рачно. Оста-

натите синхрони генератори се снабдени со уреди за АРВ. Притоа, најчесто се користат Р-регулатори, т. е. автоматски регулатори од пропорционален тип и PID-регулатори, коишто уште се нарекуваат автоматски регулатори со силно дејство.

Регулаторите од пропорционален тип дејствуваат на настанатото отстапување ΔU на напонот кај генераторските собирници од зададената вредност и вршат соодветна промена на електромоторната сила E_v во возбудното коло на машината, со цел да го поништат настанатото отстапување ΔU . Притоа, промената на електромоторната сила ΔE_v е пропорционална на настанатото отстапување ΔU , т. е. $\Delta E_v = -K_U \cdot \Delta U$.

Брзите автоматски регулатори имаат многу посложена структура од обичните регулатори. Тие реагираат многу брзо не само на промените на напонот U , туку и на промените на некој од останатите режимски параметри (на пример струјата I , аголна брзина ω , т. е. лизгањето s и друго). Со примената на еднонасочниот тиристорски систем на возбуда (чијашто временска константа на дејствување може да биде и помала од 0,1 s) дејствувањето на овие регулатори е речиси моментално, така што може да се каже дека тие практично обезбедуваат константен напон на клемите на генераторот, $U = \text{const}$.

Синхроните генератори без автоматска регулација на возбудата (АРВ), односно синхроните генератори кај кои регулацијата на возбудната струја се врши рачно, во анализите на статичката стабилност се претставуваат со моделот претставен на сликата 5.7. Овој модел важи како за турбогенераторите, така и за хидрогенераторите. Притоа, кај последните се занемарува ефектот на испакнатоста на половите, со што, како што е веќе речено, се прави сосема мала грешка во моделирањето. Се разбира, големината на електромоторната сила E_q во шемата на сликата 5.7 ќе зависи од: U , P и Q на режимот којшто му претходел на настанатото мало пореметување.



Слика 5.7. Модел на синхрона машина без АРВ за анализа на статичката стабилност

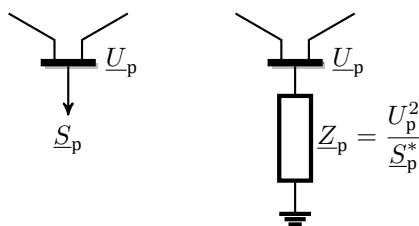
Кај генераторите коишто се снабдени со регулатор за АРВ, моделот на генераторот за потребите на анализите на статичката стабилност

е нешто поинаков и зависи од типот на регулаторот. Се покажува дека генераторите снабдени со автоматски регулатор од пропорционален тип во анализите на статичката стабилност можат доволно точно да се претставуваат со моделот од сликата 5.6. Доколку пак синхронниот генератор е снабден со брз автоматски регулатор на возбудата, односно со автоматски регулатор со силно дејство, синхронниот генератор при анализите на статичката стабилност се моделира со еден идеален напонски генератор (внатрешната реактанција на идеалниот напонски генератор му е нула), чија внатрешна електромоторна сила е еднаква на напонот U , којшто се имал на генераторските собирници пред да настане пореметувањето.

5.5 Модел на мрежата и потрошувачите – аглови карактеристики на моќност

При анализите на преодните процеси во коишто доаѓа до одредени промени на напоните кај потрошувачите, ќе мора да се земаат предвид и зависностите $P = P(U)$ и $Q = Q(U)$ на активната и реактивната моќност на потрошувачите од напонот. За таа цел ќе биде потребно потрошувачите да ги претставиме со нивните статички карактеристики за да го уважиме нивното присуство на правилен начин. Меѓутоа, во упростените пресметки потрошувачите обично се моделираат со константна активна и реактивна отпорност врзани во серија, чиешто параметри зависат од моќноста $\underline{S}_p$ на потрошувачот и напонот U_p при којшто тој ја земал моќноста $\underline{S}_p$, т. е.

$$\underline{Z}_p = \frac{U_p^2}{\underline{S}_p^*} = \frac{U_p^2}{S_p} \cdot (\cos \varphi_p + j \sin \varphi_p). \quad (5.21)$$



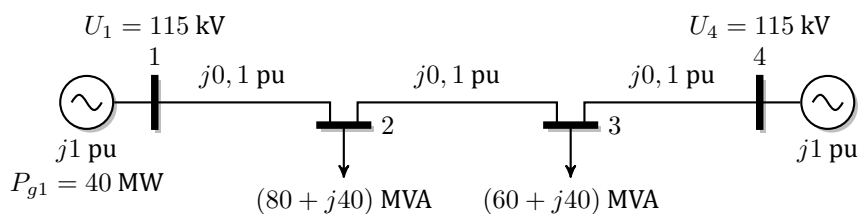
Слика 5.8. Еквивалентирање на потрошувач со константна импеданција

Со тоа е овозможено потрошувачите да ги третираме како „дел од мрежата“, односно како елементи на мрежата. Во тој случај, импеданциите на потрошувачите ќе ги „вградиме“ во мрежата и потрошувачките

јазли понатаму ќе можеме да ги третираме како „пасивни“. Потоа со редукција на матрицата на адмитанции на мрежата, можеме да ги елиминираме од разгледувањата не само потрошувачките јазли, туку и сите останати пасивни јазли во кои нема ниту извори ниту потрошувачи, и конечно, со помош на редуцираната матрица на импеданции односно адмитанции, во анализите да оперираме само со „генераторските јазли“. Со елиминацијата на сите пасивни јазли, вклучувајќи ги тука и потрошувачките, пресметките значително се упростуваат и олеснуваат, бидејќи во тој случај ќе се работи со нов еквивалент на мрежата кој обично има далеку помал број на јазли од изворната мрежа.

Еквивалентирањето на потрошувачите со константна импеданција е приближно и не е сосема коректно, бидејќи тоа претпоставува квадратна зависност на статичките карактеристики $P(U)$ и $Q(U)$ од напонот, што е приближно исполнето само за втората зависност. За зависноста $P(U)$ повеќе може да се каже дека е линеарна отколку квадратна.

Пример 5.1. За системот прикажан на сликата П.5.1.1 да се одреди матрицата на адмитанции за генераторските јазли. Реактанциите на сите водови изнесуваат 0,1 pu, додека реактанциите на двата генератора се по 1 pu. Активната моќност на генераторот во јазелот 1, како и моќностите на потрошувачите се прикажани на сликата П.5.1.1. Генераторите ги одржуваат напоните на јазли на кои се приклучени на вредност од 115 kV, при што јазелот 4 е балансен. Базниот напон изнесува 110 kV, додека базната моќност е 100 MVA.



Слика П.5.1.1. Мал ЕЕС со два генераторски јазли

Решение

Податоците за системот ги сместуваме во една датотека која има иста структура како и во поглавјето 3.4, со што тука е додадена и матрицата ees.xg во која се сместени реактанциите на генераторите. Изгледот на датотеката е следниот:

programi/stab/ees_5.m

```

1 function ees = ees_5()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.Us = 115/110;
4 ees.jazli = [
5     1  110  -40   0
6     2  110   80  40
7     3  110   60  40
8     4  110    0   0
9 ];
10 ees.granki = [
11     1   2   0  0.1   0
12     2   3   0  0.1   0
13     3   4   0  0.1   0
14 ];
15 ees.pv = [
16     1  115/110
17 ];
18 ees.gen = [
19     1  1.0
20     4  1.0
21 ];

```

Напоните на јазлите (изразени во pu) ќе ги пресметаме со функцијата `naponi` на следниот начин

```

>> addpath('..../naponi');
>> U = naponi('ees_5')/110
U =
    1.0455
    1.0026
    1.0013
    1.0455

```

така што за адмитанциите на потрошувачите добиваме

$$\underline{Z}_{p2} = \frac{U_2^2}{\underline{S}_2^*} = \frac{1,0026^2}{0,8 - j0,4} = (1,0052 + j0,5026) \text{ pu};$$

$$\underline{Z}_{p3} = \frac{U_3^2}{\underline{S}_3^*} = \frac{1,0013^2}{0,6 - j0,4} = (1,1568 + j0,7712) \text{ pu}.$$

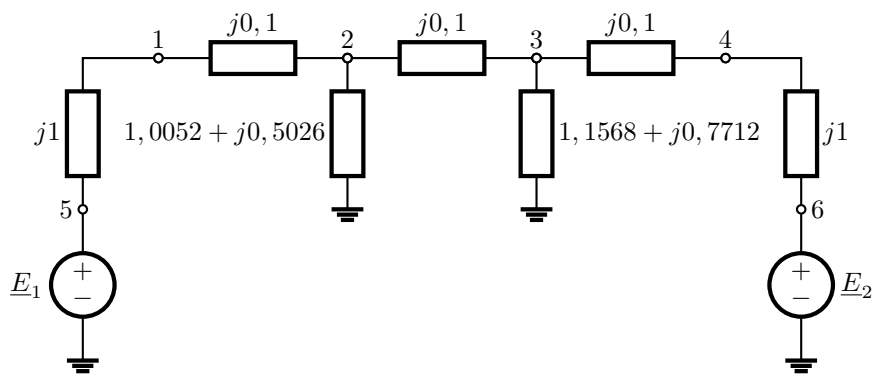
Според тоа, еквивалентната шема на системот ќе го има изгледот прикажан на сликата П.5.1.2а, каде што се додадени јазлите 5 и 6 во кои се поврзани идеалните напонски генератори со кои ги претставуваме електромоторните сили на генераторите. Гранките 5-1 и 6-4 ги претставуваат реактанциите на генераторите.

Со трансфигурација на триаголникот составен од гранките 2-3, 2-земја и 3-земја ги добиваме импеданциите на свездата:

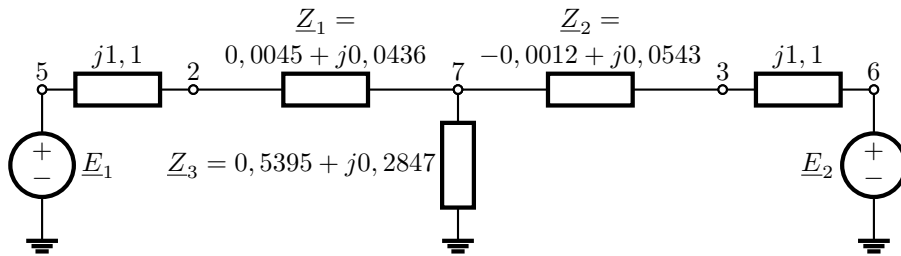
$$\underline{Z}_1 = \frac{j0,1 \cdot (1,0052 + j0,5026)}{j0,1 + 1,0052 + j0,5026 + 1,1568 + j0,7712} = (0,0045 + j0,0436) \text{ pu};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 &= \frac{j0,1 \cdot (1,1568 + j0,7712)}{j0,1 + 1,0052 + j0,5026 + 1,1568 + j0,7712} = \\ &= (-0,0012 + j0,0543) \text{ pu;} \\ \underline{Z}_3 &= \frac{(1,0052 + j0,5026) \cdot (1,1568 + j0,7712)}{j0,1 + 1,0052 + j0,5026 + 1,1568 + j0,7712} = \\ &= (0,5395 + j0,2847) \text{ pu;} \end{aligned}$$

со што ја добиваме еквивалентната шема од сликата П.5.1.2б.



а)



б)

Слика П.5.1.2. Редукција на бројот на јазли во мрежата

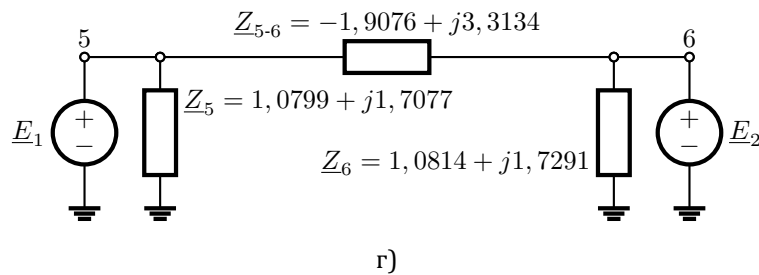
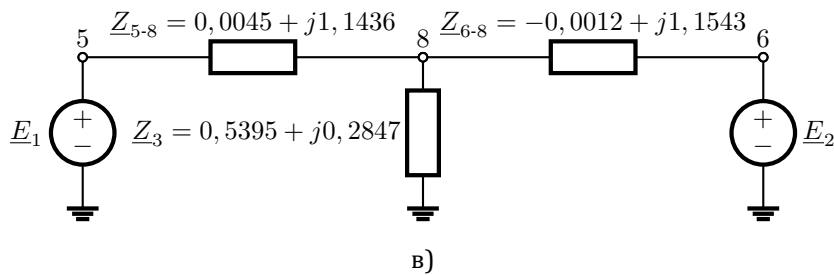
Со еквиваленција на сериските гранки 5-2 и 2-7 и гранките 6-3 и 3-7 го добиваме колото од сликата П.5.1.2в. Понатаму, свездата помеѓу јазлите 5, 6 и земјата ја трансформираме во триаголник со што добиваме:

$$\underline{Z}_{5-6} = \underline{Z}_{5-8} + \underline{Z}_{6-8} + \frac{\underline{Z}_{5-8} \cdot \underline{Z}_{6-8}}{\underline{Z}_3} = (-1,9076 + j3,3134) \text{ pu;}$$

$$\underline{Z}_5 = \underline{Z}_{5-8} + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_{5-8} \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_{6-8}} = (1,0799 + j1,7077) \text{ pu};$$

$$\underline{Z}_6 = \underline{Z}_{6-8} + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_{6-8} \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_{5-8}} = (1,0814 + j1,7291) \text{ pu}.$$

како што е прикажано на сликата П.5.1.2г.



Слика П.5.1.2. Редукција на бројот на јазли во мрежата (продолжение)

Според сликата П.5.1.2г за матрицата на адмитанции на генераторските јазли 5 и 6 можеме да напишеме:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_5} + \frac{1}{\underline{Z}_{5-6}} & -\frac{1}{\underline{Z}_{5-6}} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_{5-6}} & \frac{1}{\underline{Z}_6} + \frac{1}{\underline{Z}_{5-6}} \end{bmatrix},$$

односно

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 0,1340 - j0,6450 & 0,1305 + j0,2267 \\ 0,1305 + j0,2267 & 0,1295 - j0,6424 \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

□ □ □

Доколку електромоторните сили на генераторите ги сместиме во вектор $\underline{\mathbf{E}}$, тогаш за векторот на инјектирани струи во јазлите имаме:

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{E}},$$

со што можеме да го пресметаме векторот на инјектирани моќности во јазлите на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{S}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot \underline{\mathbf{I}}^* = \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot (\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{E}})^*, \quad (5.22)$$

каде што $\text{diag}(\underline{\mathbf{E}})$ означува дијагонална матрица на чијашто дијагонала се наоѓаат елементите од векторот $\underline{\mathbf{E}}$. Ако на пример, векторот има два елемента, како во примеров, тогаш имаме:

$$\text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) = \begin{bmatrix} \underline{E}_1 & 0 \\ 0 & \underline{E}_2 \end{bmatrix}.$$

Во општ случај, за ЕЕС со N_g генератори, равенките за инјектираните моќности на генераторите може да се добијат тргнувајќи од (5.22). Ако за елементите од матрицата на адмитанции користиме правоаголна форма $\underline{Y}_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$, а за електромоторните сили експоненцијална форма $\underline{E}_k = E_k \cdot e^{j\theta_k}$, тогаш равенката за инјектирана моќност во јазелот i напишана во развиена форма гласи:

$$\begin{aligned} \underline{S}_i &= \underline{E}_i \left(\sum_{k=1}^{N_g} \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{E}_k \right)^* = E_i e^{j\theta_i} \left[\sum_{k=1}^{N_g} (G_{ik} + jB_{ik}) \cdot E_k \cdot e^{j\theta_k} \right]^* = \\ &= E_i \sum_{k=1}^{N_g} (G_{ik} - jB_{ik}) \cdot E_k \cdot (\cos \theta_{ik} + j \sin \theta_{ik}), \end{aligned}$$

каде што $\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k$. Од неа, со издвојување на реалниот и имагинарниот дел ги добиваме равенките за инјектираната активна и реактивна моќност во јазелот i :

$$P_i = E_i \sum_{k=1}^{N_g} E_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}), \quad (5.23)$$

$$Q_i = E_i \sum_{k=1}^{N_g} E_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}). \quad (5.24)$$

изразени преку внатрешните електромоторни сили на синхроните генератори $\underline{E}_i = E_i \cdot e^{j\theta_i}$ т. е. преку нивните ефективни вредности E_i и преку

нивните агли на изместување θ_i , поради што и се нарекуваат *аглови карактеристики на моќност*.

Ако и за елементите од матрицата на адмитанции користиме експоненцијална форма $\underline{Y}_{ik} = Y_{ik} \cdot e^{j\Psi_{ik}}$, равенката за инјектирана моќност во јазелот i гласи:

$$\begin{aligned}\underline{S}_i &= \underline{E}_i \left(\sum_{k=1}^{N_g} \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{E}_k \right)^* = E_i e^{j\theta_i} \left[\sum_{k=1}^{N_g} Y_{ik} \cdot e^{j\Psi_{ik}} \cdot E_k \cdot e^{j\theta_k} \right]^* = \\ &= E_i \sum_{k=1}^{N_g} Y_{ik} \cdot E_k \cdot e^{j(\theta_{ik} - \Psi_{ik})},\end{aligned}$$

од каде што за инјектираната активна и реактивна моќност во јазелот i добиваме:

$$P_i = E_i \sum_{k=1}^{N_g} E_k Y_{ik} \cos(\theta_{ik} - \Psi_{ik}), \quad (5.25)$$

$$Q_i = E_i \sum_{k=1}^{N_g} E_k Y_{ik} \sin(\theta_{ik} - \Psi_{ik}). \quad (5.26)$$

Ако ја воведеме замената $\alpha_{ik} = \pi/2 - \Psi_{ik}$, т. е. $\Psi_{ik} = \pi/2 - \alpha_{ik}$ за инјектираните моќности имаме:

$$P_i = E_i \sum_{k=1}^{N_g} E_k Y_{ik} \sin(\theta_{ik} + \alpha_{ik}), \quad (5.27)$$

$$Q_i = -E_i \sum_{k=1}^{N_g} E_k Y_{ik} \cos(\theta_{ik} + \alpha_{ik}). \quad (5.28)$$

Пример 5.2. За системот од примерот 5.1 да се напишат агловите карактеристики за активна моќност.

Решение

Со помош на равенката (5.23) за активните моќности на генераторите од примерот 5.1 добиваме:

$$\begin{aligned}P_1 &= 0,1340 \cdot E_1^2 + 0,1305 \cdot E_1 E_2 \cos \theta_{56} + 0,2267 \cdot E_1 E_2 \sin \theta_{56}, \\ P_2 &= 0,1295 \cdot E_2^2 + 0,1305 \cdot E_1 E_2 \cos \theta_{65} + 0,2267 \cdot E_1 E_2 \sin \theta_{65} \\ &= 0,1295 \cdot E_2^2 + 0,1305 \cdot E_1 E_2 \cos \theta_{56} - 0,2267 \cdot E_1 E_2 \sin \theta_{56},\end{aligned}$$

односно

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,1340 \cdot E_1^2 + 0,1305 \cdot E_1 E_2 (\cos \theta_5 \cos \theta_6 + \sin \theta_5 \sin \theta_6) \\ &\quad + 0,2267 \cdot E_1 E_2 (\sin \theta_5 \cos \theta_6 - \cos \theta_5 \sin \theta_6), \\ P_2 &= 0,1295 \cdot E_2^2 + 0,1305 \cdot E_1 E_2 (\cos \theta_5 \cos \theta_6 + \sin \theta_5 \sin \theta_6) \\ &\quad + 0,2267 \cdot E_1 E_2 (\cos \theta_5 \sin \theta_6 - \sin \theta_6 \cos \theta_6), \end{aligned}$$

од каде што гледаме дека изразите не се воопшто едноставни и за поголем број генератори, дури е и бесмислено да пробаме да ги напишеме во аналитичка форма. Затоа е вообичаено при нумеричките анализи на стабилноста на работата на ЕЕС за пресметка на моќностите, да се користи изворниот израз (5.22).

За да ја искористиме релацијата (5.25) најнапред елементите од матрицата на адмитанции ги пишуваме во експоненцијален облик. Модулите на елементите се:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0,6588 & 0,2616 \\ 0,2616 & 0,6553 \end{bmatrix} \text{ pu};$$

додека за фазните агли

$$\begin{aligned} \mathbf{\Psi} &= \begin{bmatrix} -1,3660 & 1,0485 \\ 1,0485 & -1,3719 \end{bmatrix} \text{ rad}; \\ \mathbf{\alpha} &= \begin{bmatrix} 2,9368 & 0,5223 \\ 0,5223 & 2,9427 \end{bmatrix} \text{ rad}. \end{aligned}$$

Според тоа, од равенката (5.25), за активните моќностите имаме:

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,6588 \cdot \cos 1,3660 \cdot E_1^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\theta_{56} - 1,0485) \\ &= 0,1340 \cdot E_1^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\theta_{56} - 1,0485); \\ P_2 &= 0,6553 \cdot \cos 1,3719 \cdot E_2^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\theta_{65} - 1,0485) \\ &= 0,1295 \cdot E_2^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\theta_{56} + 1,0485). \end{aligned}$$

Конечно со помош на релацијата (5.27) добиваме:

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,6588 \cdot \sin 2,9368 \cdot E_1^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \sin(\theta_{56} + 0,5223) \\ &= 0,1340 \cdot E_1^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \sin(\theta_{56} + 0,5223); \\ P_2 &= 0,6553 \cdot \sin 2,9427 \cdot E_2^2 + 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \sin(\theta_{65} + 0,5223) \\ &= 0,1295 \cdot E_2^2 - 0,2616 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \sin(\theta_{56} - 0,5223). \end{aligned}$$

□ □ □

Кусите врски во ЕЕС и при анализите на динамичката стабилност се моделираат како и досега, со таканаречената импеданција (реактанција) на кусата врска $\underline{Z}_k$. Како што знаеме, импеданцијата на кусата врска зависи од типот на кусата врска и од параметрите на системот за инверзен и нулти редослед $\underline{Z}_i$ и $\underline{Z}_0$.

Значи, при анализите на динамичката стабилност кусите врски ќе се симулираат со поставување на импеданцијата $\underline{Z}_k$ на местото на кусата врска. Во нашиот математички модел, во изразите (5.23) и (5.24), појавата на куса врска во ЕЕС ќе доведе до нагла промена на сопствените и меѓусебните адмитанции на мрежата и до нагла промена на инјектираните активни и реактивни моќности во мрежата од страна на синхроните генератори, а тоа од друга страна ќе услови и промена на аглиите θ_i и меѓусебна промена на аглиите помеѓу роторите на синхроните генератори во ЕЕС, т. е. ќе доведе до појава на осцилации на роторите на синхроните машини, односно, како што уште се нарекува, до нишање на синхроните машини.

Промената на оптоварувањето во мрежата очигледно доведува до појава на истите ефекти. Единствена разлика е тоа што малите промени на оптоварувањето ќе доведат до појава на мали осцилации на синхроните генератори, што е предмет на истражување на статичката стабилност на ЕЕС.

Наглите и големи промени на оптоварувањето во системот ќе имаат ист ефект врз преодните процеси како и појавата на куси врски, т. е. тие претставуваат големи пореметувања и се цел на истражувањата при анализите на динамичката стабилност.

5.5.1 Кронова редукција на матрицата на адмитанции

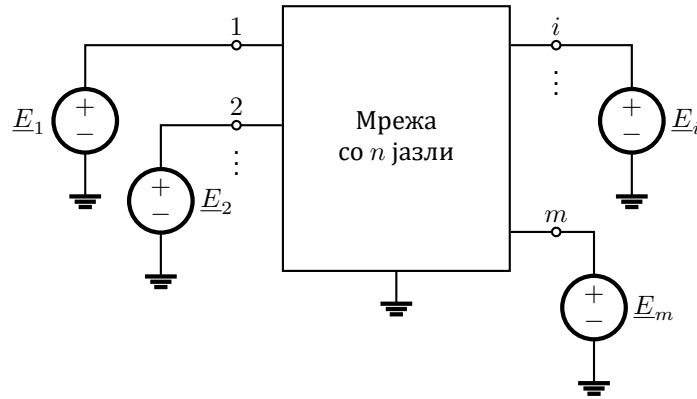
Како што веќе рековме, откако потрошувачите ќе ги претставиме со импеданции и ќе ги третираме како дел од мрежата, а исто така во неа ќе ги вградиме и импеданциите на генераторите, единствени активни елементи во мрежата се напонските генератори со кои се претставени електромоторните сили на генераторите.

Ваквата состојба во мрежата е прикажана на сликата 5.9 каде што имаме m јазли, со редни броеви од 1 до m , во кои се поврзани напонските генератори и n пасивни јазли во кои се поврзани сите останати елементи од мрежата. Вкупниот број на јазли изнесува $N = m + n$.

Во продолжение ќе опишеме матрична постапка за елиминација на пасивните јазли со што ќе добиеме матрица на адмитанции која ќе се однесува само за генераторските јазли.

Јазлите во колото од сликата 5.9 ќе ги поделиме во 2 множества

$$a \in \{1, 2, \dots, m\} \quad \text{и} \quad b \in \{m + 1, m + 2, \dots, m + n\},$$



Слика 5.9. Генераторски јазли и пасивна мрежа

при што во множеството a се сместени индексите на генераторските јазли, а во множеството b се индексите на останатите пасивни јазли. Според тоа, системот равенки напишан според методот на независни напони, во матричен облик

$$\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{I}},$$

можеме да го поделиме на два блока што се однесуваат на двете множества од јазли:

$$\left[\begin{array}{c|c} \underline{\mathbf{Y}}_{aa} & \underline{\mathbf{Y}}_{ab} \\ \hline \underline{\mathbf{Y}}_{ba} & \underline{\mathbf{Y}}_{bb} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \underline{\mathbf{U}}_a \\ \underline{\mathbf{U}}_b \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \underline{\mathbf{I}}_a \\ \underline{\mathbf{I}}_b \end{array} \right],$$

т. е.

$$\underline{\mathbf{Y}}_{aa} \cdot \underline{\mathbf{U}}_a + \underline{\mathbf{Y}}_{ab} \cdot \underline{\mathbf{U}}_b = \underline{\mathbf{I}}_a, \quad (5.29)$$

$$\underline{\mathbf{Y}}_{ba} \cdot \underline{\mathbf{U}}_a + \underline{\mathbf{Y}}_{bb} \cdot \underline{\mathbf{U}}_b = \underline{\mathbf{I}}_b, \quad (5.30)$$

каде што со индексите a и b е означена припадноста на: напоните, струите и елементите од матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$ кон секое од наведените множества a и b .

Бидејќи во множеството b има само пасивни елементи во неговите јазли нема да има инјектирани струи така што е $\underline{\mathbf{I}}_b = 0$, па според тоа од равенката (5.30) добиваме:

$$\underline{\mathbf{U}}_b = -\underline{\mathbf{Y}}_{bb}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{ba} \cdot \underline{\mathbf{U}}_a. \quad (5.31)$$

Со замена на (5.31) во (5.29) добиваме равенка во која фигурираат само напоните и инјектираните струи во јазлите од множеството a :

$$\underline{\mathbf{Y}}_{aa} \cdot \underline{\mathbf{U}}_a - \underline{\mathbf{Y}}_{ab} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{bb}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{ba} \cdot \underline{\mathbf{U}}_a = \underline{\mathbf{I}}_a,$$

која во компактна форма го има следниот облик:

$$\underline{Y}_a \cdot \underline{U}_a = \underline{I}_a, \quad (5.32)$$

каде што $\underline{Y}_a$ е редуцираната матрица на адмитанции која се однесува само на генераторските јазли за која имаме:

$$\underline{Y}_a = \underline{Y}_{aa} - \underline{Y}_{ab} \cdot \underline{Y}_{bb}^{-1} \cdot \underline{Y}_{ba}. \quad (5.33)$$

Постапката за определување на матрицата $\underline{Y}_a$ од матрицата $\underline{Y}$ е позната под името *Кронова редукција*.

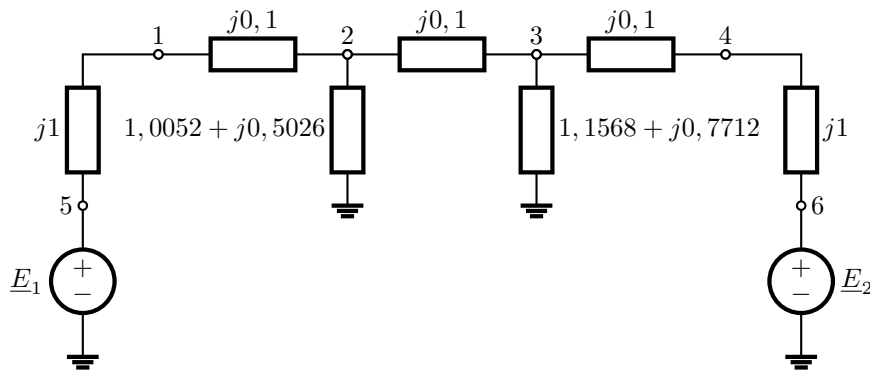
Пример 5.3. Со примена на Кроновата редукција за системот од примерот 5.1 да се одреди редуцираната матрица на адмитанции за генераторските јазли за следните случаи:

- нормална работна состојба,
- трифазна куса врска кај јазелот 2.

Да се пресметаат инјектираните моќности на генераторите за двата наведени случаја.

Решение

Како што видовме во примерот 5.1, еквивалентната шема за системот го има изгледот како на сликата П.5.3.1.



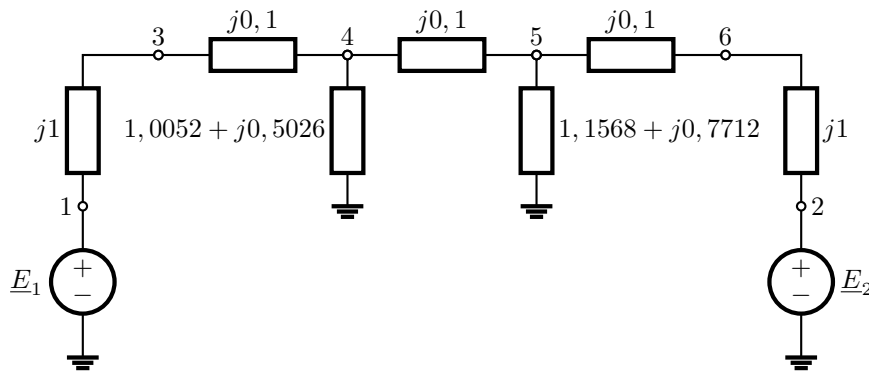
Слика П.5.3.1. Оригинална нумерација на јазлите

Врз основа на сликата П.5.3.1 можеме да ја формираме матрицата на адмитанции според добро познатите правила. Ќе го наведеме начинот на пресметување само за неколку елементи:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11} &= \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j1} = -j11 \text{ pu}; & \underline{Y}_{12} &= -\frac{1}{j0,1} = j10 \text{ pu}; \\ \underline{Y}_{22} &= \frac{2}{j0,1} + \frac{1}{1,0522 + j0,5026} = (0,7958 - j20,3979) \text{ pu}. \end{aligned}$$

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} -j11 & j10 & 0 & 0 & j1 & 0 \\ j10 & 0,7958 - j20,3979 & j10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j10 & 0,5985 - j20,3990 & j10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j10 & -j11 & 0 & j1 \\ j1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -j1 \\ 0 & 0 & 0 & j1 & 0 & -j1 \end{bmatrix}$$

За да можеме да ја примениме Кроновата редукција ќе извршиме повторна нумерација на јазлите, така што генераторските јазли ќе добијат индекси 1 и 2, додека за останатите пасивни јазли редоследот може да биде произволен. Така направената нумерација е прикажана на сликата П.5.3.2.



Слика П.5.3.2. Нумерација на јазлите за потребите на Кроновата редукција

Матрицата на адмитанции која одговара на овој случај се добива од претходната со пермутација на редиците и колоните по следниот редослед: 5, 6, 1, 2, 3, 4. Со тоа матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$, во која се означени матриците: $\underline{\mathbf{Y}}_{aa}$, $\underline{\mathbf{Y}}_{ab}$, $\underline{\mathbf{Y}}_{ba}$ и $\underline{\mathbf{Y}}_{bb}$, го има следниот изглед:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \left[\begin{array}{cc|cccc} -j1 & 0 & j1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j1 & 0 & 0 & 0 & j1 \\ \hline j1 & 0 & -j11 & j10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j10 & 0,7958 - j20,3979 & j10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j10 & 0,5985 - j20,3990 & j10 \\ 0 & j1 & 0 & 0 & j10 & -j11 \end{array} \right]$$

Бидејќи матрицата $\underline{\mathbf{Y}}_{bb}$ е со димензии 4×4 , а ќе биде потребна нејзина инверзија, понатамошните пресметки ќе ги направиме со помош на MATLAB како што е дадено во ug_primer_1.m.

Пресметките ги правиме во повеќе чекори:

- ① Пресметка на напони во оригиналниот систем за јазлите 1-4 со што добиваме:

$$\underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} 1,0405 - j0,1016 \\ 0,9935 - j0,1355 \\ 0,9967 - j0,0957 \\ 1,0455 + j0,0000 \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

- ② Формирање на матрицата на адмитанции за оригиналниот систем за јазлите 1-4 и пресметка (со равенката (5.22)) на инјектираните моќности во јазлите кои изнесуваат:

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 0,4 + j0,4552 \\ -0,8 - j0,4 \\ -0,6 - j0,4 \\ 1 + j0,5096 \end{bmatrix} \text{ pu;}$$

од каде што забележуваме дека активните моќности на генераторите изнесуваат $P_1 = 0,4 \text{ pu} = 40 \text{ MW}$ и $P_4 = 1 \text{ pu} = 100 \text{ MW}$.

- ③ Пресметка на електромоторните сили на генераторите, користејќи ги познатите напони на јазлите, моќностите на генераторите и нивните реактанции

$$\underline{E}_i = \underline{U}_i + jX_{g,i} \left(\frac{\underline{S}_i}{\underline{U}_i} \right)^*,$$

со што имаме:

$$\underline{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} 1,5110 + j0,2368 \\ 1,5329 + j0,9565 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5295 \cdot e^{j8,91^\circ} \\ 1,8069 \cdot e^{j31,96^\circ} \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

- ④ Проширување на мрежата со додавање гранки 1-5 и 4-6 со реактанции на генераторите, така што матрицата со реактанциите на гранките е:

```
>> granki
granki =
    1    2    0    0.1    0
    2    3    0    0.1    0
    3    4    0    0.1    0
    1    5    0    1.0    0
    4    6    0    1.0    0
```

Формирање на проширената матрица на адмитанции на системот која сега е со димензии 6×6 .

- ⑤ Пресметка на адмитанциите на потрошувачите и нивно додавање во матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$.

$$\underline{Y}_p = \frac{\underline{S}_p^*}{U_p^2}.$$

- ⑥ Пермутација на редиците и колоните во матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$ според редоследот: 5, 6, 1, 2, 3, 4. Формирање на матриците $\underline{\mathbf{Y}}_{aa}$, $\underline{\mathbf{Y}}_{ab}$ и $\underline{\mathbf{Y}}_{bb}$. Определување на матрицата на адмитанции за редуцираната мрежа која се состои само од генераторските јазли 1 и 2 (што се всушност јазли 5 и 6 од сликата П.5.3.1) со помош на изразот (5.33), при што е земено предвид дека е $\underline{\mathbf{Y}}_{ba} = \underline{\mathbf{Y}}_{ab}^T$

$$\underline{\mathbf{Y}}_g = \begin{bmatrix} 0,1340 - j0,6450 & 0,1305 + j0,2267 \\ 0,1305 + j0,2267 & 0,1295 - j0,6424 \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

Пресметка на инјектираните моќности на генераторите, при што се користи изворниот израз (5.22), со што добиваме:

$$\underline{\mathbf{S}}_g = \begin{bmatrix} 0,4 + j0,7911 \\ 1 + j1,6622 \end{bmatrix} \text{ pu;}$$

од каде забележуваме дека активните моќности се исти како и во чекорот 2, додека реактивните моќности се поголеми за износот на реактивните моќности кои се ангажирани во реактанциите на генераторите и чиј износ е:

$$\Delta Q = \begin{bmatrix} 0,3360 \\ 1,1526 \end{bmatrix} \text{ pu;}$$

- ⑦ Симулација на трифазна куса врска кај јазелот 2. Како што знаеме импеданција на куса врска при трифазна куса врска е $\underline{Z}_k = 0$, што значи, во матрицата на адмитанции треба да додадеме адмитанција на куса врска $\underline{Y}_k = \infty$. Тоа го правиме така што додаваме адмитанција на куса врска со вредност 10^6 pu во елементот $\underline{Y}_{44}$ затоа што по пермутацијата на редиците и колоните во матрицата $\underline{\mathbf{Y}}$ редицата 2 стана редица 4. Повторувајќи ги пресметките како во чекорот 6 добиваме:

$$\underline{\mathbf{Y}}_g = \begin{bmatrix} -j0,9091 & 0 \\ 0 & 0,0039 - j0,8362 \end{bmatrix} \text{ pu;}$$

$$\underline{\mathbf{S}}_g = \begin{bmatrix} 0 + j2,1266 \\ 0,0126 + j2,7301 \end{bmatrix} \text{ pu;}$$

од каде забележуваме дека активните моќности $P_1 = 0$ и $P_4 = 1,26$ MW се драстично намалени, што значи дека кај двата генератори има голема разлика помеѓу примената механичка моќност ($P_{m1} = 40$ MW и $P_{m2} = 100$ MW) и предадената електрична моќност во мрежата. Поради тоа, роторите на двата генератори ќе почнат да се забрзуваат за времетраење на кусата врска.

programi/stab/yp_primer_1.m

```

1 addpath('..../naponi'); % presmetka na naponi
2 ees = ees_5;
3 [Um, Ua] = naponi(ees);
4 U = Um/110 .* exp(1j*Ua/180*pi)
5
6 Y0 = matrica_y(ees.granki); % matrica na admitancii
7 Sinj = U.*conj(Y0*U) % injeztirani moknosti vo jazlite
8
9 g = ees.gen(:,1); Xg = ees.gen(:,2); % EMS na generatorite
10 E = U(g) + 1j*Xg .* conj(Sinj(g)./U(g))
11
12 granki = [ % prosirena matrica na admitancii
13     ees.granki
14     g [5; 6] [0; 0] Xg [0; 0]
15 ];
16 Y = matrica_y(granki);
17
18 p = [2 3];
19 Sp = (ees.jazli(p,3) + 1j*ees.jazli(p,4))/ees.Sb;
20 Yp = conj(Sp)./abs(U(p)).^2; % admitancii na potrosuvacite
21 Y = Y + sparse(p, p, Yp, 6, 6); % dodavanje vo matricata Y
22
23 i = [5 6 1 2 3 4]; % nov redosled na jazlite
24 Y = Y(i,i); % permutacija na Y (prvi se generatorskite jazli)
25 Yaa = Y(1:2, 1:2); % podmatrici od matricata Y
26 Yab = Y(1:2, 3:6);
27 Ybb = Y(3:6, 3:6);
28 Yg = Yaa - Yab*Ybb^-1*Yab.' % matrica na admitancii za gen. jazli
29 Sg = E.*conj(Yg*E) % proverka na injeztiranite moknosti
30 dQ = Xg .* abs(Sinj(g)./U(g)).^2 % reaktivna moknost na Xg
31
32 Y(4,4) = 1e6; % kusa vrska kaj jazelot 2
33 Yaa = Y(1:2, 1:2);
34 Yab = Y(1:2, 3:6);
35 Ybb = Y(3:6, 3:6);
36 Yg = Yaa - Yab*Ybb^-1*Yab.' % matrica na admitancii za gen. jazli
37 Sg = E.*conj(Yg*E) % injeztirani moknosti na generatorite

```

За да можеме претходната програма да ја користиме и за други случаи згодно е да ја напишеме во форма на функција која го има следното заглавие:

programi/stab/matrica_yp.m

```

1 function [Yg, E] = matrica_yp(datoteka)

```


Со помош на оваа функција редуцираната матрица на адмитанции и електромоторните сили на генераторите за нормална работна состојба ги добиваме на следниот начин:

```
>> [Yg, E] = matrica_yg('ees_5')
Yg =
    (1,1)    0.1340 - 0.6450i
    (2,1)    0.1305 + 0.2267i
    (1,2)    0.1305 + 0.2267i
    (2,2)    0.1295 - 0.6424i
E =
    1.5110 + 0.2368i
    1.5329 + 0.9565i
```

Во вториот случај, кога имаме куса врска кај јазелот 2, во структурата ees додаваме матрица kv со една редица во која се содржани индексот на јазелот со куса врска и импеданцијата на куса врска $\underline{Z}_k$. Во дадениот случај имаме трифазна куса врска во јазелот 2 со импеданција $\underline{Z}_k = 10^{-6}$ pu. Според тоа, матрицата kv го има следниот изглед

programi/stab/ees_5_kv.m

```
22 ees.kv = [
23     2  1e-6
24 ];
```

Решението за вториот случај е следното

```
>> [Yg, E] = matrica_yg('ees_5_kv')
Yg =
    (1,1)    0.0000 - 0.9091i
    (2,1)    0.0000 - 0.0000i
    (1,2)    0.0000 - 0.0000i
    (2,2)    0.0039 - 0.8362i
E =
    1.5110 + 0.2368i
    1.5329 + 0.9565i
```

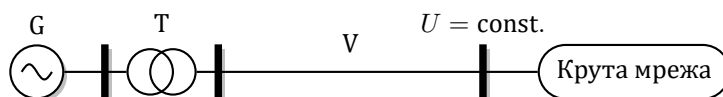
□ □ □

5.6 Статичка стабилност на ЕЕС

Како што веќе рековме, способноста на системот по настанатото мало пореметување тој да се врати во првобитната положба, или пак да заземе нова рамнотежна положба (стационарен режим) чишто променливи се блиски по големина до режимските променливи на претходниот стабилен режим, е својство или одлика на статички стабилен систем. Статичката стабилност на електричните системи ќе ја изучуваме на некои попусти случаи.

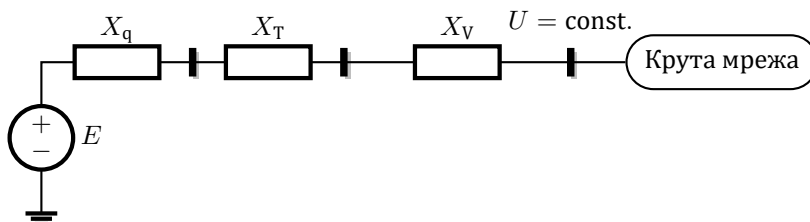
5.6.1 Статичка стабилност на генератор приклучен на крута мрежа

ЕЕС со бесконечна моќност се нарекува уште и крута мрежа. Во тој случај, напонот U на собирниците на кои е приклучен разгледуваниот синхрон генератор (слика 5.10) преку преносниот систем трансформатор – вод, ќе биде константен, т. е. независен од режимот на работа на генераторот G . Всушност собирници со таква особина не постојат, т. е. не постои ни ЕЕС со бесконечна моќност. Меѓутоа, доколку инсталираната моќност на изворите во системот е за 10 или повеќе пати поголема од моќноста на генераторот G , тогаш системот приближно ќе ги има особените на крута мрежа, а во анализите на стабилноста, поради поедноставување, ќе го третираме како систем со бесконечна моќност.



Слика 5.10

На сликата 5.11 е прикажана заменската шема на посматраниот систем, со помош на која ќе вршиме анализа на статичката стабилност. При тоа, заради упростување, се занемарени активните отпорности на сите елементи од системот.



Слика 5.11

Нека во некој стационарен режим генераторот G оддава активна моќност P_0 и некоја реактивна моќност на кои им одговара електромоторна сила E . Во тој случај електромоторната сила $\underline{E}$ ќе му претходи на фазорот на напонот $\underline{U}$ за аголот на изместување θ , а карактеристиката на моќност, т. е. зависноста $P = P(\theta)$, на којашто ќе работи генераторот G , (според равенката (5.11)) ќе биде дадена со изразот:

$$P = P_M \cdot \sin \theta = \frac{E \cdot U}{X_\Sigma} \cdot \sin \theta, \quad (5.34)$$

каде што е

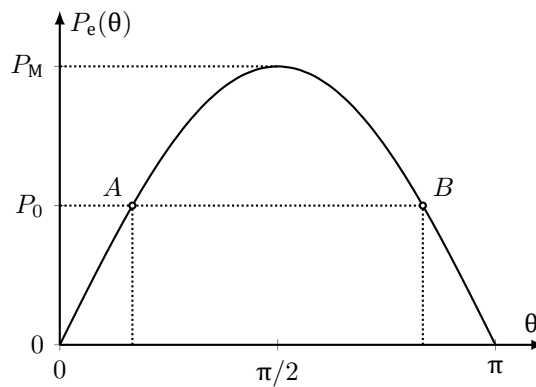
$$X_{\Sigma} = X_q + X_T + X_V. \quad (5.35)$$

Во равенките (5.34) и (5.35) фигурираат величините E и X_q кои, како што беше наведено, зависат од начинот на регулација на возбудата на генераторот G .

Во услови на рамнотежа, механичката моќност P_m што турбината ја предава на генераторот ќе биде еднаква на електричната моќност P_0 што генераторот ја предава на мрежата. Оддаваната моќност P_0 , пак, зависи од аголот на изместување θ_0 , т. е.

$$P_m = P_0 = P_M \cdot \sin \theta_0, \quad (5.36)$$

и генераторот ќе работи во една од двете точки A или B , на карактеристиката на моќност (слика 5.12).



Слика 5.12. Карактеристика на моќност $P = P(\theta)$

Сега системот ќе го изведеме, од рамнотежа, т. е. ќе претпоставиме дека од било какви причини дошло до зголемување на аголот на изместување за мал износ $\Delta\theta$, т. е.

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta \quad (5.37)$$

Бидејќи механичката моќност на турбината P_m не зависи од аголот на изместување θ , таа и понатаму ќе остане неизменета, т. е. $P_m = P_0 = P_M \cdot \sin \theta_0$, но затоа електричната моќност, т. е. моќноста што генераторот ја оддава во мрежата и која зависи од големината на аголот θ , ќе се промени, т. е.

$$P_e = P_M \cdot \sin(\theta_0 + \Delta\theta). \quad (5.38)$$

Како резултат на пореметувањето, на осовината на генераторот ќе дојде до нарушување на рамнотежата на моментите M_m и M_e . Нивната

разлика ќе биде пропорционална на разликата $\Delta P = P_m - P_e$ која изнесува:

$$\Delta P = P_m - P_e = P_M \cdot \sin(\theta_0) - P_M \cdot \sin(\theta_0 + \Delta\theta). \quad (5.39)$$

Бидејќи е

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \sin(\theta_0) \cdot \cos \Delta\theta + \cos(\theta_0) \cdot \sin \Delta\theta,$$

за мали вредности на $\Delta\theta$ може да се земе дека е $\cos \Delta\theta \approx 1$ и $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$. При тие услови ќе важи:

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \sin(\theta_0) + \cos(\theta_0) \cdot \Delta\theta,$$

и равенката (5.39) може да се напише во вид:

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_M \cdot \sin(\theta_0) - P_M \cdot \sin(\theta_0) - P_M \cdot \cos(\theta_0) \cdot \Delta\theta \\ &= -P_M \cdot \cos(\theta_0) \cdot \Delta\theta, \end{aligned} \quad (5.40)$$

односно

$$\Delta P = -\left. \frac{dP}{d\theta} \right|_0 \cdot \Delta\theta = -P_s \cdot \Delta\theta, \quad (5.41)$$

каде што е:

$$P_s = -\left. \frac{dP}{d\theta} \right|_0 = P_M \cdot \cos(\theta_0). \quad (5.42)$$

Величината P_s е таканаречена синхронизациона моќност или моќност на синхронизација.

Преодниот електромеханички процес, предизвикан од пореметувањето, во овој случај ќе биде опишан со следната диференцијална равенка:

$$M \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = P_m - P_e = -P_s \cdot \Delta\theta \quad (5.43)$$

односно

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{P_s}{M} \cdot \Delta\theta = 0. \quad (5.44)$$

Бидејќи θ_0 не е променлива, имајќи ја превид равенката (5.37), можеме да напишеме:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2(\theta_0 + \Delta\theta)}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\theta}{dt^2}, \quad (5.45)$$

тогаш, преодниот процес ќе биде опишан со диференцијалната равенка:

$$\frac{d^2\Delta\theta}{dt^2} + \frac{P_s}{M} \cdot \Delta\theta = 0. \quad (5.46)$$

Во општ случај решението на оваа диференцијална равенка ќе гласи:

$$\Delta\theta(t) = K_1 \cdot e^{r_1 t} + K_2 \cdot e^{r_2 t}, \quad (5.47)$$

каде што r_1 и r_2 се корени на карактеристичната равенка

$$r^2 + P_s/M = 0, \quad (5.48)$$

т. е.

$$r_1 = \sqrt{-P_s/M}, \quad r_2 = -\sqrt{-P_s/M}. \quad (5.49)$$

Во случајот кога е $P_s = dP/d\theta > 0$ (работна точка А на сликата 5.12), корените r_1 и r_2 се чисто имагинарни и изнесуваат:

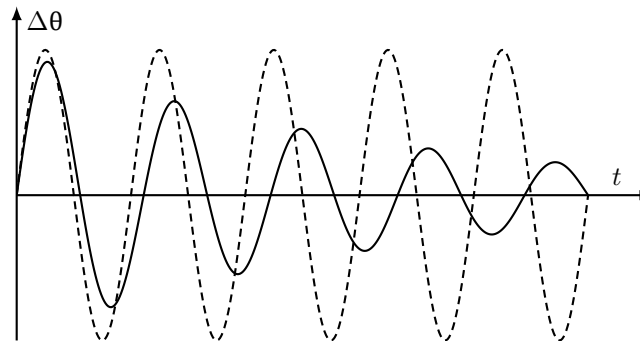
$$r_{1,2} = \pm j\omega_n, \quad (5.50)$$

каде што:

$$\omega_n = \sqrt{P_s/M} = \sqrt{P_M \cdot \cos \theta_0 / M}, \quad (5.51)$$

е сопствената (природната) кружна фреквенција (rad/s) на осцилирањето на роторот на синхронниот генератор. Во овој случај решението на равенката (5.46) ќе го добие обликот:

$$\Delta\theta(t) = K_1 \cdot e^{j\omega_n t} + K_2 \cdot e^{-j\omega_n t} = K \cdot \sin(\omega_n t + \varphi). \quad (5.52)$$



Слика 5.13. Електро-механички осцилации на роторот на генератор во случај на статички стабилен систем

Графичкиот приказ на добиената зависност $\Delta\theta(t)$ е даден на сликата 5.13 и како што гледаме, таа претставува една непридушена синусоида (испрекината линија).

Всушност, поради постоењето на придушни моменти синусоидата ќе биде пригушена (полна линија), т. е. по извесно време, кое може да потрае неколку секунди, ќе се воспостави стационарен режим. Според

тоа можеме да констатираме дека доколку во режимот што му претходел на малото зголемување на оптоварувањето, генераторот G работел во работната точка од карактеристиката на сликата 5.12, синхронизационата моќност $P_s = dP/d\theta$ ќе биде позитивна, па преодниот процес ќе има осцилаторен (или поточно речено, придушено-осцилаторен) карактер, што значи дека системот во споменатиот режим е статички стабилен.

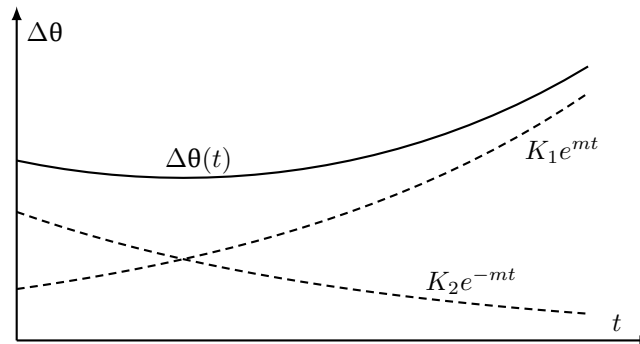
Доколку синхронизационата моќност P_s е негативна (што е на пример случај кога генераторот G работи во работната точка B), тогаш корените на карактеристичната равенка ќе бидат реални и различни по знак, т. е.

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{P_s/M} = \pm m, \quad (5.53)$$

па решението $\Delta\omega(t)$ ќе има апериодичен карактер, т. е.

$$\Delta\theta(t) = K_1 \cdot e^{mt} + K_2 \cdot e^{-mt}. \quad (5.54)$$

Од графикот на решението $\Delta\theta(t)$, прикажан на сликата 5.14, гледаме дека величината $\Delta\omega$, а со тоа и аголот на изместување $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$, ќе имаат тенденција на непрекинато зголемување, од каде што можеме да заклучиме дека во тој случај системот е статички нестабилен.



Слика 5.14. Карактеристика на преодниот процес во случај на статички нестабилен систем

Врз основа на погоре изложеното можеме да заклучиме дека потребен, а наедно и доволен, услов за стабилност во работата на синхрон генератор приклучен на крута мрежа е моќноста на синхронизација во режимот во којшто работи да биде позитивна, т. е.

$$P_s(\theta_0) = - \left. \frac{dP}{d\theta} \right|_0 > 0, \quad (5.55)$$

На условот (5.55) му одговара услов за работниот агол на изместување

$$-90^\circ < \theta_0 < 90^\circ. \quad (5.56)$$

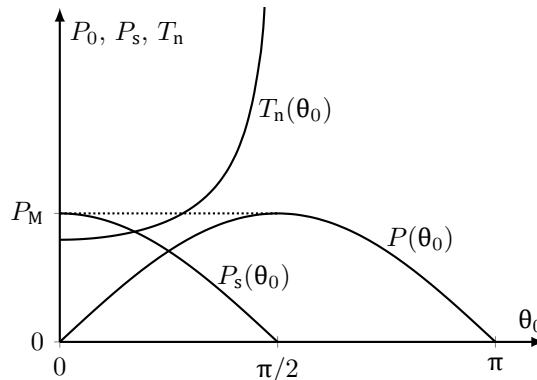
Значи, системот ќе биде статички стабилен ако работната точка се наоѓа на левата страна од синусоидата од сликата 5.12.

Од формулата (5.51) можеме да ги пресметаме и периодот T_n , односно фреквенцијата f_n на електромеханичките осцилации во областа на статичка стабилност:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{\sqrt{P_M \cdot \cos \theta_0 / M}} = \frac{2\pi}{\sqrt{P_s / M}}, \quad (5.57)$$

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{\sqrt{P_M \cdot \cos \theta_0 / M}}{2\pi} = \frac{\sqrt{P_s / M}}{2\pi}. \quad (5.58)$$

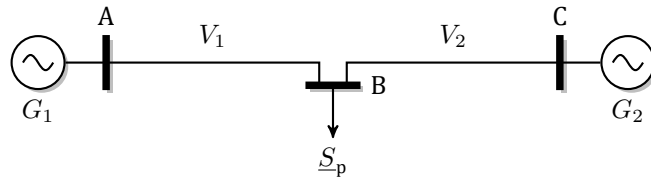
На сликата 5.15 е прикажана зависноста на периодот T_n на слободните осцилации на роторот на синхронизираниот генератор при мали пореметувања од работниот агол θ_0 во стационарниот режим кој му претходел на настанатото пореметување.



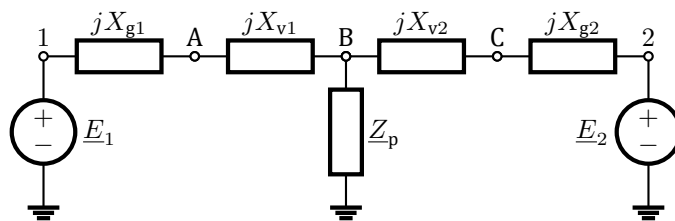
Слика 5.15. Зависност на периодот на сопствените осцилации при мали пореметувања, од почетниот режим

5.6.2 Статичка стабилност на двомашински систем

Ќе посматраме две електрични центри (односно два синхронизирани агрегата) кои работат на заедничко оптоварување (слика 5.16). На сликата 5.17 е прикажана заменската шема на системот од сликата 5.16 со која се испитува неговата статичката стабилност.



Слика 5.16



Слика 5.17

Нека е: $\underline{E}_1 = E_1 \cdot e^{j\theta_1}$, $\underline{E}_2 = E_2 \cdot e^{j\theta_2}$ и $\theta_{12} = \theta_1 - \theta_2$ и нека се познати сопствените и меѓусебните адмитанции: $\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{22}$ и $\underline{Y}_{12}$ на системот.

Сопствените и меѓусебните адмитанции се всушност елементи од редуцираната матрица на адмитанции. Како илустрација за начинот на нивното добивање, нека за системот од сликата 5.16 се дадени следните податоци

programi/stab/ees_6.m

```
1 function ees = ees_6()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.Us = 115/110;
4 ees.jazli = [
5     1  110  -50   0
6     2  110   80  40
7     3  110   0   0
8 ];
9 ees.granki = [
10    1  2  0  0.1  0
11    2  3  0  0.2  0
12 ];
13 ees.pv = [
14    1  115/110
15 ];
16 ees.gen = [
17    1  1.2
18    3  1.0
19 ];
```

при што ознаките на јазлите: А, В и С се заменети со индекси: 1, 2 и 3.

Редуцираната матрица на адмитанции и електромоторните сили на генераторите за дадениот работен режим се добиваат на следниот начин:

```
>> [Y, E] = matrica_yg('ees_6')
Y =
    (1,1)    0.1004 - 0.5107i
    (2,1)    0.1088 + 0.2801i
    (1,2)    0.1088 + 0.2801i
    (2,2)    0.1178 - 0.5299i
E =
    1.3945 + 0.5608i
    1.1912 + 0.2870i
```

Аглите: α_{11} , α_{12} , α_{21} и α_{22} кои се комплементи на соодветните аргументи на редуцираната матрица на адмитанции ($\alpha = 90^\circ - \Psi$) изнесуваат:

```
>> alfa = 90 - angle(Y)/pi*180
alfa =
    168.8778    21.2184
    21.2184    167.4636
```

Во тој случај агловите карактеристики на моќност ќе бидат дадени со изразите (5.59):

$$\begin{aligned} P_1 &= E_1^2 Y_{11} \cdot \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cdot \sin(\theta_{12} - \alpha_{12}), \\ P_2 &= E_2^2 Y_{22} \cdot \sin \alpha_{22} - E_1 E_2 Y_{12} \cdot \sin(\theta_{12} + \alpha_{12}), \end{aligned} \quad (5.59)$$

или

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{11} + P_{12} \cdot \sin(\theta_{12} - \alpha_{12}), \\ P_2 &= P_{22} - P_{12} \cdot \sin(\theta_{12} + \alpha_{12}). \end{aligned} \quad (5.60)$$

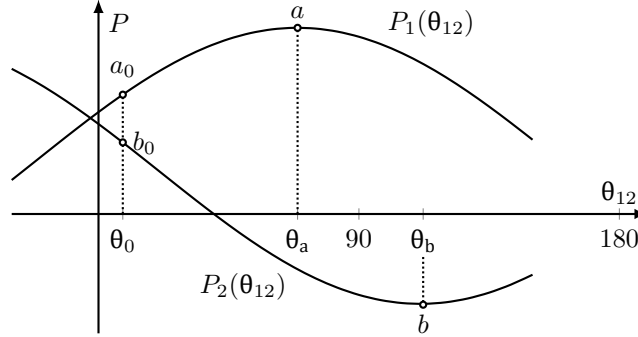
За претходно наведениот нумерички пример агловите карактеристики на моќност се:

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,2268 + 0,5534 \cdot \sin(\theta_{12} + 21,2184^\circ), \\ P_2 &= 0,1769 - 0,5534 \cdot \sin(\theta_{12} - 21,2184^\circ). \end{aligned}$$

Агловите карактеристики дадени со равенките (5.60) се прикажани графички на слика 5.18. Во овој случај ќе покажеме дека границата на стабилноста, односно граничниот агол θ_g се наоѓа во интервалот $\theta_a \leq \theta_g \leq \theta_b$, т. е.

$$90^\circ - \alpha_{12} \leq \theta_g \leq 90^\circ + \alpha_{12}.$$

Имајќи ги предвид равенките (5.43) и (5.60) за агрегатите приклучени на јазлите 1 и 2 равенките на движење ќе го имаат



Слика 5.18

следниот облик:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} &= \Delta P_1 = P_{10} - P_1(\theta_{12}) = P_{10} - [P_{11} + P_{12} \sin(\theta_{12} - \alpha_{12})], \\ M_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} &= \Delta P_2 = P_{20} - P_2(\theta_{12}) = P_{20} - [P_{22} - P_{12} \sin(\theta_{12} + \alpha_{12})]. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Ако системот го изведеме, од стационарен режим и на аголот θ_{12} му дадеме мал прираст $\Delta \theta_{12}$, тогаш разликите на моќностите ΔP_1 и ΔP_2 , кои дотогаш биле еднакви на нула, аналогно на (5.41) ќе можеме приближно да ги пресметаме со помош на следниот систем равенки:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= P_{10} - P_1(\theta_{12} + \Delta \theta_{12}) \approx - \left. \frac{dP_1}{d\theta_{12}} \right|_0 \cdot \Delta \theta_{12}, \\ \Delta P_2 &= P_{20} - P_2(\theta_{12} + \Delta \theta_{12}) \approx - \left. \frac{dP_2}{d\theta_{12}} \right|_0 \cdot \Delta \theta_{12}. \end{aligned} \quad (5.62)$$

Во тој случај системот равенките (5.61) го добиваат обликот:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + \left. \frac{dP_1}{d\theta_{12}} \right|_0 \cdot \Delta \theta_{12} &= 0, \\ M_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \left. \frac{dP_2}{d\theta_{12}} \right|_0 \cdot \Delta \theta_{12} &= 0, \end{aligned} \quad (5.63)$$

т. е.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + \frac{1}{M_1} \left. \frac{dP_1}{d\theta_{12}} \right|_0 \cdot \Delta \theta_{12} &= 0, \\ \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \frac{1}{M_2} \left. \frac{dP_2}{d\theta_{12}} \right|_0 \cdot \Delta \theta_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (5.64)$$

Ако од првата равенка во (5.64) ја извадиме втората, ќе добиеме:

$$\frac{d^2\theta_{12}}{dt^2} + \left\{ \frac{1}{M_1} \frac{dP_1}{d\theta_{12}} \Big|_0 - \frac{1}{M_2} \frac{dP_2}{d\theta_{12}} \Big|_0 \right\} \cdot \Delta\theta_{12} = 0. \quad (5.65)$$

Бидејќи е $\theta_{12} = \theta_{12}^{(0)} + \Delta\theta_{12}$, следува $\frac{d^2\theta_{12}}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\theta_{12}}{dt^2}$, па ќе добиеме:

$$\frac{d^2\Delta\theta_{12}}{dt^2} + \alpha \cdot \Delta\theta_{12} = 0, \quad (5.66)$$

каде што е:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{M_1} \frac{dP_1}{d\theta_{12}} \Big|_0 - \frac{1}{M_2} \frac{dP_2}{d\theta_{12}} \Big|_0 \\ &= \frac{P_{12}}{M_1} \cdot \cos(\theta_{12}^{(0)} - \alpha_{12}) - \frac{P_{12}}{M_2} \cdot \cos(\theta_{12}^{(0)} + \alpha_{12}). \end{aligned} \quad (5.67)$$

Величината α која фигурира во равенките (5.66) и (5.67) претставува релативно забрзување на роторите на синхроните агрегати.

Равенката (5.65) е аналогна на равенката (5.44) којашто се однесува на случајот на едномашински систем. Според тоа, ако корените на карактеристичната равенка:

$$r^2 + \alpha = 0, \quad (5.68)$$

се чисто имагинарни броеви, тогаш системот ќе биде статички стабилен. За да биде тоа исполнето, потребен и доволен услов е релативното забрзување α да биде позитивно, т. е.

$$\alpha = \frac{P_{12}}{M_1} \cdot \cos(\theta_{12}^{(0)} - \alpha_{12}) - \frac{P_{12}}{M_2} \cdot \cos(\theta_{12}^{(0)} + \alpha_{12}) > 0. \quad (5.69)$$

Од сликата 5.18 и од равенката 5.67 е очигледно дека е:

$$\theta_{12}^{(0)} = \theta_a \Rightarrow \alpha(\theta_a) = \alpha(\theta_{12} - |\theta_g|), \quad (5.70)$$

$$\theta_{12}^{(0)} = \theta_b \Rightarrow \alpha(\theta_b) = \alpha(\theta_{12} + |\theta_g|), \quad (5.71)$$

што значи дека работната точка a е статички стабилна, додека работната точка b е статички нестабилна. Границата на статичката стабилност, т. е. граничниот агол θ_g , значи, ќе лежи во интервалот $[\theta_a, \theta_b]$. Неговата вредност ќе ја добиеме од условот $\alpha = 0$, од кој следи:

$$\theta_g = \arctg \left[\frac{m+1}{m-1} \cdot \text{ctg } \alpha_{12} \right],$$

каде што е $m = M_1/M_2$.

Лесно можеме да се убедиме дека за $m = 1$, т. е. кога е $M_1 = M_2$, граничниот агол $\theta_g = 90^\circ$, т. е. θ_g се наоѓа на средината помеѓу екстремните точки a и b на двете карактеристики. Во сите останати случаи ($m \neq 1$) аголот θ_g е поблиску до онаа екстремна точка на агловата карактеристика на моќност која се однесува на агрегатот со поголема константа на инерција M .

5.6.3 Статичка стабилност на повеќемашински систем

Во случаите кога ЕЕС содржи поголем број на синхрони генератори (а тоа претставува најчест случај) и кога проблемот на анализата на статичката стабилност на даден стационарен режим не можеме да ја сведеме на некој од претходните два модела (едномашински и двомашински систем), статичката стабилност ја анализираме со методи, кои дури и кога се работи за наједноставни случаи, бараат примена на сметачки машини. Ние овде ќе се запознаеме со два од нив, кои најчесто се користат при практичните пресметувања.

5.6.3.1 Анализа на статичката стабилност по критериумот на позитивна синхронизациона моќност

Во пракса за анализите на статичката стабилност на сложените ЕЕС најчесто се применува таканаречениот критериум на позитивна синхронизациона моќност. Тој се применува во случаите со произволен број n на синхрони машини и се состои во тоа да се утврди знакот на синхронизационата моќност, т. е. да се утврди вредноста на изразот $dP_i/d\theta_i$ за секоја синхрона машина одделно. Ако за секоја машина $i = 1, 2, \dots, n$ важи:

$$\frac{dP_i}{d\theta_i} > 0, \quad (5.72)$$

тогаш тоа ќе значи дека во посматраниот работен режим системот ќе биде статички стабилен. Ако за барем една од машините не е задоволен условот (5.72), тогаш тоа ќе значи дека системот е нестабилен, т. е. тој ќе го загуби синхронизмот и при многу мала промена на оптоварувањето или друг вид пореметување.

Овој критериум произлегува од фактот дека ако на било која синхрона машина i ја промениме инјектираната моќност P_i за мал износ ΔP_i , ќе дојде до промена и на нејзиниот агол θ_i за износ $\Delta \theta_i$, додека кај останатите машини аглите θ_j практично нема да се променат (односно прирастите $\Delta \omega_j$, $j = 1, 2, \dots, N_g$; $j \neq i$, ќе бидат занемарливо мали во однос на прирастот $\Delta \omega_i$, па како такви ќе ги занемариме). Со други зборови, освен посматраната машина i , сите останати синхрони машини ги замислуваме како да се заменети со една еквивалентна машина (јак

ЕЕС или крута мрежа) која работи во режим на мотор, па доаѓаме до веќе познатиот едномашински модел (систем). Се разбира, во стварноста не е токму така, па затоа критериумот (5.72) не е сосема коректен. Меѓутоа, тој е доста практичен и ни овозможува не само да утврдиме дали еден ЕЕС е во даден режим на работа статички стабилен или не, туку и ни овозможува за секоја машина i да ја утврдиме и границата на статичката стабилност, што е исто така многу важно. Тоа го правиме на следниот начин.

Доколку за дадената ситуација (режим) се покаже дека е системот стабилен, тогаш преминуваме кон нова погонска состојба, т. е. нов режим, со зголемена активна моќност при неизменет напон на посматраната машина. Потоа испитуваме дали е задоволен критериумот (5.72) и се утврдува дали системот во новата положба е статички стабилен или не. Оваа постапка ја повторуваме сè додека не дојдеме до некоја моќност при која изразот (5.72) го менува знакот, т. е. додека не добиеме $dP_i/d\theta_i < 0$.

Синхронизационата моќност, т. е. изразот $dP_i/d\theta_i$ го добиваме со диференцирање на агловата карактеристика, дадена со равенката (5.27):

$$\frac{dP_i}{d\theta_i} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_g} E_i E_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \psi_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, N_g.$$

Имајќи ја предвид релацијата за пресметка на инјектираната реактивна моќност:

$$Q_i = E_i^2 Y_{ii} \sin \psi_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_g} E_i E_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \psi_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, N_g.$$

не е тешко да се покаже дека е:

$$\frac{dP_i}{d\theta_i} = E_i^2 Y_{ii} \cos \alpha_{ii} - Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

5.6.3.2 Метод на мали осцилации

Овој метод базира на можноста за линеаризација на диференцијалните равенки на движење со кои се опишува електромеханичкиот преоден процес при мали пореметувања на рамнотежната состојба во еден ЕЕС кој содржи вкупно n агрегати. Во таквите случаи преодниот процес ќе биде опишан со n хомогени диференцијални равенки од втор ред со константни коефициенти. Со нивното решавање се утврдува дали преодниот процес ќе има осцилаторен или апериодичен карактер,

т. е. се утврдува дали посматраниот ЕЕС во дадениот режим на работа е статички стабилен или не.

Ако посматраниот ЕЕС го изведеме од рамнотежна состојба на било каков начин, тогаш според равенките (5.61) и (5.62), при мали промени на аглиите θ_i за секоја синхрона машина i , диференцијалната равенка на движење ќе гласи:

$$M_i \cdot \frac{d^2\theta_i}{dt^2} = \Delta P_i \approx - \sum_{j=1}^{N_g} \left. \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \right|_0 \cdot \Delta \theta_j, \quad i = 1, 2, \dots, N_g, \quad (5.73)$$

при што со помош на Тајлоровата формула (со занемарување на членовите од повисок ред) е извршена линеаризација на агловите карактеристики на моќност за секоја машина.

Ако земеме предвид дека е $\theta_i = \theta_{i0} + \Delta \theta_i$, па според тоа и $d^2\theta_i/dt^2 = d^2\Delta \theta_i/dt^2$ за секоја машина i , тогаш лесно може да се покаже дека проблемот се сведува на решавање на следниот систем хомогени диференцијални равенки со константни коефициенти:

$$\Delta \theta'' = \mathbf{A} \cdot \Delta \theta, \quad (5.74)$$

каде што θ'' и θ се вектори со n елементи.

Елементите од матрицата $\mathbf{A}$ што фигурираат во системот равенки (5.74) зависат, меѓу другото, и од режимот што му претходел на настаниот мало пореметување, и се пресметуваат со помош на изразот:

$$A_{ij} = \frac{1}{M_i} \cdot \left. \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \right|_0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.75)$$

Бидејќи системот диференцијални равенки (5.74) е составен од равенки од втор ред ќе воведеме дополнителни променливи за да го претвориме во систем равенки составен од равенки од прв ред.

Најпрво ја пишуваме следната тривијална матрична равенка

$$\Delta \theta' = \Delta \theta',$$

која во комбинација со равенката (5.74) ја дава следнава матрична равенка:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta'' \\ \Delta \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A} \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta \theta \end{bmatrix},$$

што по воведување на променливата $\mathbf{u}$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta \theta \end{bmatrix},$$

го добива следниот облик:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (5.76)$$

каде што:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & \mathbf{A} \\ \mathbb{E} & \mathbb{O} \end{bmatrix}. \quad (5.77)$$

Во равенката (5.77) со $\mathbb{O}$ е означена матрица со димензии $n \times n$ со сите елементи еднакви на нула, додека $\mathbb{E}$ е единична матрица со димензии $n \times n$.

Тргувајќи од релацијата за инјектирани моќности во јазлите:

$$\underline{\mathbf{S}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot \underline{\mathbf{I}}^* = \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot (\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{E}})^*,$$

лесно можеме да ги изведеме матричните изрази за парцијалните изводи на комплексните инјектирани моќности по фазните агли.

Парцијални изводи на инјектираните моќности по фазните агли се

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \theta} = \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{E}}}{\partial \theta} + \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{I}}^*}{\partial \theta}. \quad (5.78)$$

Имајќи предвид дека е $\underline{E}_i = E_i \cdot e^{j\theta_i}$ за парцијалниот извод на комплексните електромоторни сили по фазните агли ќе имаме:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{E}}}{\partial \theta} = j \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}), \quad (5.79)$$

додека за парцијалниот извод на комплексните струи по фазните агли имајќи ги предвид матричните равенки (5.79) и $\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{I}}$ добиваме

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{I}}}{\partial \theta} = j \cdot \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}). \quad (5.80)$$

Врз основа на равенките (5.79) и (5.80), равенката (5.78) станува:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \theta} &= \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot j \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) + \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot [j \cdot \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}})]^* = \\ &= j \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot (\text{diag}(\underline{\mathbf{I}}) - \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}))^* = \\ &= j \cdot (\text{diag}(\underline{\mathbf{S}}) - \text{diag}(\underline{\mathbf{E}}) \cdot \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{E}})^*). \end{aligned} \quad (5.81)$$

Изразот (5.81) за случај на систем со три јазли во развиена форма го има следниот изглед:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \theta} = j \begin{bmatrix} \underline{S}_1 - \underline{E}_1(\underline{Y}_{11}\underline{E}_1)^* & -\underline{E}_1(\underline{Y}_{12}\underline{E}_2)^* & -\underline{E}_1(\underline{Y}_{13}\underline{E}_3)^* \\ -\underline{E}_2(\underline{Y}_{21}\underline{E}_1)^* & \underline{S}_2 - \underline{E}_2(\underline{Y}_{22}\underline{E}_2)^* & -\underline{E}_2(\underline{Y}_{23}\underline{E}_3)^* \\ -\underline{E}_3(\underline{Y}_{31}\underline{E}_1)^* & -\underline{E}_3(\underline{Y}_{32}\underline{E}_2)^* & \underline{S}_3 - \underline{E}_3(\underline{Y}_{33}\underline{E}_3)^* \end{bmatrix}.$$

Конечно за парцијалните изводи на активните моќности по фазните агли имаме:

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} = \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \theta} \right), \quad (5.82)$$

каде што операторот $\operatorname{Re}(\cdot)$ означува одделување реален дел.

Ако коефициентите M_i , ($i = 1, 2, \dots, n$) ги сместиме во вектор $\mathbf{M}$ за матрицата $\mathbf{A}$ можеме да напишеме:

$$\mathbf{A} = \operatorname{diag}(\mathbf{M}) \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} = \operatorname{diag}(\mathbf{M}) \cdot \mathcal{R} \left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \theta} \right). \quad (5.83)$$

Решенијата на системот равенки (5.74), т. е. променливите $\Delta\theta_i(t)$ го имаат обликот:

$$\Delta\theta_i(t) = \sum_{j=1}^{2n} C_{ij} \cdot e^{\lambda_j t}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

каде што λ_j ($j = 1, 2, \dots, 2n$) се сопствени вредности на матрицата $\mathbf{B}$, т. е. корени на карактеристичната равенка

$$\det \mathbf{T} = \det \begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{E} & \mathbf{A} \\ \mathbb{E} & -\lambda \mathbb{E} \end{bmatrix} = 0, \quad (5.84)$$

каде λ е скалар.

Доколку имаме матрица претставена со блокови од матрици:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{T}_3 & \mathbf{T}_4 \end{bmatrix},$$

тогаш нејзината детерминанта е:

$$\det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}_4 \cdot \det (\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_4^{-1} \mathbf{T}_3).$$

Според тоа, во нашиот случај, можеме да напишеме:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{T} &= \det (-\lambda \mathbb{E}) \cdot \det \left[-\lambda \mathbb{E} - \mathbf{A}(-\lambda \mathbb{E})^{-1} \mathbb{E} \right] \\ &= (-\lambda)^n \cdot \det [-\lambda \mathbb{E} - (-1/\lambda) \mathbf{A}] \\ &= \det [\lambda^2 \mathbb{E} - \mathbf{A}], \end{aligned}$$

од каде се гледа дека за карактеристичната равенка $\det \mathbf{T} = 0$ имаме:

$$\det (\mathbf{A} - \lambda^2 \mathbb{E}) = 0.$$

Од погоре изнесеното следува дека доколку ги пресметаме сопствените вредности на матрицата **A**, тогаш ќе ги добиеме вредностите за λ_i^2 ($i = 1, 2, \dots, n$) и потоа со пресметување на квадратен корен ќе добиеме по 2 вредности за секоја од нив $\pm \sqrt{\lambda_i^2}$, додека сопствените вредности на матрицата **B** ќе бидат еднакви на λ_i ($i = 1, 2, \dots, 2n$).

Во MATLAB сопствените вредности на една матрица може да се пресметаат со помош на функцијата `eig`.

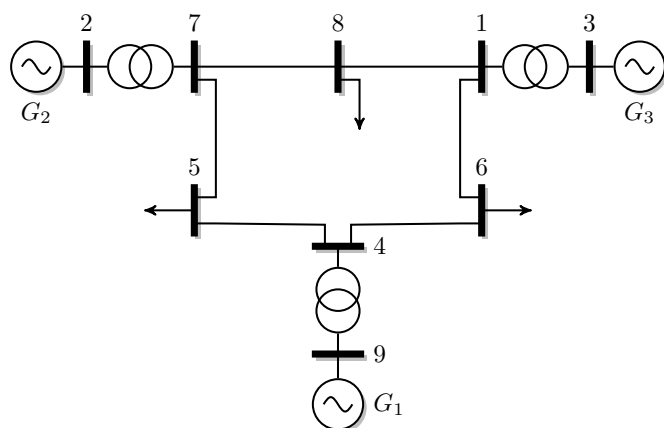
Ако решенијата $\Delta\theta_i(t)$ на системот диференцијални равенки (5.74) се придушени сложенопериодични или чисто хармониски функции од времето t , тогаш тоа ќе значи дека системот во дадениот режим е статички стабилен. Во спротивен случај тој е статички нестабилен.

За да биде задоволен горниот услов, неопходно е сопствените вредности на матрицата **B** да бидат чисто имагинарни броеви, што воедно значи дека сите сопствени вредности на матрицата **A** мораат да бидат реални и негативни броеви.

Значи, за да утврдиме дали во даден работен режим еден ЕЕС е статички стабилен или не, место да го решаваме системот диференцијални равенки на движење на роторите на синхроните агрегати (5.74) и испитуваме карактерот на решенијата $\Delta\theta_i(t)$, доволно е само да ги пресметаме сопствените вредности на матрицата **A** или **B**.

Методот на мали осцилации е поточен од претходниот, бидејќи не се базира на никакви претпоставки и упростувања, но затоа бара поголем обем на пресметувања. Освен тоа, со неговата примена можеме само да констатираме дали во зададен работен режим посматраниот систем е статички стабилен или не, но не можеме да утврдиме и во која мера е тој стабилен (т. е. колкава е статичката резерва) ниту да ја одредиме границата на стабилност, како што тоа го овозможуваше методот којшто го користи критериумот на позитивна синхронизациона моќност.

Пример 5.4. За системот прикажан на сликата П.5.4.1 да се определат сопствените фреквенции на осцилирање на аглите на генераторите и да се провери дали тој е статички стабилен. Податоците за елементите од системот се дадени во табелите П.5.4.1–П.5.4.3.



Слика П.5.4.1. ЕЕС со 9 јазли

Табела П.5.4.1

гранка	R (pu)	X (pu)	B (pu)
2-7	0	0,0625	0
7-8	0,0085	0,072	0,149
3-1	0	0,0586	0
1-8	0,0119	0,1008	0,209
7-5	0,032	0,161	0,306
5-4	0,01	0,085	0,176
1-6	0,039	0,17	0,358
6-4	0,017	0,092	0,158
9-4	0	0,0576	0

Табела П.5.4.2. Податоци за потрошувачите

потрошувач	5	6	8
P (MW)	125	90	100
Q (Mvar)	50	30	35

Табела П.5.4.3. Податоци за генераторите

генератор	1	2	3
S_n (MVA)	247,5	192	128
X (pu)	0,0608	0,1198	0,1813
T_j (s)	19,1	6,67	4,7
P (MW)	балансен	163	85
U (pu)	1,04	1,025	1,025

Решение

Податоците за системот ги запишуваме во датотеката ees_9_jazli.m, а потоа пресметките ги правиме со кодот даден во stat_stab.m. Во датотеката е додадена матрицата ees.gen која има 4 колони во кои се запишани податоците за генераторите:

1. јазел на генераторот,
2. реактанција X_g ,
3. коефициент на инерција M ,
4. придушен коефициент K_p .

На почетокот со помош на функцијата matrica_yg ги определуваме матрицата на адмитанции на генераторските јазли $\underline{Y}$ и векторот со електромоторни сили на генераторите $\underline{E}$.

programi/stab/ees_9_jazli.m

```

1 function ees = ees_9_jazli()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.Us = 1.04;
4 ees.jazli = [
5     1    220     0     0
6     2     18   -163     0
7     3   13.8    -85     0
8     4    220     0     0
9     5    220   125    50
10    6    220    90    30
11    7    220     0     0
12    8    220   100    35
13    9   16.5     0     0
14 ];
15 ees.granki = [
16     2     7     0    0.0625     0
17     7     8   0.0085   0.072   0.149
18     3     1     0    0.0586     0
19     1     8   0.0119   0.1008   0.209
20     7     5   0.032   0.161   0.306
21     5     4   0.01   0.085   0.176
22     1     6   0.039   0.17   0.358
23     6     4   0.017   0.092   0.158
24     9     4     0    0.0576     0

```

```

25 ];
26 ees.pv = [
27     2  1.025
28     3  1.025
29 ];
30 ees.gen = [
31     9  0.0608  247.5*19.10/(100*pi)  0
32     2  0.1198  192.0*6.67/(100*pi)  0
33     3  0.1813  128.0*4.70/(100*pi)  0
34 ];

```

programi/stab/stat_stab.m

```

1 ees = ees_9_jazli;
2 [Y, E] = matrica_yg(ees);
3
4 S = diag(E)*conj(Y*E);
5 dS = 1j*(diag(S) - diag(E)*conj(Y*diag(E)));
6
7 M = ees.gen(:,3)/ees.Sb;
8 A = -diag(M)^-1*real(dS);
9 B = [
10     zeros(3) A
11     eye(3)   zeros(3)
12 ];
13
14 L1 = eig(A)
15 L2 = eig(B)

```

Понатаму, ги пресметуваме парцијалните изводи на инјектираните активни моќности во однос на аглите според равенката (5.82) и ги формираме матриците **A** и **B** користејќи ги изразите (5.83) и (5.77).

Конечно, со помош на функцијата `eig` ги пресметуваме сопствените вредности на матриците **A** и **B** со што добиваме:

```

>> stat_stab
L1 =
-0.0000
-62.9146
-148.8138
L2 =
0.0000 + 0.0000i
-0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 7.9319i
0.0000 - 7.9319i
0.0000 +12.1989i
0.0000 -12.1989i

```

Како што и претходно веќе кажавме очигледно е дека сопствените вредности на матрицата **B** се еднакви на квадратниот корен од сопствените вредности на матрицата **A**

$$\sqrt{-62,9146} = \pm j7,9139; \quad \sqrt{-148,8138} = \pm j12,1989.$$

Според сопствените вредности можеме да заклучиме дека системот е статички стабилен затоа што сите сопствени вредности на матрицата

А се реални броеви кои се помали или еднакви на нула, што истовремено значи дека сопствените вредности на матрицата **B** се чисто имагинарни броеви.

Од сопствените вредности на матрицата **B**, можеме да ги пресметаме фреквенциите на осцилирање на фазните агли:

$$f_1 = \frac{7,9319}{2\pi} = 1,26 \text{ Hz},$$

$$f_2 = \frac{12,1989}{2\pi} = 1,94 \text{ Hz}.$$

□ □ □

Пример 5.5. Во системот од примерот 5.4 потрошувачот во јазелот 8 одеднаш ја зголемува својата моќност за 10 MW што е околу 3% од вкупната моќност која изнесува 315 MW. Според тоа, можеме да сметаме дека настанала мала промена во системот и врз основа на тоа да ја испитаме неговата статичка стабилност. Со решавање на системот диференцијални равенки да се определи временскиот тек на промената на фазните агли на генераторите во период од 2,5 s и да се проценат фреквенциите на осцилациите кои ќе се јават во системот.

Решение

На почетокот накусо ќе се потсетиме на диференцијалните равенки со кои се опишуваат механичките осцилации на брзините на вртење и фазните агли на електромоторните сили кај генераторите.

Како што знаеме основната равенка на движење на синхрон агрегат го има следниот облик:

$$M \frac{d\omega}{dt} + K_p \frac{d\theta}{dt} = P_m - P_e(\theta),$$

каде што коефициентот на инерција е:

$$M = \frac{S_n T_j}{\omega_0},$$

додека со коефициентот K_p ја земаме предвид асинхроната моќност која се јавува во случајот кога постои релативно движење на роторот во однос на вртливото магнетно поле на статорот.

Згодно е наместо со вистинската аголна брзина да оперираме со отстапувањето на аголната брзина од нејзината номинална вредност, така што ќе ја воведеме променливата:

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0,$$

од каде со диференцирање добиваме:

$$\frac{d(\Delta\omega)}{dt} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Аглите на електромоторните сили ќе се менуваат во однос на нивните почетни вредности на следниот начин:

$$\theta = \theta_0 + \Delta\omega \cdot t,$$

така што за нивниот прв извод имаме:

$$\frac{d\theta}{dt} = \Delta\omega.$$

Според тоа, за секој синхрон агрегат ги имаме следните 2 диференцијални равенки од прв ред:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \Delta\omega, \\ \frac{d(\Delta\omega)}{dt} &= \frac{P_m - P_e(\theta)}{M} - \frac{K_p}{M} \Delta\omega, \end{aligned} \quad (\text{П.5.5.1})$$

со кои е опишан наједноставниот механички модел кој се користи во анализа на стабилноста.

Електричната моќност на генераторите зависи од параметрите и конфигурацијата на преносната мрежа и работниот режим во неа. Таа можеме да ја пресметаме со изразот:

$$\mathbf{P} = \mathcal{R} [\text{diag}(\mathbf{E}) \cdot (\mathbf{Y} \cdot \mathbf{E})^*], \quad (\text{П.5.5.2})$$

каде што $\mathcal{R}(\cdot)$ означува одделување на реален дел од комплексен број.

Електромоторната сила на генераторот i изнесува:

$$\underline{E}_i = E_i \cdot e^{j\theta_i}, \quad (\text{П.5.5.3})$$

каде што ефективната вредност E_i е позната од состојбата пред да настане пореметувањето, а нејзиниот фазен агол θ_i е променлив и тој е една од променливите кои се одредуваат со решавањето на диференцијалните равенки за сите генератори.

Горниот модел е напишан во MATLAB во функцијата `stabilno-st_model`. Во неа променливите се означени со y , т. е. со вектор со должина $2n$ каде што n е бројот на производни агрегати. При тоа, првите n променливи се однесуваат на фазните агли θ , а вторите n променливи се однесуваат на релативните промени на аголите брзини $\Delta\omega$. Функцијата можеме да ја поделиме на два дела како што следува:

- ① Во првиот дел се определуваат електромоторните сили на генераторите во облик како во равенките (П.5.5.3) и се пресметуваат активните моќности на генераторите со равенката (П.5.5.2).
- ② Во вториот дел се пресметуваат десните страни од диференцијалните равенки (П.5.5.1) кои се сместуваат во излезната променлива dy .

programi/stab/stabilnost_model.m

```

1 function dy = stabilnost_model(t,y,Pm,M,Kp,E,Y)
2 if size(y,1) == 1, y = y'; end
3 n = size(Pm,1); % broj na generatori
4 teta = y(1:n); % presmetka na kompleksen pretstavnik na E
5 E = (E .* exp(1j*teta));
6 Pe = real(E .* conj(Y * E)); % presmetka na Pe
7 dy = [% presmetka na izvodite (y = [teta; delta_omega])
8       y(n+1:2*n); % d(teta)/dt = delta_omega
9       % d(delta_omega)/dt = (Pm - Pe)/M - Kp/M*delta_omega
10      (Pm - Pe)/M - Kp./M.*y(n+1:2*n);
11      ];

```

Решавањето на претходниот модел се прави со помош на функцијата `stabilost` која се состои од следните делови:

- ① Вчитување на влезните податоци.
- ② Дефинирање на почетни вредности за променливите и вредности за коефициентот на инерција и придушниот коефициент. Дефинирање на анонимна функција преку функцијата `stabilnost_model` со која се пресметуваат првите изводи на променливите.
- ③ Решавање на системот диференцијални равенки со помош на функцијата `rk4`² и пресметка на фазните агли во степени и брзината на вртење во вртежи во секунда, т. е. Hz.

programi/stab/stabilnost.m

```

1 function [t, teta, delta_omega] = stabilnost(datoteka,t_kraj,
2       n_tocki)
3 addpath(' ../dif_rav');
4 if isstruct(datoteka)
5     ees = datoteka;
6 else
7     ees = feval(datoteka);
8 end
9 n = length(ees.Pm);
10 y0 = ees.y0;
11 M = ees.gen(:,3)/ees.Sb;
12 Kp = ees.gen(:,4)/ees.Sb;
13 dy = @(t,y) stabilnost_model(t,y,ees.Pm,M,Kp,ees.E,ees.Y);
14 [t, y] = rk4(dy,0,t_kraj,y0,n_tocki);
15 teta = y(:,1:n);
16 delta_omega = y(:,n+1:2*n);

```

²Функцијата `rk4` го применува методот Рунге-Кута за нумеричко решавање диференцијални равенки. Детали за неа може да се видат во Прилог Е.

Решението на примерот е дадено во ees_9_osc каде можеме да ги воочиме следните целини:

- ① Вчитување на податоците за системот и примена на функцијата `matrica_yg` за определување на матрицата на адмитанции за генераторските јазли и електромоторните сили на генераторите. Ефективните вредности на електромоторните сили, кои се константни во целиот период на анализа, фазните агли и механичката моќност која на почетокот е еднаква на електричната моќност ги сместуваме како елементи во структурата `ees.E`, `ees.teta` и `ees.Pm`.
- ② Дефинирање на матрицата `ees.dp` во која е дефинирано дека во јазелот 8 има промена на моќноста во износ од 10 MW. Со ваквата промена повторно определуваме матрица на адмитанции на генераторските јазли, која одговара на новонастанатата состојба и ја запишуваме во `ees.Y`.
- ③ Решавање на системот диференцијални равенки со помош на функцијата `stabilnost` и цртање на кривите за промена на аглите со што ја добиваме сликата П.5.5.1.

programi/stab/ees_9_osc.m

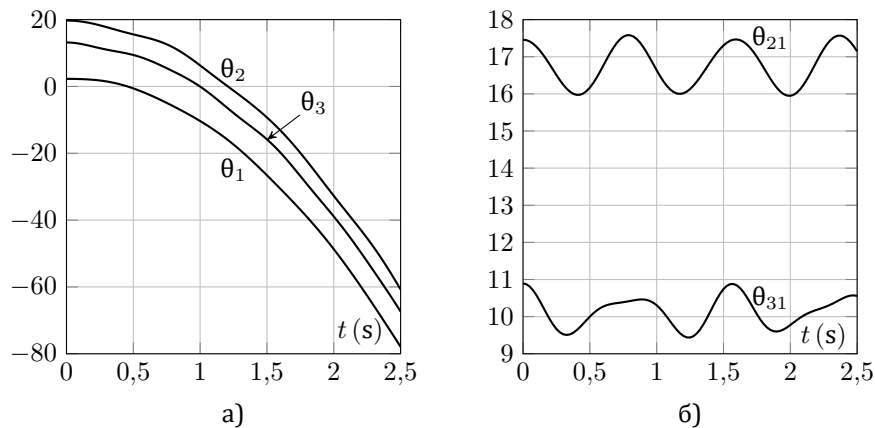
```

① 1 ees = ees_9_jazli; % pocetna sostojba na sistemot
   2 [Y, E] = matrica_yg(ees);
   3 ees.E = abs(E); % EMS na generatorite
   4 ees.teta = angle(E); % fazni agli
   5 ees.Pm = real(E.*conj(Y*E)); % mehanicka moknost
   6
② 7 ees.dp = [ % promena na moknost na potrosuvac
   8           8 10 % jazel MW
   9 ];
  10 [Y, E] = matrica_yg(ees);
  11 ees.Y = Y;
  12
③ 13 % resavanje na sistem od diferencijalni ravenki
  14 ees.y0 = [ees.teta; zeros(3,1)];
  15 [t, teta, delta_omega] = stabilnost(ees,2.5,100);
  16 teta = teta/pi*180;
  17 f = 50 + delta_omega/(2*pi);
  18 close all
  19 figure; plot(t,teta); xlabel('t [s]'); ylabel('teta [o]'); grid;
  20 figure; plot(t,teta(:,2:3)-teta(:,1)); xlabel('t [s]'); ylabel('
      teta-teta_1 [o]'); grid;

```

Од сликата П.5.5.1а забележуваме дека сите три агли, опаѓаат со текот на времето што е и за очекување бидејќи во системот моќноста на потрошувачите е зголемена, а механичките моќности на агрегатите остануваат исти. Тоа значи дека во системот има недостиг од моќност во износ од 10 MW што ќе доведе до успорување на роторите.

На сликата П.5.5.1б е нацртана релативната промена на аглите во однос на аголот на генераторот 1. Како што се гледа кривите $\theta_{21}(t)$ и $\theta_{31}(t)$ имаат осцилаторен карактер што значи дека системот е статички стабилен. Фреквенцијата на осцилациите можеме да ја определиме со примена на Фуриева трансформација која во дискретна форма во MATLAB е дадена во функцијата `fft`. Како резултат на тоа се добиени фреквентните спектри на сигналите $\theta_{21}(t)$ и $\theta_{31}(t)$ кои се прикажани на сликата П.5.5.2. На сликата се забележливи максимуми на фреквенции од околу 1,2 Hz и 2 Hz колку што приближно изнесуваа и сопствените фреквенции од примерот 5.4.



Слика П.5.5.1

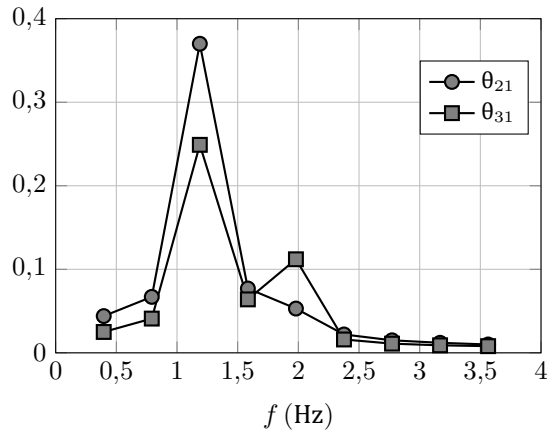
programi/stab/ees_9_fft.m

```
1 ees_9_osc
2 y = teta(:,2:3) - teta(:,1);
3 y = abs(fft(y)); n = length(y);
4 Fs = 1/(t(2)-t(1));
5 f = (0:1:n-1)*Fs/n;
6 figure; plot(f(2:10), y(2:10,:)/n, '-o'); grid;
```

Ако сакаме да го уважиме и асинхрониот придушен момент тогаш треба да ја земеме предвид и константата K_p која можеме да ја пресметаме на следниот начин:

$$K_p = \frac{P_s}{s/100 \cdot \omega_0},$$

каде што s е лизгањето изразено во проценти кое ја претставува разликата во брзината на вртење на роторот во однос на номиналната брзина ω_0 , додека P_s е синхронизационата моќност која се постигнува при даденото лизгање.

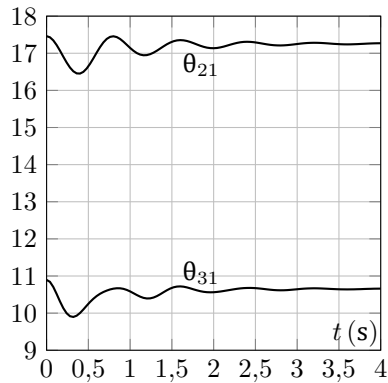


Слика П.5.5.2

За дадениот пример ќе претпоставиме дека при лизгање $s = 6\%$ синхронизационата моќност е еднаква на номиналната моќност на генераторот. Според тоа, во колоната 4 од матрицата `ees.gen` ќе ги имаме следните податоци:

```
ees.gen(:,4) = [
    247.5/(0.06*100*pi)
    192.0/(0.06*100*pi)
    128.0/(0.06*100*pi)
];
```

Решението во овој случај е дадено во датотеката `ees_9_osc_kp.m` која е практично идентична со датотеката `ees_9_osc.m` со единствена разлика во податоците во колоната 4 на матрицата `ees.gen` како што е наведено погоре. Како резултат ги добиваме зависностите $\theta_{21}(t)$ и $\theta_{31}(t)$ прикажани на сликата П.5.5.3.



Слика П.5.5.3



5.7 Динамичка стабилност на ЕЕС

Во подрачјето на динамичка стабилност спаѓаат анализите на преодните електромеханички процеси до кои доаѓа при големи пореметувања, како што се, на пример:

- наглите вклучувања или исклучувања на големи потрошувачи,
- промените во конфигурацијата на мрежата, т. е. вклучувања или исклучувања на поважни водови или трансформатори,
- наглите испади на големи генераторски единици,
- сите видови на куси врски во ЕЕС.

Ваквите пореметувања, односно динамички удари, предизвикуваат во системот електромеханички преоден процес за време на кој доаѓа до нишање на роторите (или како што уште се вика, нишање на машините).

Нишањето на машините всушност се осцилации на нивните ротори во однос на референтната оска на вртливото синхроно поле, кое се врти со константна брзина ω_0 , еднаква на синхроната. Значи во преодниот процес роторот на секоја машина се врти со помалку или повеќе синхрона брзина, односно брзината на роторот се колеба околу синхроната, час е нешто поголема, час е нешто помала. Овие отстапувања на брзината на вртење ω од синхроната ω_0 се релативно мали (од ред на големина од само неколку проценти), меѓутоа за нас не е од интерес големината, туку карактерот на овие отстапувања.

Кога е системот динамички стабилен, нишањата односно осцилациите на синхроните машини по настанатото пореметување постепено се придушуваат, така што по извесно време (кое што изнесува неколку

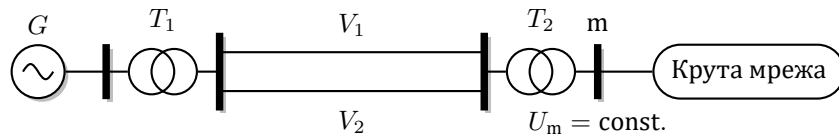
секунди) тие ќе бидат практично сосема придушени. Системот при тоа зазел нова рамнотежна положба и понатаму ќе работи во нов стационарен режим (со нови режимски параметри). Меѓутоа, има случаи кога конечната состојба на рамнотежа не се достигнува, туку доаѓа до загуба на синхронизмот. Во тој случај брзините на вртење на некои, или на сите машини по настанатото пореметување, нема по пат на придушено-осцилаторен процес да се доближуваат кон синхроната брзина, туку перманентно ќе се оддалечуваат од неа (некои машини перманентно ќе се забрзуваат, т.е. ќе ја зголемуваат брзината на вртење, додека пак други перманентно ќе ја губат брзината на вртење). Во таквите случаи станува збор за динамички нестабилен систем.

При анализите на динамичката стабилност, како што веќе беше напред речено, правиме одредени упростувања и занемарувања. Времето за коешто е потребно да биде анализиран преодниот процес при динамичките удари, за да утврдиме дали е системот динамички стабилен или не, е сосема кратко. За тоа време воопшто и не доаѓа до дејствување на турбинскиот регулатор (кој реагира со определено задоцнување под влијание на зголемениот односно намалениот број на вртежи), па за време на целиот анализиран период на преодниот процес, усвојуваме дека механичката моќност на турбината е константна, еднаква на оддаваната електрична моќност на генераторот пред пореметувањето.

Од истите причини можеме да сметаме дека (поради магнетската инерција) магнетниот флуks на генераторот не се изменил или се изменил сосема малку (што претпоставува дека регулаторот на напон не стигнал да реагира, или пак реагира, но за толку кратко време не успеал во голема мерка да ја промени возбудната струја). Последново не е сосема коректно кога се работи за новите генератори кои имаат брзи автоматски регулатори на возбудата и кај кои временската константа на возбудното коло е од редот на 0,1 секунда, па според тоа тие успеваат да дејствуваат на текот на преодниот процес. Меѓутоа, правилното уважување на дејствувањето на регулаторите на напон е многу сложено и води кон решавање на два система диференцијални равенки, од кои првиот се однесува на самите електромагнетни преодни процеси во ЕЕС, а вториот се однесува на електромагнетните преодни процеси во синхроните машини. Затоа дејството на регулаторите на напон (кое е поволно, гледано од аспект на динамичката стабилност) се третира упростено, т.е. се усвојува моделот на синхрониот генератор со константна електромоторна сила E' зад транзиентната реактанција X'_d .

Конечно, како и кај анализите на статичката стабилност, од причини на упростување вршиме занемарување на сите придушни (асинхрони) моменти кои се јавуваат при работата со зголемен или намален број

на вртежи. Кај таквите системи кај кои придружни моменти не постојат, нишањето т. е. осцилациите би траеле бесконечно долго. Меѓутоа, ако утврдиме дека преодниот процес има осцилаторен карактер, тогаш тоа ќе значи дека системот е динамички стабилен, бидејќи знаеме дека придрушните моменти, кои реално постојат, ќе му дадат на процесот придрушено-осцилаторен карактер и по некое конечно време тој ќе заврши со нова стационарна состојба.



Слика 5.19. Едномашински систем генератор - крута мрежа

Да разгледаме сега еден прост едномашински систем (синхрон генератор - преносен систем - крута мрежа) прикажан на сликата 5.19. Во посматраниот режим генераторот G оддава моќност P_0 . Ако ги занемариме активните отпорности на поедините елементи од системот, имајќи предвид дека кај високонапонските преносни системи односот $X/R \gg 1$, во тој случај работната карактеристика на која работи генераторот $P_1(\theta)$ ќе биде чиста синусоида, т. е.

$$P_1(\theta) = P_{M1} \cdot \sin \theta, \quad (5.85)$$

каде што е:

$$P_{M1} = \frac{E' \cdot U_m}{X_{\Sigma 1}}, \quad (5.86)$$

$$X_{\Sigma 1} = X'_d + X_{T1} + X_{V1} \parallel X_{V2} + X_{T2}. \quad (5.87)$$

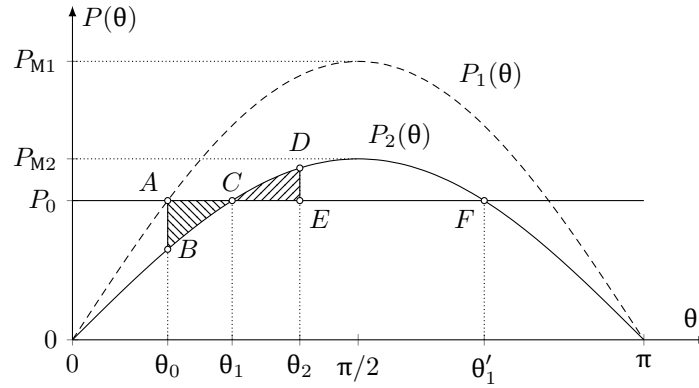
Величините E' и θ_0 (слика 5.20) се режимски параметри на режимот кога генераторот работел на карактеристиката (5.85).

Нека сега дојде до нагло исклучување на еден од преносните водови (на пример водот V_1). Поради наглото исклучување на водот V_1 ќе дојде до нагла промена на реактанција X_{Σ} , така што ќе биде:

$$X_{\Sigma 2} = X'_d + X_{T1} + X_{V2} + X_{T2}, \quad (5.88)$$

и нагла промена на работната карактеристика

$$P_2(\theta) = P_{M2} \cdot \sin \theta, \quad (5.89)$$



Слика 5.20. Работни карактеристики на моќност

каде, претпоставувајќи дека E' не е променета, важи

$$P_{M2} = \frac{E' \cdot U_m}{X_{\Sigma 2}}, \quad (5.90)$$

и притоа $P_{M2} < P_{M1}$, поради тоа што е $X_{\Sigma 2} > X_{\Sigma 1}$.

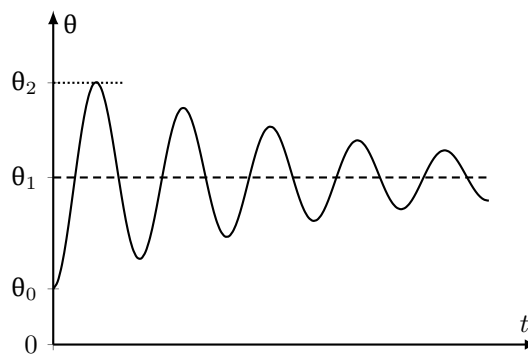
Поради механичката инерција на вртливите маси, работниот агол θ_0 не може веднаш да се промени и во првиот момент на време тој ќе остане ист. Значи, во првиот момент по исклучувањето на водот V_1 , генераторот G нагло ќе премине да работи на новата карактеристика (5.89), т. е. од работната точка A , ќе премине моментално во работната точка B . Во новата работна точка генераторот ќе оддава електрична моќност во мрежата $P_B = P_{M2} \cdot \sin \theta_0$, која е сега помала од механичката моќност P_0 што ја добива од турбината, така што сега ќе имаме дебаланс (нерамнотежа) на моќностите $\Delta P = P_m - P_e = P_0 - P_e > 0$. Поради настанатиот дебаланс ќе дојде до забрзување на роторот и до постепено зголемување на аголот θ , при што во секој момент аголниот забрзување α ќе биде пропорционално на дебалансот ΔP .

Значи, аголот θ ќе почне да се зголемува поради позитивното аголно забрзување $\alpha > 0$. Со зголемувањето на аголот θ дебалансот ΔP , односно забрзувањето α , ќе почнат да се смалуваат, меѓутоа во почетокот сè уште преовладува механичката моќност над оддаваната електрична моќност ($P_0 > P_e$, $\Delta P > 0$), па и понатаму ќе имаме забрзување на роторот (иако тоа забрзување станува сè помало и помало). Кога аголот θ ќе ја достигне вредноста θ_1 , која одговара на рамнотежа на механичката и електричната моќност ($P_0 = P_e$, $\Delta P = 0$), точка C на карактеристиката $P_e(\theta)$ од сликата 5.20, забрзувањето ќе биде еднакво на нула, т. е. $\alpha = 0$. Меѓутоа, во тој момент брзината на вртење на роторот

е поголема од синхроната, т. е. $\omega > \omega_0$. Процесот тука нема да заврши, иако постои рамнотежа меѓу електричната и механичката моќност на генераторот. Затоа аголот θ ќе продолжи и понатаму да се зголемува.

Во подрачјето кога е $\theta > \theta_1$ електричната моќност преовладува над механичката, т. е. $P_e > P_m$, па е $\Delta P < 0$ и следствено на тоа аголот забрзување ќе стане негативно ($\alpha < 0$). Сега генераторот оддава повеќе отколку што прима, па вишокот на оддаваната енергија тој го црпи од кинетичката енергија на вртливите маси на роторот. Значи, доаѓа до успорување на роторот, па тогаш кога ќе се потроши сè она што роторот го акумулирал во фазата на забрзување, брзината на вртење повторно ќе биде еднаква на синхроната $\omega = \omega_0$. Оваа состојба ѝ одговара на точката D на сликата 5.20 и во тој момент аголот θ ја достигнал својата максимална вредност θ_2 .

Во состојбата која ѝ одговара на точката D роторот се врти со синхрона брзина, меѓутоа оддаваната електрична моќност преовладува над механичката ($\Delta P < 0, \alpha < 0$). Поради тоа успорувањето и понатаму ќе продолжи, а аголот θ ќе почне сега да се намалува. Кога роторот ќе дојде во состојбата која одговара на точката C (генераторот притоа цело време работи на карактеристиката $P_2(\theta)$, а работната точка се движи по неа, во интервалот од точката B до точката D и назад) ќе имаме повторно рамнотежа меѓу механичката и електричната моќност, но сега брзината на вртење на роторот е $\omega < \omega_0$, па аголот θ и понатаму ќе се намалува, сè додека не ја достигне состојбата која одговара на точката кога е $\theta = \theta_0$. Оттука процесот се повторува по истиот редослед, и тоа би траело бесконечно долго доколку придушните моменти не би постоеле. Меѓутоа, процесот всушност ќе биде придушен и карактерот на измената на аголот θ и брзината на вртење ω ќе бидат како што е тоа прикажано на сликата 5.21.

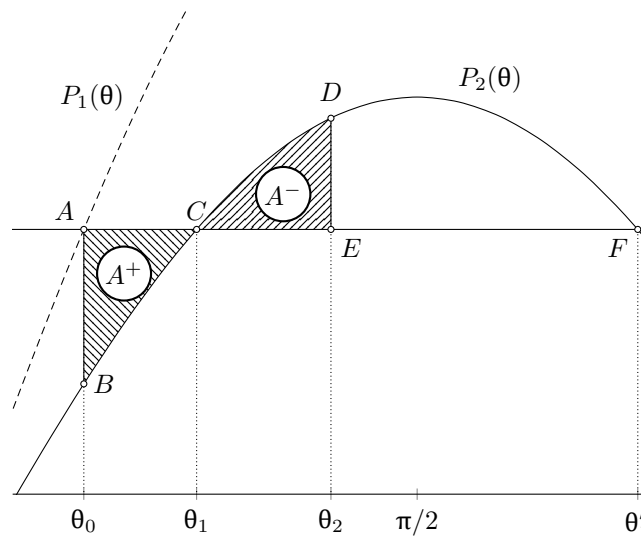


Слика 5.21. Графички приказ на зависноста $\theta = \theta(t)$

5.7.1 Правило на еднакви површини

Ќе го посматраме повторно системот од сликата 5.19, непосредно по исклучувањето на водот V_1 , т. е. веднаш по самото пореметување. Во периодот на забрзување кога е: $\theta_0 < \theta < \theta_1$, ($\Delta P > 0, \alpha > 0$), роторот ја зголемува својата брзина, а со тоа ја зголемува и својата кинетичка енергија W_k . По извесно време, брзината ја достигнува својата максимална вредност $\omega_{\max}$. Во тој момент и кинетичката енергија на роторот е максимална и тоа е состојбата кога е $\theta = \theta_1$ (точка C на сликата 5.22). Прирастот на кинетичката енергија ΔW_k на роторот што се има во тој момент можеме да го пресметаме како работа што е извршена за време на забрзувањето, т.е

$$\Delta W_k = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \Delta M(\theta) \cdot d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{\Delta P(\theta)}{\omega} \cdot d\theta.$$



Слика 5.22. Правило на еднакви површини

Бидејќи во текот на целиот преоден процес брзината на вртење ω се менува, но за многу мал износ така што е $\omega \approx \omega_0 = \text{const.}$, приближно ќе важи:

$$\Delta W_k \approx \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{\Delta P(\theta)}{\omega_0} \cdot d\theta = \frac{1}{\omega_0} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \Delta P(\theta) \cdot d\theta. \quad (5.91)$$

Меѓутоа, во периодот на успорување ($\theta_1 < \theta < \theta_2$) дебалансот на моќност ќе биде негативен ($\Delta P < 0$ и $\alpha < 0$) и роторот се успорува, така што во моментот кога тој ќе го достигне максималниот агол θ_2 , неговата

брзина ќе биде точно еднаква на синхроната $\omega = \omega_0$. Тоа значи дека сета кинетичка енергија што роторот ја акумулирал во периодот на забрзување тој ја вратил во периодот на успорување, така што во моментот кога е $\theta = \theta_2$ ќе биде $\Delta W_k = 0$. Според тоа, ќе имаме:

$$\Delta W_k \equiv 0 = \int_{\theta_0}^{\theta_2} \Delta M(\theta) \cdot d\theta \approx \frac{1}{\omega_0} \cdot \int_{\theta_0}^{\theta_2} \Delta P(\theta) \cdot d\theta, \quad (5.92)$$

или

$$0 = \frac{1}{\omega_0} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \Delta P(\theta) \cdot d\theta + \frac{1}{\omega_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Delta P(\theta) \cdot d\theta. \quad (5.93)$$

Ако ги воведеме ознаките:

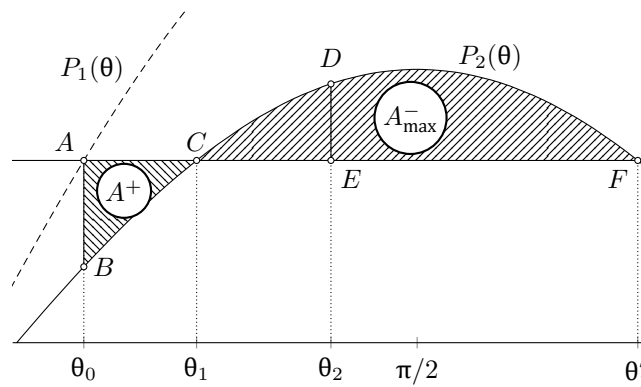
$$\int_{\theta_0}^{\theta_1} \Delta P(\theta) \cdot d\theta = f_{\triangle ABC} = A^+, \quad - \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Delta P(\theta) \cdot d\theta = f_{\triangle CDE} = A^-, \quad (5.94)$$

од условот (5.93) ќе добиеме:

$$A^+ = A^-. \quad (5.95)$$

Величината A^+ претставува површина опфатена со правата $P = P_0$ и кривата $P = P_2(\theta)$ во интервалот на забрзување (θ_0, θ_1) . Затоа неа ја нарекуваме површина на забрзување. Аналогно на неа, величината A^- ја нарекуваме површина на успорување. Графичката интерпретација на овие површини е прикажана на сликата 5.23.

Релацијата (5.95), која директно произлегува од законот за конзервација на енергијата кај ротационите движења (5.93), вели дека површината на забрзување и површината на успорување се секогаш еднакви и се нарекува правило на еднакви површини.



Слика 5.23. Максимална површина за кочење

Да се вратиме повторно на сликата 5.20. Површината f_{CDFEC} ограничена со кривата $P_e(\theta)$ и правата P_0 во интервалот (θ_1, θ'_1) претставува максимална површина што ни стои на располагање за кочење на роторот (слика 5.23). Неа ќе ја означуваме со A_{max}^- и таа изнесува:

$$A_{\text{max}}^- = \int_{\theta_1}^{\theta'_1} (P_{M2} \cdot \sin \theta - P_0) \cdot d\theta. \quad (5.96)$$

Очигледно е дека за да биде преодниот процес осцилаторен, т. е. за да биде системот динамички стабилен, неопходно е максималната површина на успорување да биде поголема од површината на забрзување

$$A_{\text{max}}^- > A^+, \quad (5.97)$$

или нивниот однос, којшто уште се нарекува коефициент на динамичка резерва, треба да биде поголем од 1, т. е.

$$k_d = \frac{A_{\text{max}}^-}{A^+} > 1. \quad (5.98)$$

Условите (5.97) и (5.98) се наедно и критериуми за динамичка стабилност.

5.7.2 Динамичка стабилност при појава на куси врски

Кусите врски се најголема опасност за стабилноста на ЕЕС. Од сите видови куси врски најопасни се трифазните. Во режимот на трифазна куса врска, настаната на собирниците на една централа или во нивна непосредна близина, генераторите во целост се растоваруваат бидејќи, иако струите во таквиот режим се многу големи, тие имаат речиси чисто индуктивен карактер.

На тој начин сета механичка моќност на турбината во ваквиот режим ќе оди на забрзување на роторите, па доколку кусата врска не биде благовремено елиминирана, тоа неминовно ќе доведе до губење на синхронизмот, т. е. до динамичка нестабилност. Ситуацијата е нешто поповолна кога се работи за останатите (несиметричните) видови куси врски, бидејќи кај нив дел од активната електрична моќност ќе може да се пренесува во системот преку здравите фази, но и во тие случаи ќе биде потребно што е можно побрзо елиминирање на настанатата куса врска.

Вообичаена пракса е, во светот и кај нас, поважните центри и преносни водови да се испитуваат на динамичка стабилност при појава на трифазна куса врска. Значи, од прекинувачите на поважните преносни водови (кај нас водови 400 kV) и од прекинувачите кај поголемите производни агрегати се бара да имаат таква брзина на дејствување,

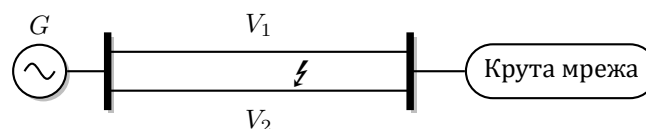
што и во случајот на трифазна куса врска (иако таа е многу ретка) синхронизмот на системот да не биде загрозен. За останатите прекинувачи е вообичаено да се испитуваат (и избираат) според двофазната куса врска со земја. Кај нас тој критериум е нешто поблаг, па испитувањата на динамичката стабилност се вршат при настанување на двофазна куса врска со земја на оддалеченост од електричната централа $20\% \div 25\%$ од должината на далекуводот.

5.7.2.1 Трајна куса врска на вод

Ќе разгледуваме прост едномашински систем (генератор – преносен систем – крута мрежа), прикажан на сликата 5.24. На еден од водовите настанала куса врска. Неа ја моделираме со реактанцијата на кусата врска X_k (слика 5.26). Во овој случај појавата на кусата врска ќе претставува динамички удар, бидејќи генераторот G , кој работел на карактеристиката $P_1(\theta)$, нагло се префрла да работи на карактеристиката $P_2(\theta)$ (слика 5.25).

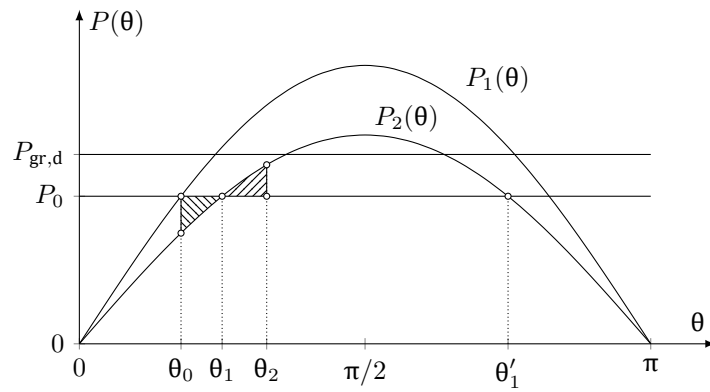
Истражувањето на динамичката стабилност во овој случај ќе биде многу слично на претходниот (исклучување на вод), бидејќи повторно имаме две различни карактеристики на моќност – една за нормалната состојба (слика 5.25), без куса врска, $P_1(\theta)$, и друга за состојбата со куса врска, $P_2(\theta)$.

Бидејќи кусата врска е настаната некаде кон средината на повредениот вод, и во ваквата состојба ќе се пренесува некоја моќност преку преносниот систем, па дури и тогаш кога би се работело за трифазна куса врска.

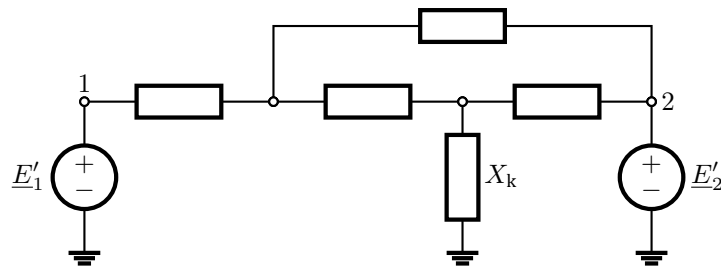


Слика 5.24. Едномашински систем

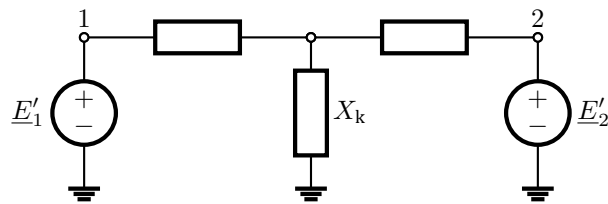
Амплитудата на синусоидата $P_2(\theta)$ лесно ќе ја добиеме ако по пат на трансфигурации на мрежата (слики 5.26 и 5.27), и ја пресметаме меѓусебната импеданција X_{12} . Откако сме ги добиле карактеристиките $P_1(\theta)$ и $P_2(\theta)$ и почетниот агол θ_0 , истражувањето го вршиме аналогно како и во случајот на исклучување на вод. Со правилото на еднакви површини, или пак со некоја друга постапка или метод, утврдуваме дали е системот динамички стабилен.



Слика 5.25. Работни карактеристики на моќност за примерот од сликата 5.24



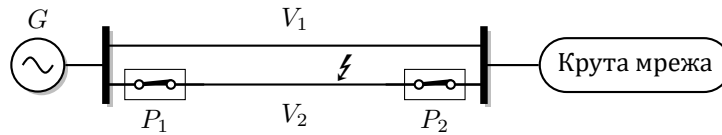
Слика 5.26. Еднофазна заменска шема



Слика 5.27. Трансфигурирана заменска шема

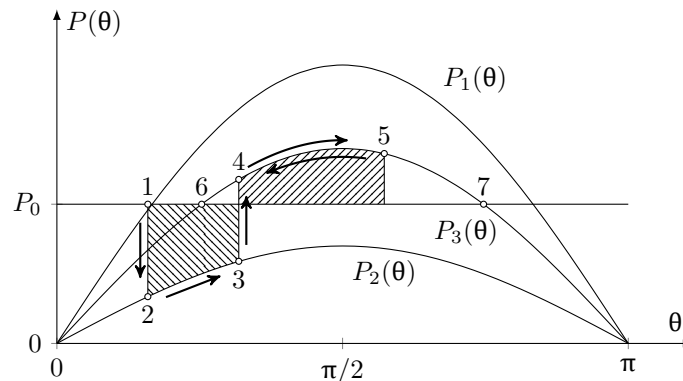
Со помош на правилото на еднакви површини можеме во овој случај да ја одредиме и граничната динамичка моќност $P_{gr,d}$ што генераторот може да ја оддава во претходниот режим, а по кусата врска сè уште да биде динамички стабилен. Во тој случај и без истражување на преодниот процес ќе знаеме дали во една конкретна ситуација системот ќе биде динамички стабилен ($P_0 < P_{gr,d}$) или не ($P_0 > P_{gr,d}$).

5.7.2.2 Куса врска со исклучување на повредениот вод



Слика 5.28. Разгледуван систем со два паралелни вода

Во овој случај (слика 5.28) ќе имаме два динамички удари во мрежата, кои бргу следат еден по друг. Првиот удар (појавата на кусата врска и префрлање на работната точка од карактеристиката $P_1(\theta)$ на карактеристиката $P_2(\theta)$), ќе предизвика нишање на генераторот G , и додека тоа нишање сè уште трае, вториот удар (т. е. исклучувањето на повредениот вод со истовремено дејство на прекинувачите P_1 и P_2) ќе предизвика ново нишање во изменетите услови (работа на мрежата со само еден вод) на работната карактеристика $P_3(\theta)$, како што е тоа прикажано на сликата 5.29.



Слика 5.29. Работни карактеристики за системот од сликата 5.28

Значи, повторно го разгледуваме системот од сликата 5.24. Во нормалната состојба, пред појавата на кусата врска, двата вода се во погон и генераторот работи на карактеристиката $P_1(\theta)$ која има висока амплитуда. Првиот динамички удар претставува појавата на кусата врска, негде кон средината на еден од водовите. На таа состојба ѝ одговара карактеристиката $P_2(\theta)$ која има мала амплитуда. По некое време, под дејство на автоматската релејна заштита, повредениот вод се исклучува од мрежата, па во погон останува само еден вод. На ваквата

состојба ѝ одговара карактеристиката $P_3(\theta)$ која има нешто помала амплитуда од карактеристиката $P_1(\theta)$.

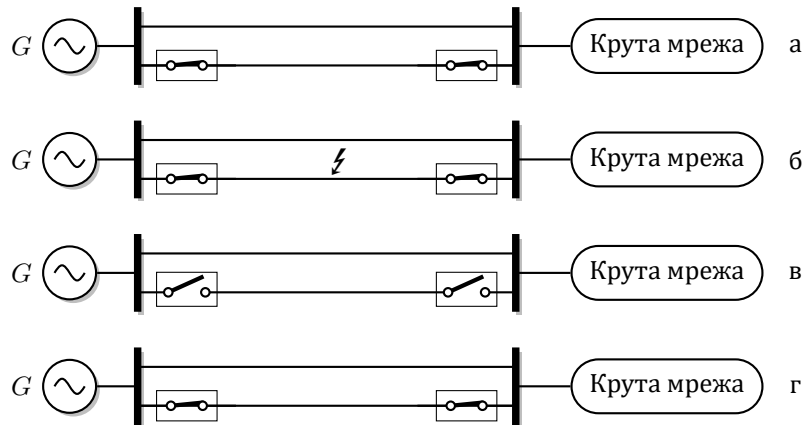
Ако ја нацртаме хоризонталната права, која ја прикажува механичката (односно електричната) моќност пред пореметувањето P_0 , во пресеко на оваа права и карактеристиката $P_1(\theta)$ ја добиваме точката 1 (слика 5.29), која што била работна точка пред настанувањето на преодниот процес. По првиот удар (појава на кусата врска) состојбата ќе биде дефинирана со точката 2, а генераторот ќе работи на карактеристиката $P_2(\theta)$. Од оваа состојба аголот θ ќе почне да се зголемува и по некое време ќе ја достигне точката 3. Нека во тој момент релејната заштита го исклучила повредениот вод. Сега работната точка се преселува на карактеристиката $P_3(\theta)$ (точка 4), а условите на нишање ќе бидат одредени од оваа карактеристика.

Бидејќи роторот во меѓувреме се забрзал ($\omega > \omega_0$), зголемувањето на аголот θ ќе продолжи и понатаму, меѓутоа електричната моќност што ја оддава генераторот сега е веќе поголема од механичката моќност P_0 , па ќе имаме кочење на роторот. Максималниот агол кој ќе се постигне при нишањето одговара на точката 5. Него лесно можеме да го добиеме применувајќи го правилото на еднакви површини. Во конкретниот случај (слика 5.29) не е достигнат критичниот агол кој одговара на точката 7, па аголот θ , по достигнувањето на својата максимална вредност, ќе почне да се намалува. Сега, работната точка ќе се движи по карактеристиката $P_3(\theta)$ за цело време на преодниот процес и ќе осцилира околу новата рамнотежна состојба која ѝ одговара на точката 6. Бидејќи постојат загуби, по извесно време процесот ќе се смири и системот ќе заземе нова рамнотежна состојба, што значи дека е динамички стабилен.

5.7.2.3 Куса врска со исклучување и со автоматско повторно вклучување (АПВ)

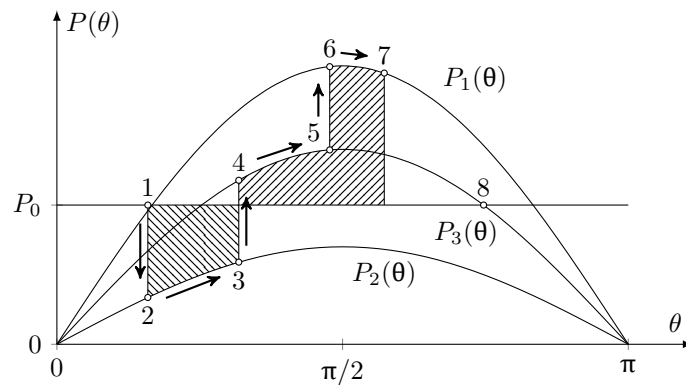
Повторно го разгледуваме системот од сликата 5.24. Во случајот кога имаме појава на куса врска (слика 5.30б), исклучување на повредениот вод (слика 5.30в) и негово повторно вклучување (слика 5.30г), ќе имаме три динамички удари и три состојби на мрежата кои ќе го условуваат нишањето на генераторот.

Најнапред, во нормални услови (слика 5.30а), пред пореметувањето, генераторот работи на карактеристиката $P_1(\theta)$ (слика 5.31), во работната точка 1. Првиот удар е појавата на куса врска на еден од водовите (слика 5.30б). На тој режим му одговара карактеристиката $P_2(\theta)$. За време на овој режим аголот θ се зголемува, а работната точка се движи по карактеристиката $P_2(\theta)$, сè додека не дојде во точката 3. Во тој мо-



Слика 5.30. Работа на преносниот систем со АПВ

мент имаме промена на состојбата во мрежата (исклучување на повредениот вод – слика 5.30в) и нова работна карактеристика $P_3(\theta)$.



Слика 5.31. Работни карактеристики на системот од слика 5.30

Сега работната точка се сели на карактеристиката $P_3(\theta)$, во точката 4. Бидејќи е роторот забрзан, аголот θ и понатаму ќе се зголемува, а работната точка ќе се движи по карактеристиката $P_3(\theta)$. По извесно време, кое се нарекува време на безнапонска пауза (и кое е неопходно за да се изгасне настанатиот електричен лак на повредениот вод и неговата околина да се дејонизира), ќе дојде до повторно вклучување на претходно повредениот вод. Во меѓувреме, аголот θ се зголемува и работната точка се преселила во точката 5. Роторот е сè уште забрзан ($\omega > \omega_0$), но сега имаме нова промена на состојбата (нов динамички

удар) во мрежата и премин на првобитната карактеристика $P_1(\theta)$ која одговара на нормалната состојба во мрежата (слика 5.30а), се разбира доколку во меѓувреме електричниот лак дефинитивно изгаснал, т. е. доколку кусата врска имала преоден (привремен) карактер.

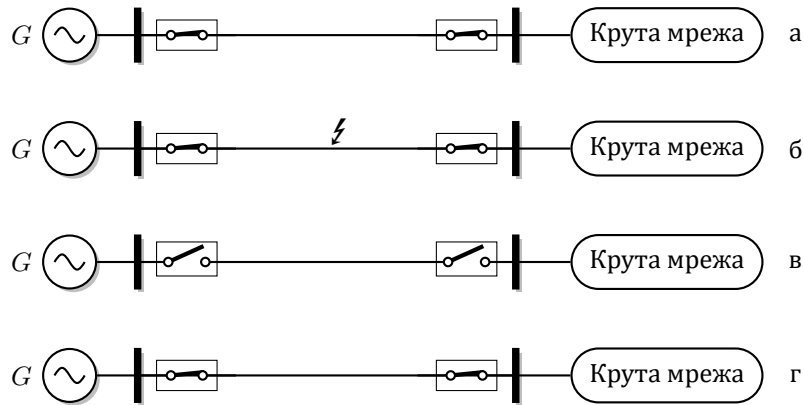
Аголот θ значи и понатаму ќе се зголемува, сè додека роторот не го врати сиот вишок на кинетичка енергија, акумулиран во периодот на забрзувањето. Во еден момент неговата брзина ќе се изедначи со синхроната $\omega = \omega_0$ и аголот θ ќе ја добие својата максимална вредност (точка 7). Максималниот агол, т. е. позицијата на точката 7, и во овој случај можеме да го пресметаме со примена на правилото на еднакви површини. Во точката 7 генераторот оддава моќност повеќе отколку што прима, па аголот θ ќе почне да се намалува. Осцилациите ќе се вршат по карактеристиката $P_1(\theta)$ и по извесно време ќе се пригушат, а системот ќе се стационарира во точката 1, на којашто работел и пред пореметувањето.

Во случајов изложен на сликата 5.31, системот е динамички стабилен. Меѓутоа, доколку механичката моќност P_0 (т. е. моќноста што ја произведувал генераторот пред настанувањето на кусата врска) е преголема, може лесно да се случи работната точка да ја достигне критичната точка 8, а притоа роторот сè уште да не го вратил сиот вишок на кинетичка енергија. Во тој случај работната точка ќе премине преку критичната точка 8 и генераторот ќе го загуби синхронизмот.

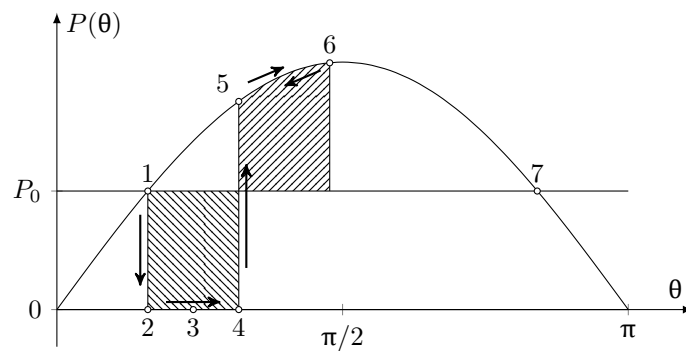
До истиот исход би дошло и доколку времето на исклучување на кусата врска е премногу долго (споро делување на заштитата), поради што точката 3 од сликата 5.31 се поместува премногу десно и се зголемува површината на забрзување. Слично на ова, предолгото траење на времето на безнапонска пауза исто така може да биде причина за динамичка нестабилност.

5.7.2.4 Куси врски во преносен систем со еден вод

Овде имаме случај на генератор приклучен на крута мрежа преку само еден (едносистемски) вод (слика 5.32а). Во овој случај нема никаква смисла да се истражува што се случува при појава на трајна куса врска, или пак при појава на куса врска со исклучување на повредениот вод. Во споменатите случаи доаѓа до губење на синхронизмот на генераторот, бидејќи врската помеѓу генераторот и крутата мрежа трајно се губи. Овде има смисла само да се врши анализа на случајот со АПВ. Значи, и сега ќе имаме три состојби на мрежата во текот на преодниот процес (слики 5.32б, 5.32в и 5.32г) и три динамички удари (појава на кусата врска, исклучување на повредениот вод и негово повторно вклучување).



Слика 5.32. Преносен систем со еден вод



Слика 5.33. Работни карактеристики на посматраниот систем од сликата 5.32

Сега ќе имаме една синусоида $P(\theta)$ која претставува работна карактеристика за нормална состојба во мрежата (состојби на сликите 5.32а и 5.32г). Во случајот кога имаме куса врска (ова важи само за случајот на трифазна куса врска, види слика 5.32б) и за случајот кога водот е исклучен (види слика 5.32в), не постои можност за никаков пренос на моќност, па место синусоида ќе имаме права долж хоризонталната оска (или синусоида со амплитуда нула), како што е тоа прикажано на сликата 5.33. По настанувањето на кусата врска, оддаваната електрична моќност од генераторот ќе падне на нула, па работната точка се преместува од позиција 1 на позиција 2 (слика 5.33). Роторот ќе почне да се забрзува и водот во куса врска ќе се исклучи (точка 3). Меѓутоа, пренесуваната моќност и во случајот претставен на слика 5.32в ќе биде

еднаква на нула, па роторот и понатаму со несмален интензитет ќе се забрзува и аголот θ ќе расте.

Во моментот кога е достигната точката 4 доаѓа до автоматско повторно вклучување на повредениот вод. Ако грешката на водот имала привремен карактер, и кусата врска во меѓувреме се елиминирала, генераторот повторно се враќа да работи на својата работна карактеристика $P(\theta)$ во точката 5.

Во меѓувреме роторот се забрзал, па сега тој има брзина $\omega > \omega_0$. Аголот θ и понатаму ќе се зголемува, но роторот ќе почне да ја намалува својата брзина, бидејќи електричната моќност е поголема од механичката, т. е. $P_e > P_0$ и $\alpha < 0$. Значи, ќе имаме успорување сè до оној момент кога брзината на роторот ќе се изедначи со синхроната (точка 6), а потоа намалување на аголот θ и осцилирање на работната точка по карактеристиката $P(\theta)$ околу точката 1, која ќе биде точка на стабилна рамнотежа.

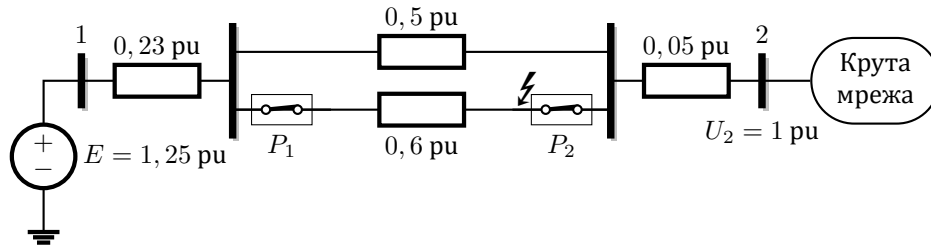
Големината на аголот, кој одговара на крајната положба (точка 6), можеме и овде да го пресметаме со помош на правилото на еднакви површини.

Сликата 5.33 повторно претставува случај на стабилен систем. Меѓутоа, ако моќноста P_0 што ја оддавал генераторот во мрежата пред пореметувањето била несоодветно голема, може да се случи генераторот да го загуби синхронизмот со мрежата во разгледуваниот случај. Слично, ако времетраењето на кусата врска и времето на безнапонска пауза биле премногу долги, повторно ќе дојде до губење на синхронизмот на генераторот при појава на куса врска.

5.7.2.5 Нумерички метод за решавање на динамичка стабилност

Решавањето на системот од диференцијални равенки на нишање на роторите на генераторите во повеќемашински систем не е едноставно и решението $\theta_i(t)$, за секој од генераторите, во општ случај, не може да се добие во аналитичка форма. Во продолжение, преку примери, ќе се запознаеме со примената на нумеричкиот метод на Рунге-Кута за решавање диференцијални равенки. Повеќе детали за методот може да се видат во Прилог Е.

Пример 5.6. Го разгледуваме системот чија шема е прикажана на сликата П.5.6.1. Во него настанала трифазна куса врска на еден од водовите во непосредна близина на прекинувачот P_2 . Податоците за параметрите на елементите од системот (изразени во ри) се прикажани на сликата П.5.6.1. За генераторот е познато дека пред настанувањето на кусата врска работел со моќност $P_0 = P_m = 1$ ри, неговата номинална привидна моќност е $S_n = 1$ ри, а времето на залет $T_j = 6,66$ s.



Слика П.5.6.1. Заменска шема на разгледуваниот ЕЕС

Да се нацртаат кривите $\theta(t)$ и $f(t) = 50 + \Delta\omega(t)/(2\pi)$ за следните два случаја:

- кусата врска се исклучува по 0,15 s,
- кусата врска се исклучува по 0,17 s.

За анализата да се користи наједноставниот механички модел на генератор кој е даден со следните две диференцијални равенки:

$$\frac{d(\Delta\omega)}{dt} = \frac{P_m - P_e(\theta)}{M},$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \Delta\omega,$$

каде што со $\Delta\omega$ е означена промената на аголната брзина на вртење во однос на номиналната.

Решение

Во задачата се разгледуваат три различни режими на работа на генераторот и соодветно на тоа имаме три аглови карактеристики на моќност $P_e(\theta) = P_{Mi} \cdot \sin \theta$

- нормален работен режим,
- режим на трифазна куса врска,
- режим на работа по исклучувањето на кусата врска, кога повредениот вод е исклучен.

Во нормалниот режим на работа имаме:

$$X_{\Sigma 1} = 0,23 + 0,5 \parallel 0,6 + 0,05 = 0,553 \text{ pu};$$

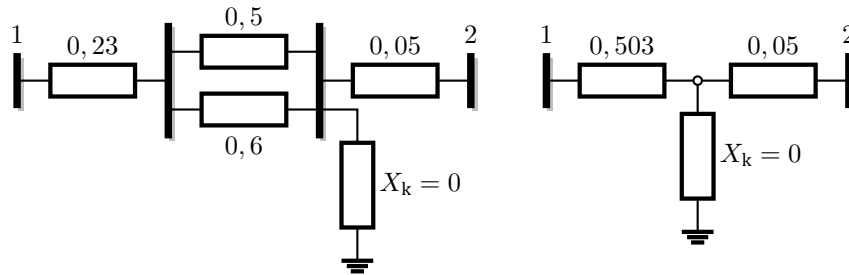
$$P_{M1} = \frac{E \cdot U_2}{X_{\Sigma 1}} = \frac{1,25 \cdot 1}{0,553} = 2,260 \text{ pu}.$$

Во режимот со трифазна куса врска на крајот од еден од водовите ќе имаме состојба како што е тоа прикажано на сликата П.5.6.2. Вршејќи еквивалентирање на редно-паралелните реактанции, се добива Т замен-

ска шема на ЕЕС, од каде потоа следува:

$$X_{12} = X_{\Sigma 2} = 0,503 + 0,05 + \frac{0,503 \cdot 0,05}{X_k} = \infty,$$

$$P_{M2} = \frac{E \cdot U_2}{X_{\Sigma 2}} = 0.$$



Слика П.5.6.2

Во режимот на работа кога повредениот вод е исклучен имаме:

$$X_{\Sigma 3} = 0,23 + 0,5 + 0,05 = 0,78 \text{ pu};$$

$$P_{M3} = \frac{E \cdot U_2}{X_{\Sigma 1}} = \frac{1,25 \cdot 1}{0,78} = 1,603 \text{ pu}.$$

Константата на инерција на агрегатот ќе биде:

$$M = \frac{S_n \cdot T_J}{\omega_0} = \frac{1 \cdot 6,66}{100 \cdot \pi} = 0,0212 \text{ pu}.$$

Проблемот ќе го решиме во два чекора бидејќи електричната моќност на генераторот има два одделни изрази за случајот со и без куса врска во мрежата. При тоа, променливите ги означуваме на следниот начин: $y_1 = \Delta\omega$ и $y_2 = \theta$.

programi/stab/iskl_vod_rk4.m

```
1 addpath('..dif_rav');
2 Pm = 1; Pm1 = 2.26; Pm2 = 0; Pm3 = 1.603; M = 6.66/(100*pi);
3 t_iskl = 0.15;
4 % y(1) = delta_omega
5 % y(2) = teta
6 % работа со режим на куса врска од 0 до t_iskl
7 f = @(t,y) [Pm/M; y(1)];
8 [t, y] = rk4(f, 0, t_iskl, [0 asin(Pm/Pm1)], 50);
9 % работа со исклучен вод од 0 до 1 sekunda
10 f = @(t,y) [(Pm - Pm3*sin(y(2)))/M; y(1)];
11 [t1, y1] = rk4(f, 0, 1, y(end,:), 50);
```

```

12 % dvete resenija staveni posledovatelno
13 t = [t; t1 + t_iskl];
14 y = [y; y1];
15 figure; plot(t, 50 + y(:,1)/(2*pi)); grid;
16 figure; plot(t, y(:,2)/pi*180); grid;

```

Во првиот чекор диференцијалната равенка ја решаваме за t од 0 до t_{iskl} , при што користиме $n = 50$. Во овој период електричната моќност на генераторот изнесува нула, така што десната страна од првата диференцијална равенка дадена во дефиницијата на примерот е P_m/M и според тоа дефинираме функција:

```
f = @(t,y) [Pm/M; y(1)];
```

Почетните вредности на променливите се

$$\Delta\omega^0 = 0, \quad \theta^0 = \arcsin(P_m/P_{M1}).$$

Во вториот чекор диференцијалната равенка ја решаваме за уште една дополнителна секунда, т. е. за t од 0 до 1, при што треба да водиме сметка дека во вкупното време од почетокот на симулацијата веќе поминало време во износ од t_{iskl} кое го додаваме на крајот од симулацијата. Во овој период електричната моќност на генераторот изнесува $P_{M3} \cdot \sin \theta$ и според тоа дефинираме функција:

```
f = @(t,y) [(Pm - Pm3*sin(y(2)))/M; y(1)];
```

Почетните вредности на променливите се еднакви на крајните вредности на променливите од претходниот чекор и затоа за почетните вредности во вториот чекор пишуваме $y(\text{end}, :)$. Решението од вториот чекор го ставаме во вектори $t1$ и $y1$.

На крајот решенијата од двата чекора ги сместуваме во заеднички вектори, со тоа што на времето од вториот чекор му додаваме t_{iskl} .

```

t = [t; t1 + t_iskl];
y = [y; y1];

```

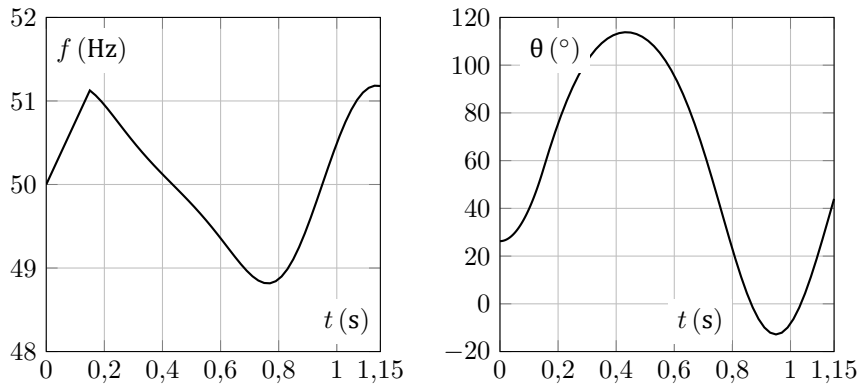
Решението за случајот под б) исто така го добиваме со програмата дадена во `iskl_vod_rk4.m` со тоа што во редицата 3 пишуваме

```
t_iskl = 0.17;
```

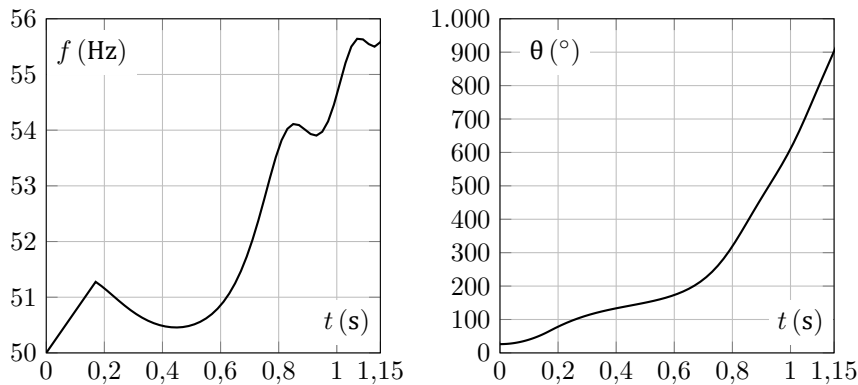
Обликот на кривите $f(t)$ и $\theta(t)$ за случајот под а) е даден на сликата П.5.6.3, а за случајот под б) на сликата П.5.6.4.

Од сликите се забележува дека генераторот во случајот под а) ја задржува стабилноста, бидејќи добиваме криви кои откако ќе се исклучи кусата врска имаат осцилаторен облик со ограничена амплитуда.

За разлика од тоа, во случајот под б) и двете криви $f(t)$ и $\theta(t)$ добиваат сè поголеми вредности со текот на времето, така што заклучуваме дека во овој случај генераторот испаѓа од синхронизам со крутата мрежа.



Слика П.5.6.3



Слика П.5.6.4



Пример 5.7. Да се реши примерот 5.6, така што во системот ќе се земе предвид и автоматско повторно вклучување на водот кај кој настанала кусата врска. Во тој случај, по настанувањето на кусата врска, симулацијата на системот да се направи во следните три работни режими:

1. режим на трифазна куса врска кога е $P_{M2} = 0$ во траење од 0, 17 s,
2. режим на работа по исклучувањето на кусата врска, кога повреде-ниот вод е исклучен при што е $P_{M3} = 1, 603$ ри во траење од 0, 2 s,
3. нормален работен режим по автоматско повторно вклучување на водот кога е $P_{M1} = 2, 26$ ри во траење од 1 s.

Да се нацртаат кривите $\theta(t)$ и $f(t) = 50 + \Delta\omega(t)/(2\pi)$.

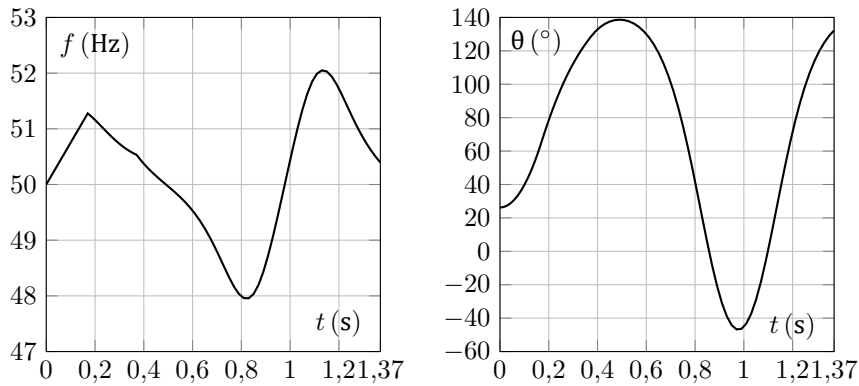
Решение

Во овој случај, слично како кај примерот 5.6, проблемот го решаваме во три чекора. При тоа, за секој чекор, дефинираме соодветни функции во кои само различна е електричната моќност која ја оддава генераторот во мрежата, а должината на секој од чекорите е според наведените времиња за траење на трите работни режима. На крајот, сите три решенија ги комбинираме во едно со соодветно додавање на t_{iskl} во времињата од второто решение и $t_{\text{iskl}} + t_{\text{apv}}$ во времињата од третото решение.

programi/stab/iskl_vod_rk4_apv.m

```
1 addpath('..dif_rav');
2 Pm = 1; Pm1 = 2.26; Pm2 = 0; Pm3 = 1.603; M = 6.66/(100*pi);
3 t_iskl = 0.17; t_apv = 0.2;
4 % y(1) = delta_omega
5 % y(2) = teta
6 % rabota so rezim na kusa vrska od 0 do t_iskl
7 f = @(t,y) [Pm/M; y(1)];
8 [t, y] = rk4(f, 0, t_iskl, [0 asin(Pm/Pm1)], 50);
9 % rabota so isklucen vod od 0 do t_apv
10 f = @(t,y) [(Pm - Pm3*sin(y(2)))/M; y(1)];
11 [t1, y1] = rk4(f, 0, t_apv, y(end,:), 50);
12 % rabota vo normalen rezim od 0 do 1 sekunda
13 f = @(t,y) [(Pm - Pm1*sin(y(2)))/M; y(1)];
14 [t2, y2] = rk4(f, 0, 1, y1(end,:), 50);
15 % trite resenija staveni posledovatelno
16 t = [t; t1 + t_iskl; t2 + t_iskl + t_apv];
17 y = [y; y1; y2];
18 figure; plot(t, 50 + y(:,1)/(2*pi)); grid;
19 figure; plot(t, y(:,2)/pi*180); grid;
```

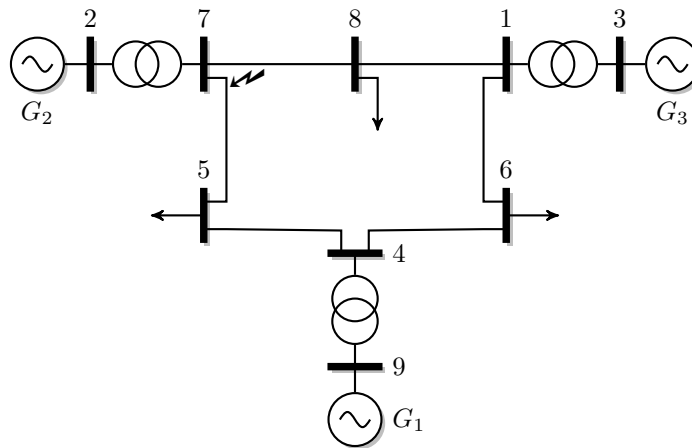
За разлика од случајот б) од примерот 5.6, кога за времетраење на кусата врска од 0,17 s генераторот го изгуби синхронизмот, овде генераторот останува во синхронизам затоа што по 0,2 s по исклучувањето на кусата врска ($t = 0,37$) s, водот повторно се вклучува и генераторот оддава поголема електрична моќност со што посилено се кочи. Кривите $\theta(t)$ и $f(t)$ имаат осцилаторен карактер со ограничена амплитуда (слика П.5.7.1).



Слика П.5.7.1



Пример 5.8. Го разгледуваме системот од примерот 5.4 во кој има трифазна куса врска на крајот од гранката 5-7 во непосредна близина на јазелот 7 (слика П.5.8.1). Кусата врска се елиминира по 0,1 s со исклучување на гранката 5-7 која останува трајно исклучена. Да се определат промените на аглите на електромоторните сили на генераторите, како и релативните промени $\theta_{21}(t)$ и $\theta_{31}(t)$.



Слика П.5.8.1

Решение

На почеток е потребно да ги пресметаме електромоторните сили и механичките моќности на генераторите за нормалниот работен режим

пред настанување на кусата врска, а потоа решението ќе го добиеме со користење на функцијата `stabilnost` и тоа за следните два случаја:

1. режим со куса врска кај јазелот 7 со траење од 0,1 s;
2. нормален работен режим со елиминирана куса врска и исклучена гранка 5-7, со траење од 2 s;

programi/stab/kusa_vrska_ees_9.m

```

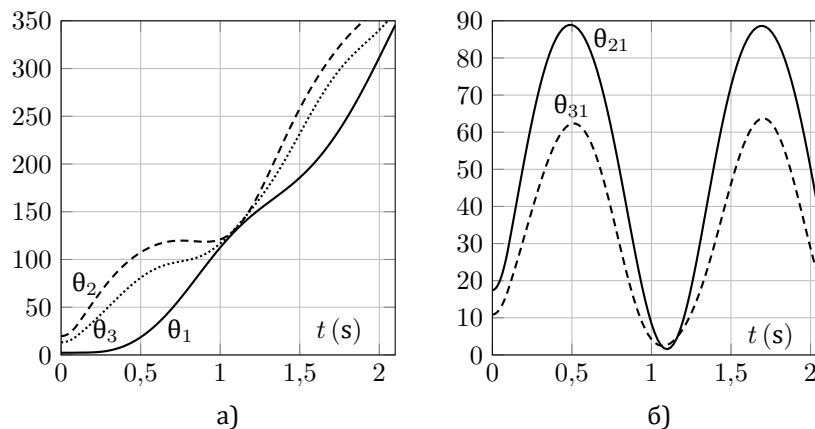
① 1 ees = ees_9_jazli; % pocetna sostojba na sistemot
2 [Y, E] = matrica_yg(ees);
3 ees.E = abs(E); % EMS na generatorite
4 ees.teta = angle(E); % fazni agli
5 ees.Pm = real(E.*conj(Y*E)); % mehanicka moknost
6
② 7 ees.kv = [% kusa vrska
8           7 1e-6 % jazel Zk
9 ];
10 [Y, E] = matrica_yg(ees);
11 ees.Y = Y;
12 % resavanje na sistem od diferencijalni ravenki
13 ees.y0 = [ees.teta; zeros(3,1)];
14 t_kv = 0.1;
15 [t1, teta1, delta_omega1] = stabilnost(ees,t_kv,100);
16
③ 17 ees.granka_iskl = [% isklucuvanje na grankata 7-5
18                    7 5 % pocetok kraj
19 ];
20 ees = rmfield(ees, 'kv'); % brisenje na kusata vrska
21 [Y, E] = matrica_yg(ees);
22 ees.Y = Y;
23 % resavanje na sistem od diferencijalni ravenki
24 ees.y0 = [teta1(end,:)' ; delta_omega1(end,:)]';
25 [t2, teta2, delta_omega2] = stabilnost(ees,2,100);
26
④ 27 t = [t1; t2+t_kv];
28 teta = [teta1; teta2]/pi*180;
29 close all
30 figure; plot(t,teta); xlabel('t [s]'); ylabel('teta [o]'); grid;
31 figure; plot(t,teta(:,2:3)-teta(:,1)); xlabel('t [s]'); ylabel('
    teta-teta_1 [o]'); grid;

```

Целата постапка е дадена во `kusa_vrska_ees_9.m` во која лесно се идентификуваат следните чекори:

- ① Решавање на нормалниот работен режим пред настанување на кусата врска и пресметка на ефективните вредности на електромоторните сили `ees.E`, фазните агли `ees.teta` и механичките моќности на генераторите `ees.Pm`.
- ② Додавање на матрицата `ees.kv` со која се дефинира трифазна куса врска кај јазелот 7 и решавање на диференцијалните равенки со што се добиваат векторот `t1` со временските моменти за кои е добиено решението, како и матриците `teta1` и `delta_omega1` кои имаат по 3 колони во кои се содржат фазните агли и отстапувањето на аголната брзина, во однос на номиналната за сите 3 генератори.

- ③ Додавање на матрицата `ees.granka_iskl` со која се дефинира исклучување на гранката 5-7 и бришење на матрицата `ees.kv` со што се елиминира кусата врска во системот. Со повторно решавање на диференцијалните равенки се добиваат векторот `t2` и матриците `teta2` и `delta_omega2`.
- ④ Спојување на двете решенија во едно заедничко со формирање на векторот `t` и матрицата `teta`, кои потоа се користат за цртање на бараните криви со што се добива решението прикажано на сликата П.5.8.2, каде што на ординатната оска се дадени агли во степени.



Слика П.5.8.2

Од сликата П.5.8.2б се забележува дека системот е стабилен. Максималната аголна разлика е блиску 90° и во втората периода од осцилациите таа вредност не е надмината со што добиваме осцилаторно решение со константна амплитуда. Кога би го уважиле и асинхрониот придушен момент осцилациите на аглиите ќе бидат придушени и со текот на времето ќе исчезнат.

□ □ □

5.8 Дополнителни примери за стабилност на ЕЕС

Пример 5.9. Синхрон генератор е приклучен на крута мрежа и работи на карактеристиката $P(\theta) = 170 \sin \theta$. Колкави ќе бидат периодот T_n и фреквенцијата f_n на слободните осцилации, предизвикани од мали пореметувања во работата на генераторот за следните два случаја:

- генераторот ја оддава номиналната активна моќност
 $P_0 = P_n = 85 \text{ MW}$;
- генераторот оддава 50% од номиналната активна моќност
 $P_0 = 42,5 \text{ MW}$.

Податоци за генераторот: $S_n = 100 \text{ MVA}$; $\cos \varphi_n = 0,85$; $T_J = 6 \text{ s}$.

Решение

Константата на инерција M на зададениот агрегат ќе изнесува:

$$M = \frac{S_n T_J}{\omega_0} = \frac{100 \cdot 6}{100 \cdot \pi} = 1,91 \frac{\text{MW} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}}.$$

а) Генераторот во мрежата оддава моќност $P_0 = P_n = 85 \text{ MW}$

Работниот агол θ_0 ќе го добиеме од условот $P_0 = P_M \sin \theta_0$, од каде што следува:

$$\theta_0 = \arcsin \frac{P_0}{P_M} = \arcsin \frac{85}{170} = 30^\circ.$$

Синхронизационата моќност P_s во овој случај ќе изнесува:

$$P_s = P_M \cos \theta_0 = 170 \cdot \cos 30^\circ = 147,2 \text{ MW}.$$

Понатаму, периодот T_n и фреквенцијата f_n на сопствените осцилации на нишањето на генераторот при мали пореметувања, кога тој работи во посматраниот режим, ќе биде:

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{P_s/M}} = \frac{2\pi}{\sqrt{147,2/1,91}} = 0,717 \text{ s};$$

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{0,716} = 1,40 \text{ Hz}.$$

б) Генераторот оддава во мрежата моќност $P_0 = P_n/2 = 42,5 \text{ MW}$

Во овој случај работниот агол θ_0 ќе изнесува:

$$\theta_0 = \arcsin \frac{P_0}{P_M} = \arcsin \frac{42,5}{170} = 14,5^\circ.$$

па соодветно на тоа, ќе имаме:

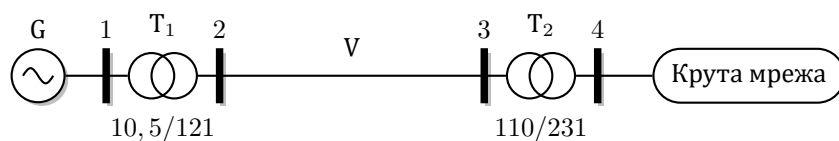
$$P_s = P_M \cos \theta_0 = 170 \cdot \cos 14,5^\circ = 164,6 \text{ MW};$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{P_s/M}} = \frac{2\pi}{\sqrt{164,6/1,91}} = 0,677 \text{ s};$$

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{0,677} = 1,48 \text{ Hz}.$$

□ □ □

Пример 5.10. За системот претставен на сликата П.5.10.1, да се определи максималната моќност P_M што може да се пренесува преку него, како и да се определи границата на статичката стабилност. Синхронизираниот генератор е без автоматска регулација на возбудата (АРВ) и работи со номинална возбудата. Напонот на крутата мрежа се одржува на константна вредност $U_4 = 225 \text{ kV}$.



Слика П.5.10.1

Податоци за елементите:

- G : $S_n = 80 \text{ MVA}$; $\cos \varphi_n = 0,9$; $U_n = 10,5 \text{ kV}$; $x_d = x_q = 160\%$; $T_j = 8 \text{ s}$.
- T_1 : $S_n = 80 \text{ MVA}$; $U_{1n}/U_{2n} = 10,5/121 \text{ kV/kV}$; $u_k = 12\%$; $R_T \approx 0$.
- V : $\underline{z} = (0,1 + j0,42) \Omega/\text{km}$; $l = 50 \text{ km}$.
- T_2 : $S_n = 80 \text{ MVA}$; $U_{1n}/U_{2n} = 110/231 \text{ kV/kV}$; $u_k = 12\%$; $R_T \approx 0$.

Решение

Поради малите вредности на активните отпорности на елементите од преносниот систем, ќе работиме само со нивните реактанции. За таа цел најнапред ќе ги пресметаме реактанциите на поедините елементи (сведени на напонско ниво 110 kV), а потоа ќе ја пресметаме и сумарната

реактанција на преносниот систем X_{Σ} :

$$\begin{aligned} X_d = X_q &= \frac{x_d}{100} \frac{U^2}{S_n} = \frac{160}{100} \frac{10,5^2}{80} \left(\frac{121}{10,5} \right)^2 = 292,8 \, \Omega; \\ X_V &= x \cdot l = 0,42 \cdot 50 = 21 \, \Omega; \\ X_{T1} &= \frac{u_k}{100} \frac{U^2}{S_n} = \frac{12}{100} \frac{121^2}{80} = 22,0 \, \Omega; \\ X_{T2} &= \frac{u_k}{100} \frac{U_2}{S_n} = \frac{12}{100} \frac{110^2}{80} = 18,2 \, \Omega; \\ X_{\Sigma} &= X_d + X_{T1} + X_V + X_{T2} = 292,8 + 22 + 21 + 18,2 = 354 \, \Omega. \end{aligned}$$

Внатрешната електромоторна сила којашто одговара на режимот кога генераторот работи со номиналната возбуда ќе ја добиеме со помош на равенката за напони на генераторот:

$$\underline{E}_{qnf} = \underline{U}_{nf} + jX_q \cdot \underline{I}_n,$$

од каде што преку множење со $\sqrt{3}$ добиваме релација изразена преку меѓуфазните напони:

$$\underline{E}_{qn} = \underline{U}_n + j\sqrt{3} \cdot X_q \cdot \underline{I}_n.$$

Нека фазниот агол на напонот кај генераторот е еднаков на нула, тогаш фазниот агол на струјата ќе биде $-\varphi_n$, така што ќе добиеме:

$$\underline{E}_{qn} = U_n + j\sqrt{3} \cdot X_q \cdot I_n \cdot (\cos \varphi_n - j \sin \varphi_n),$$

од каде за ефективната вредност на електромоторната сила имаме:

$$E_{qn} = \sqrt{\left(U_n + \sqrt{3} X_q I_n \sin \varphi_n \right)^2 + \left(\sqrt{3} X_q I_n \cos \varphi_n \right)^2}.$$

Бидејќи реактанциите за целиот систем се сведени на напонско ниво 110 kV, вредностите на U_n и I_n ги свеѓуваме на истото напонско ниво:

$$\begin{aligned} U_n &= 10,5 \cdot \frac{121}{10,5} = 121 \, \text{kV}; \\ I_n &= \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} \cdot \frac{10,5}{121} = \frac{80}{\sqrt{3} \cdot 10,5} \cdot \frac{10,5}{121} = 0,3817 \, \text{kA}. \end{aligned}$$

Електромоторната сила изнесува:

$$\begin{aligned} E_{qn} &= \sqrt{\left(121 + \sqrt{3} \cdot 292,8 \cdot 0,3817 \cdot 0,4359 \right)^2 + \left(\sqrt{3} \cdot 292,8 \cdot 0,3817 \cdot 0,9 \right)^2} \\ &= 269,32 \, \text{kV}. \end{aligned}$$

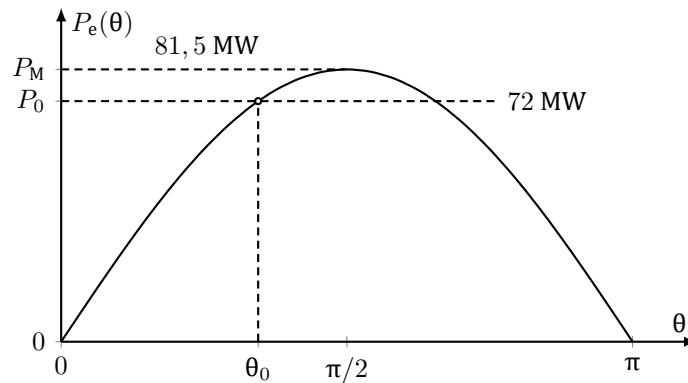
Напонот U_4 сведен на 110 kV страна е:

$$U_4 = 225 \cdot (110/231) = 107,15 \text{ kV};$$

според тоа, максималната моќност што генераторот би можел да ја испорача на ЕЕС изнесува:

$$P_M = \frac{E_{qn} \cdot U_4}{X_\Sigma} = \frac{269,32 \cdot 107,15}{354} = 81,5 \text{ MW}.$$

Значи, во дадените услови на работа генераторот ќе работи на карактеристиката на моќност $P(\theta) = 81,5 \sin \theta$ прикажана на сликата П.5.10.2.



Слика П.5.10.2. Карактеристика на моќност

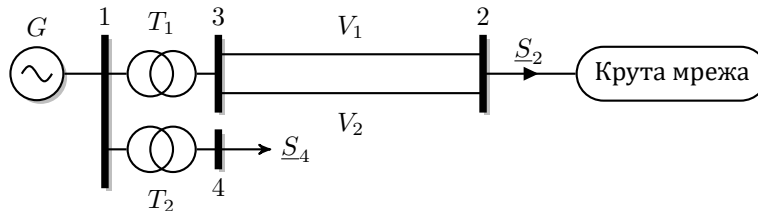
За случајот кога е $P_0 = P_n = S_n \cos \varphi_n = 72 \text{ MW}$ работниот агол на изместување ќе биде:

$$\theta_0 = \arcsin(P_0/P_M) = 62^\circ.$$

Бидејќи границата на статичката стабилност во овој случај е дефинирана со условот $dP/d\theta > 0$, имајќи предвид дека е $P_e = P_M \sin \theta$, следува дека максималниот (граничниот) агол на изместување, за кој системот ќе биде сè уште статички стабилен, изнесува $\theta < 90^\circ$. Значи, кога генераторот работи со номинална возбуда, системот ќе биде статички стабилен за секоја произведена моќност $P_0 < P_M$

□ □ □

Пример 5.11. На сликата П.5.11.1 е прикажан еден ЕЕС. Да се испита системот на статичка стабилност и да се определи коефициентот на статичка резерва k_s



Слика П.5.11.1

Податоци за елементите:

- G : 130 MVA; 10,5 kV; $x_d = 120\%$; $x_q = 75\%$; (без АРВ)
- T_1 : 100 MVA; 10,5/110 kV/kV; $u_k = 10,5\%$;
- T_2 : 20 MVA; 10,5/35 kV/kV; $u_k = 6\%$;
- $V_1 \equiv V_2$: $z = (0,17 + j0,398) \Omega/\text{km}$; $b = 2,79 \mu\text{S}/\text{km}$; $l = 130 \text{ km}$;
- Предадена моќност на ЕЕС: $S_2 = (90 + j30) \text{ MVA}$; $U_2 = 110 \text{ kV}$;
- Потрошувач 4: $S_4 = (16 + j12) \text{ MVA}$; $U_4 = 35 \text{ kV}$;

Решение

Проблемот ќе го решиме со примена на единичните (pu) величини. За базни величини ќе ги усвоиме следните:

$$U_{B1} = 10,5 \text{ kV}; \quad U_{B2} = 35 \text{ kV}; \quad U_{B3} = 110 \text{ kV}; \quad S_B = 100 \text{ MVA}.$$

Со оглед на тоа соодветните базни импеданции ќе бидат:

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = 1,0125 \Omega; \quad Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B} = 12,25 \Omega; \quad Z_{B3} = \frac{U_{B3}^2}{S_B} = 121 \Omega.$$

Понатаму, сите електрични величини во наредниот дел ќе ги изразуваме во релативни единици и величините ќе ги означуваме со мали букви.

Потрошувачот приклучен во јазелот 4 ќе го претставиме во шемата со соодветната импеданција Z_{P4} чија природна вредност изнесува:

$$Z_{P4} = \frac{U_{P4}^2}{S_4^*} = (49 + j36,75) \Omega,$$

додека нејзината вредност во единични вредности ќе биде:

$$z_{P4} = \frac{Z_{P4}}{Z_{B2}} = \frac{49 + j36,75}{12,25} = (4 + j3) \text{ pu}.$$

Понатаму имаме:

$$x_{T1} = \frac{u_{k1}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \frac{S_B}{U_{B3}^2} = \frac{10,5}{100} \cdot \frac{110^2}{100} \cdot \frac{100}{110^2} = 0,105 \text{ pu};$$

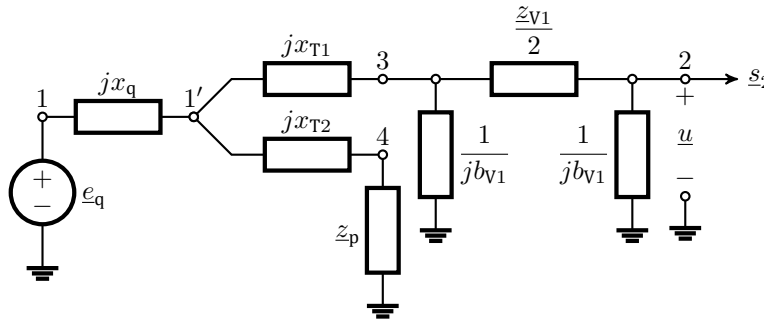
$$x_{T2} = \frac{u_{k2}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \frac{S_B}{U_{B2}^2} = \frac{6}{100} \cdot \frac{35^2}{20} \cdot \frac{100}{35^2} = 0,3 \text{ pu};$$

$$z_{V1} = \frac{z \cdot l}{Z_{B3}} = \frac{(0,17 + j0,398) \cdot 130}{121} = (0,183 + j0,428) \text{ pu};$$

$$\frac{b_{V1}}{2} = \frac{b \cdot l/2}{Y_{B3}} = \frac{b \cdot l}{2} \cdot Z_{B3} = 2,79 \cdot 10^{-6} \cdot 65 \cdot 121 = 0,0219 \text{ pu};$$

$$x_q = \frac{x_q \%}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \frac{1}{Z_{B1}} = \frac{75}{100} \cdot \frac{10,5^2}{130} \cdot \frac{1}{1,1025} = 0,577 \text{ pu}.$$

На тој начин ги одредивме параметрите на заменската шема, прикажана на сликата П.5.11.2.



Слика П.5.11.2. Еднофазна заменска шема на системот од примерот 5.11

По пат на разни трансфигурации може да се елиминираат пасивните јазли: 1', 3 и 4 и на тој начин мрежата меѓу јазлите 1 и 2 да се претстави како еден п-четворопол, прикажан на сликата П.5.11.3.

Параметрите на овој еквивалентен четворопол се следните:

$$z_1 = (11,468 + j10,643) = 15,646 \cdot e^{j42,9^\circ} \text{ pu},$$

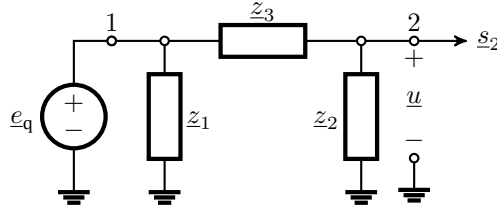
$$z_2 = (10,406 - j0,745) = 10,433 \cdot e^{-j4,1^\circ} \text{ pu},$$

$$z_3 = (0,068 + j0,920) = 0,922 \cdot e^{j85,8^\circ} \text{ pu}.$$

Од дефиницијата на сопствените и меѓусебните адмитанции на редуцираната мрежа следуваат следните релации:

$$y_{11} = 1/z_1 + 1/z_3 = 1,1316 \cdot e^{-j83,6^\circ} \text{ pu}; \quad \alpha_{11} = 173,6^\circ;$$

$$y_{12} = -1/z_3 = 1,0840 \cdot e^{j94,2^\circ} \text{ pu}; \quad \alpha_{12} = -4,2^\circ.$$



Слика П.5.11.3. Колото од сликата П.5.11.2 прикажано како еквивалентен π -четворопол

Единичните вредности на напонот $\underline{U}_2$ и моќноста $\underline{S}_2$ при јазелот 2 ќе бидат:

$$\underline{u}_2 = \frac{\underline{U}_2}{U_{B3}} = \frac{110}{110} = 1 \text{ pu};$$

$$\underline{s}_2 = \frac{\underline{S}_2}{S_B} = \frac{90 + j30}{100} = (0,9 + j0,3) \text{ pu}.$$

Тргувајќи од познатиот напон $\underline{u}_2$ и познатата моќност $\underline{s}_2$, со решавање на колото прикажано на сликата П.5.11.3 лесно се добива пу вредноста на внатрешната електромоторна сила на генераторот во разгледуваниот режим. Таа изнесува $e_q = 1,606 \cdot e^{j33,9^\circ}$ пу.

Сега можеме да ја пресметаме аголовата карактеристика на моќност на која ќе работи генераторот. Од равенката (5.27) следува:

$$p(\theta) = e_q^2 \cdot y_{11} \cdot \sin \alpha_{11} + e_q \cdot u_2 \cdot y_{12} \cdot \sin(\theta + \alpha_{12}) \text{ pu},$$

$$p(\theta) = 0,325 + 1,741 \cdot \sin(\theta - 4,3^\circ) \text{ pu}.$$

За вредноста на аголот $\theta = 94,3^\circ$ ќе добиеме:

$$p_{\max} = 0,328 + 1,742 = 2,066 \text{ pu}.$$

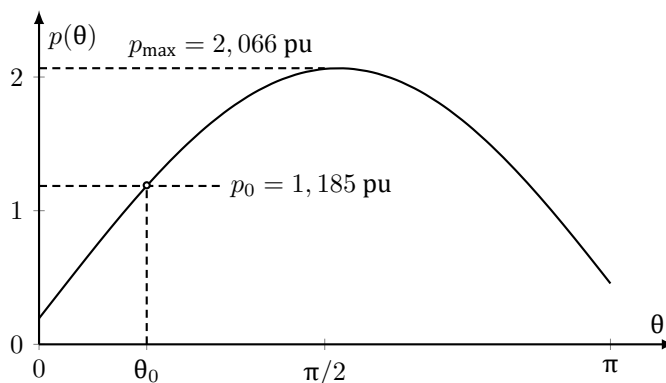
Во посматраниот режим на работа аголот на изместување изнесува $\theta_0 = 33,9^\circ$, па според тоа, генераторот ќе оддава моќност

$$p_0 = 0,325 + 1,741 \cdot \sin(33,9^\circ - 4,3^\circ) = 1,185 \text{ pu}.$$

Коефициентот на статичка резерва k_s во дадениот режим ќе изнесува:

$$k_s = \frac{p_{\max} - p_0}{p_0} = \frac{2,066 - 1,185}{1,185} = 0,744.$$

Забелешка: Доколку проблемот го решивме со занемарување на попречните гранки, за коефициентот на статичка резерва ќе добиевме



Слика П.5.11.4. Аглова карактеристика на моќност за генераторот кај јазелот 1

вредност $k_s = 0,755$, што е за околу 1,5% повеќе од неговата точна вредност. Значи, попречните гранки не влијаат многу на конечниот резултат, па затоа, заради намалување на обемот на пресметките, при анализите на статичката стабилност на ЕЕС тие многу често и се занемаруваат. Од друга страна, занемарувањето на активните отпорности на елементите од ЕЕС дава секогаш понеповолна слика за статичката стабилност на системот, но сега веќе грешките не се занемарливи. Затоа, доколку се бара точен резултат, неопходно ќе биде во пресметките да се уважуваат, во секој случај, активните отпорности на сите елементи од системот, а пред сè, на водовите.

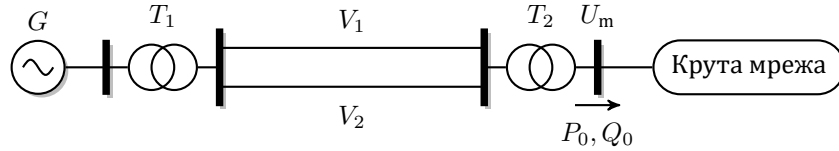
□ □ □

Пример 5.12. Во ЕЕС прикажан на сликата П.5.12.1 доаѓа до ненадејно исклучување на еден од водовите. Пред исклучувањето на водот, режимот во којшто работел системот ги имал следните параметри (изразени во релативни единици при базна моќност $S_B = 220 \text{ MVA}$ и базен напон $U_B = 210 \text{ kV}$):

$P_0 = 1 \text{ pu}$; $Q_0 = 0,2 \text{ pu}$; $U_m = 1 \text{ pu}$; $X'_d = 0,295 \text{ pu}$; $X_{T1} = 0,138 \text{ pu}$; $X_{T2} = 0,122 \text{ pu}$; $X_{V1} = X_{V2} = X_V = 0,488 \text{ pu}$.

За генераторот G се познати следните податоци: $S_n = 1 \text{ pu}$; $T_j = 8,18 \text{ s}$.

Да се утврди дали е системот динамички стабилен и со помош на правилото на еднакви површини да се пресмета максималниот агол на нишање θ_2 .



Слика П.5.12.1

Решение

а) Режимски параметри пред исклучување на водот

Ќе го поставиме фазорот на напонот U_m на фазната оска, т. е. $\underline{U}_m = U_m = 1$ pu. Понатаму пресметуваме:

$$X_{\Sigma 1} = X'_d + X_{T1} + X_V/2 + X_{T2} = 0,799 \text{ pu};$$

$$\underline{E}' = U_m + \frac{Q_0 X_{\Sigma 1}}{U_m} + j \frac{P_0 X_{\Sigma 1}}{U_m} = 1,16 + j0,799 = 1,41 \cdot e^{j34,5^\circ} \text{ pu};$$

што значи дека е $E' = 1,41$ pu и $\theta_0 = 34,5^\circ = 0,602 \text{ rad}$.

Карактеристиката на моќност на којашто ќе работи генераторот G , значи, ќе биде:

$$P_{M1} = \frac{E' \cdot U_m}{X_{\Sigma 1}} = \frac{1,41 \cdot 1}{0,799} = 1,765 \text{ pu};$$

$$P_1(\theta) = 1,765 \cdot \sin \theta.$$

б) Работа на системот по исклучувањето на водот

После исклучувањето на еден од водовите ќе дојде до промена на еквивалентната реактанција и до работа на генераторот на нова аглова карактеристика. Значи, по исклучувањето на водот ќе имаме:

$$X_{\Sigma 2} = X'_d + X_{T1} + X_V + X_{T2} = 1,043 \text{ pu};$$

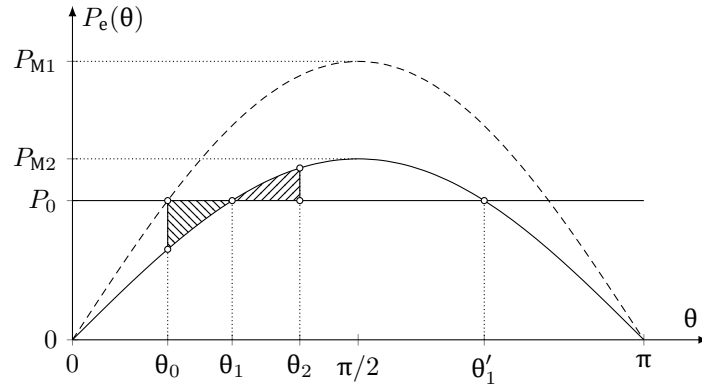
$$P_{M2} = \frac{E' \cdot U_m}{X_{\Sigma 2}} = \frac{1,41 \cdot 1}{1,043} = 1,35 \text{ pu};$$

$$P_2(\theta) = 1,35 \cdot \sin \theta.$$

Значи по исклучувањето на водот генераторот ќе премине да работи на карактеристиката $P_2(\theta)$, (види слика П.5.12.2), па системот ќе биде динамички стабилен, ако површината на забрзување A^+ е помала од расположливата површина за успорување $A_{\max}^-$. Според тоа, во склад со сликата П.5.12.2 ќе имаме:

$$\theta_1 = \arcsin(P_0/P_{M2}) = \arcsin(1/1,35) = 47,8^\circ = 0,834 \text{ rad};$$

$$\theta'_1 = 180 - \theta_1 = 132,2^\circ = 2,307 \text{ rad}.$$



Слика П.5.12.2. Аглови карактеристики на моќност

Системот ќе биде динамички стабилен доколку површината на забрзување A^+ е помала од расположивата површина за успорување (кочење) $A_{\max}^-$. Според тоа, ќе имаме:

$$\begin{aligned} A^+ &= \int_{\theta_0}^{\theta_1} \Delta P(\theta) d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_1} (P_0 - P_{M2} \sin \theta) d\theta \\ &= P_0(\theta_1 - \theta_0) + P_{M2}(\cos \theta_1 - \cos \theta_0) \\ &= 1 \cdot (0,834 - 0,602) + 1,35 \cdot (\cos 47,8^\circ - \cos 34,5^\circ) = 0,0278 \text{ pu}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\max}^- &= - \int_{\theta_1}^{\theta'_1} \Delta P(\theta) d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta'_1} (P_{M2} \sin \theta - P_0) d\theta \\ &= P_0(\theta_1 - \theta'_1) + P_{M2}(\cos \theta_1 - \cos \theta'_1) \\ &= 1 \cdot (0,834 - 2,307) + 1,35 \cdot (\cos 47,8^\circ - \cos 132,2^\circ) = 0,341 \text{ pu}. \end{aligned}$$

Значи, коефициентот на динамичка резерва во овој случај ќе биде:

$$k_d = A_{\max}^- / A^+ = 0,341 / 0,0278 = 12,3.$$

Бидејќи е $k_d > 1$, тоа ќе значи дека за разгледуваното пореметување системот ќе биде динамички стабилен.

Максималниот агол θ_2 што роторот на генераторот ќе го заземе во однос на референтната вртлива оска (односно во однос на фазорот на напонот на мрежата U_m), ќе го пресметаме со примена на критериумот на еднакви површини, според кој важи $A^+ = A_{\max}^-$, т. е.

$$\int_{\theta_0}^{\theta_1} (P_0 - P_{M2} \sin \theta) d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (P_{M2} \sin \theta - P_0) d\theta,$$

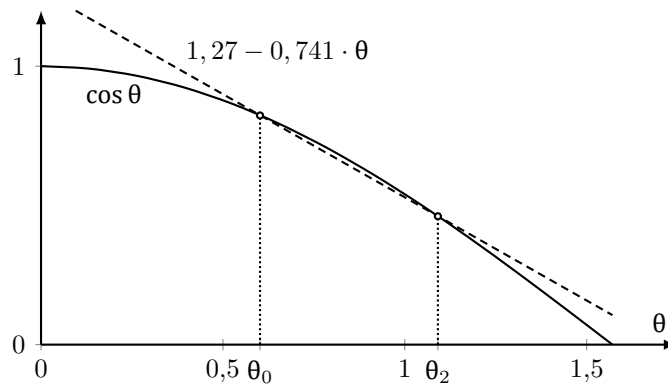
односно

$$P_0(\theta_1 - \theta_0) + P_{M2}(\cos \theta_1 - \cos \theta_0) = P_0(\theta_1 - \theta_2) + P_{M2}(\cos \theta_1 - \cos \theta_2),$$

од каде се добива:

$$\begin{aligned}\cos \theta_2 &= \cos \theta_0 + \frac{P_0}{P_{M2}}(\theta_0 - \theta_2), \\ \cos \theta_2 &= 1,27 - 0,741 \cdot \theta_2.\end{aligned}$$

Како што гледаме, последната равенка која го дава бараното решение за θ_2 е трансцедентна. Нејзините решенија приближно можеме да ги определиме графички, како што е тоа прикажано на сликата П.5.12.3. Од сликата се гледа дека таа има две решенија, од кои едното е веќе познато $\theta_0 = 0,602 \text{ rad}$, а второто решение кое има приближна вредност околу 1 rad ќе го добиеме нумерички.



Слика П.5.12.3

Нумерички, решението на една нелинеарна равенка од обликот

$$f(x) = 0,$$

се добива поаѓајќи од развивањето во Тајлоров ред на функцијата $f(x)$ во околина на точката x

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)}{2}\Delta x + \dots$$

За мали вредности на Δx , членовите од втор и повисок ред се занемарливо мали, така што ако зададеме $f(x + \Delta x) = 0$ се добива:

$$\Delta x = -\frac{f(x)}{f'(x)},$$

со што за корекција на решението од итерацијата i можеме да напишеме:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}.$$

Во конкретниот случај нелинеарната функција е:

$$f(x) = 0,741 \cdot x + \cos x - 1,27$$

така што формулата за уточнување на решението гласи:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{0,741 \cdot x_i + \cos x_i - 1,27}{0,741 - \sin x_i}.$$

Начинот на изведување на пресметките во MATLAB, со прекин кога ќе е исполнет условот $|f(x)| \leq 10^{-6}$, е даден со следната програма:

programi/stab/nelin_rav.m

```
1 kraj = false; iter = 0;
2 x = 1
3 while (~kraj && iter < 100)
4     iter = iter + 1;
5     f = 0.741*x + cos(x) - 1.27;
6     df = 0.741 - sin(x);
7     x = x - f/df;
8     kraj = abs(f) <= 1e-6;
9 end
```

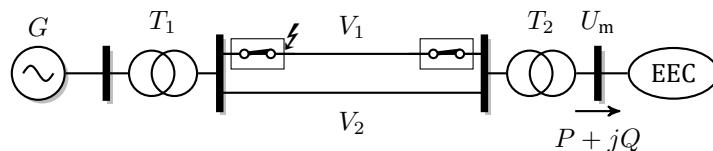
со што добиваме:

```
>> nelin_rav
x =
    1
x =
    1.1125
x =
    1.0919
x =
    1.0912
x =
    1.0912
```

што значи дека е: $\theta_2 = 1,0912 \text{ rad} = 62,52^\circ$.

□ □ □

Пример 5.13. Во прикажаниот систем на сликата П.5.13.1, на почетокот на еден од водовите доаѓа до појава на трифазна куса врска. Повредениот вод се исклучува 0,2 s по нејзиното настанување. Да се испита дали системот е динамички стабилен.



Слика П.5.13.1

Податоци за елементите: $S_{nG} = 150 \text{ MVA}$, $T_J = 6 \text{ s}$, $X'_d = 50 \Omega$, $X_{T1} = X_{T2} = 15 \Omega$, $X_{V1} = X_{V2} = 40 \Omega$, $P = 120 \text{ MW}$, $Q = 60 \text{ Mvar}$, $U_m = 110 \text{ kV}$.

Решение

Во режимот пред настанувањето на кусата врска ќе ги имаме следните односи:

$$X_{\Sigma 1} = X'_d + 2X_{T1} + X_{V1}/2 = 100 \Omega,$$

$$\underline{E}' = U_m + \frac{QX_{\Sigma 1}}{U_m} + j \frac{PX_{\Sigma 1}}{U_m} = 197,42 \cdot e^{33,5^\circ} \text{ kV}.$$

Значи, во нормален режим на работа генераторот G работи на карактеристиката:

$$P_{M1} = \frac{E'U_m}{X_{\Sigma 1}} = \frac{197,42 \cdot 110}{100} = 217,17 \text{ MW};$$

$$P_1(\theta) = 217,17 \cdot \sin \theta.$$

Почетниот агол на изместување во случајов ќе биде $\theta_0 = 33,5^\circ$ ($\theta_0 = 0,585 \text{ rad}$).

Во режимот на куса врска генераторот не оддава никаква електрична моќност и работи на карактеристиката $P_2(\theta) = 0$.

По исклучувањето на кусата врска генераторот ќе работи на нова работна карактеристика и притоа ќе имаме:

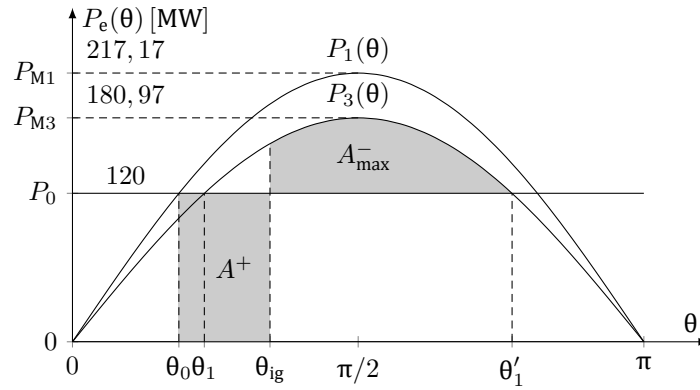
$$X_{\Sigma 2} = X'_d + 2X_{T1} + X_{V1} = 120 \Omega,$$

$$P_{M3} = \frac{E'U_m}{X_{\Sigma 2}} = \frac{197,42 \cdot 110}{120} = 180,97 \text{ MW};$$

$$P_3(\theta) = 180,97 \cdot \sin \theta.$$

Граничниот агол на исклучување на кусата врска θ_{ig} ќе го добиеме применувајќи го правилото на еднакви површини. Од условот $A^+ = A_{\max}^-$, односно, во склад со сликата П.5.13.2, добиваме:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_{ig}} (P_0 - 0) \cdot d\theta = \int_{\theta_{ig}}^{\theta_1'} (P_{M3} \sin \theta - P_0) \cdot d\theta,$$



Слика П.5.13.2. Аглови карактеристики на моќност

или

$$P_0 \cdot (\theta_{ig} - \theta_0) = P_0 \cdot (\theta_{ig} - \theta'_1) + P_{M3} \cdot (\cos \theta_{ig} - \cos \theta'_1),$$

од каде што се добива:

$$\cos \theta_{ig} = \cos \theta'_1 + \frac{P_0}{P_{M3}} \cdot (\theta'_1 - \theta_0).$$

Во склад со сликата П.5.13.2, бидејќи е $P_0 = P_{M3} \cdot \sin \theta_1$, имаме:

$$\theta_1 = \arcsin(P_0/P_{M3}) = \arcsin(120/181) = 41,5^\circ = 0,725 \text{ rad};$$

$$\theta'_1 = 180 - \theta_1 = 138,5^\circ = 2,417 \text{ rad}.$$

па, според тоа, добиваме $\cos \theta_{ig} = 0,466$ од каде следува дека е:

$$\theta_{ig} = 1,086 \text{ rad} = 62,2^\circ.$$

За да испитаеме дали системот е динамички стабилен, ќе треба да утврдиме дали аголот на исклучување θ_i (аголот θ во моментот на исклучувањето на повредениот вод) ја надминал граничната вредност θ_{ig} . За таа цел, потребно ќе биде да ја знаеме зависноста $\theta(t)$ во режимот на кусата врска. Таа зависност во општ случај се добива со решавање на равенката на движење на генераторот, т. е. со нумеричка постапка. Во специјален случај, кога дебалансот на моќноста $\Delta P = \text{const.}$, неа можеме да ја добиеме и по аналитички пат. Во тој случај диференцијалната равенка на движење може да се реши експлицитно, а решението гласи:

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{\Delta P}{M} \cdot \frac{t^2}{2}.$$

Во конкретниот случај константата на инерција на агрегатот ќе биде:

$$M = \frac{S_n \cdot T_J}{\omega_0} = \frac{150 \cdot 6}{100 \cdot \pi} = 2,865 \frac{\text{MW} \cdot \text{s}}{\text{rad}}.$$

Граничното време на исклучување на кусата врска t_{ig} ќе го добиеме од условот:

$$\theta_{ig} = \theta_0 + \frac{\Delta P}{M} \cdot \frac{t_{ig}^2}{2},$$

од каде што се добива

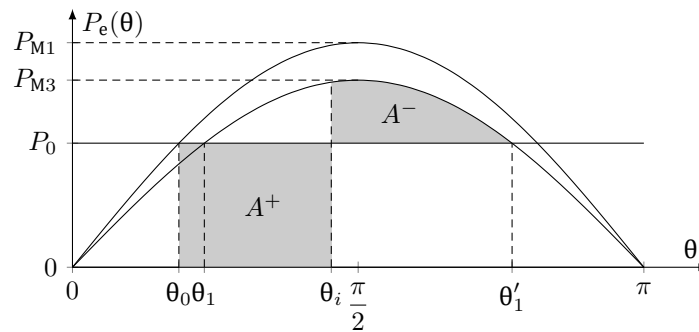
$$t_{ig} = \sqrt{\frac{2 \cdot M \cdot (\theta_{ig} - \theta_0)}{\Delta P}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,865 \cdot (1,086 - 0,585)}{120}} = 0,15 \text{ s}.$$

Бидејќи времето на исклучување изнесува $t_i = 0,2 \text{ s}$, според тоа е $t_i > t_{ig}$ системот ќе биде динамички нестабилен, бидејќи кусата врска е исклучена откако веќе е надминат граничниот агол θ_{ig} .

Аголот во моментот кога е исклучена кусата врска изнесува:

$$\theta_i = 0,585 + \frac{120}{2,865} \cdot \frac{0,2^2}{2} = 1,423 \text{ rad} = 81,5^\circ,$$

што значи дека површините на залетување и кочење на роторот на генераторот ќе бидат како на следната слика од каде е очигледно дека е $A^+ > A^-$.



Слика П.5.13.3



Пример 5.14. Со помош на нумеричка постапка да се одреди временскиот тек $\theta(t)$, т. е. нишањето на аголот на изместување во примерот 5.12.

Решение

Во конкретниот случај имавме $P_{M1} = 1,765$ ри во нормален работен режим од каде го добиваме почетниот агол θ_0 и $P_{M2} = 1,35$ ри во режимот со испаднат вод.

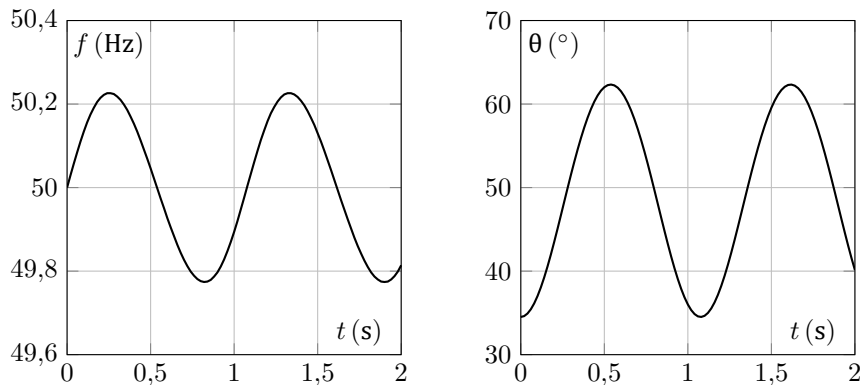
Константата на инерција на агрегатот, изразена во релативни единици, ќе биде:

$$M = \frac{S_n \cdot T_J}{\omega_0} = \frac{1 \cdot 8,18}{100 \cdot \pi} = 0,026 \text{ s}^2/\text{rad}.$$

Решението кое е прикажано на сликата П.5.14.1 го добиваме на следниот начин:

programi/stab/ispad_vod_rk4.m

```
1 addpath('..dif_rav');
2 Pm = 1; Pm1 = 1.765; Pm2 = 1.35; M = 8.18/(100*pi);
3 % y(1) = delta_omega
4 % y(2) = teta
5 f = @(t,y) [(Pm - Pm2*sin(y(2)))/M; y(1)];
6 [t, y] = rk4(f, 0, 2, [0 asin(Pm/Pm1)], 100);
7 figure; plot(t, 50 + y(:,1)/(2*pi)); grid;
8 figure; plot(t, y(:,2)/pi*180); grid;
```



Слика П.5.14.1



Пример 5.15. Во системот прикажан на сликата П.5.15.1, кај собирниците 2 доаѓа до нагло вклучување на чисто активен потрошувач со моќност $P_p = 0,5$ ри. Познати се единичните вредностите на параметрите од елементите на ЕЕС:

$$X'_d = 0,3; X_{T1} = X_{T2} = 0,1; X_{V1} = X_{V2} = 0,4.$$

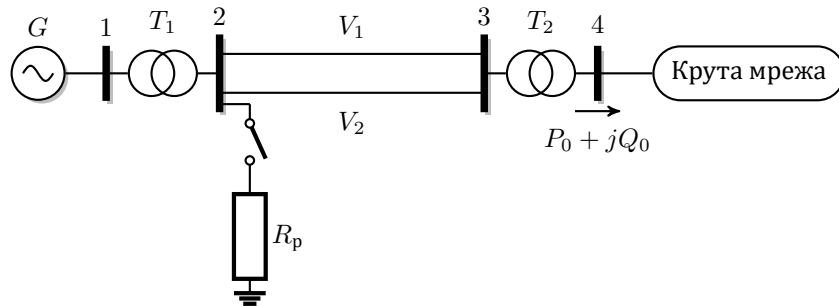
Режимот во којшто работел ЕЕС пред вклучувањето на потрошувачот се карактеризира со следните режимски параметри, изразени во единични вредности:

$$U_1 = 1,1; U_2 = 1,0618; U_3 = 1,0111; U_4 = 1; \\ P_0 = 1; Q_0 = 0,0617; E' = 1,2563; \theta_0 = 33,86^\circ;$$

додека по вклучување на потрошувачот, сметајќи дека електромоторната сила на генераторот е непроменета, тие изнесуваат:

$$U_1 = 1,1143; U_2 = 1,0804; U_3 = 1,0245; U_4 = 1; \\ P_0 = 0,5; Q_0 = 0,2331.$$

Да се пресмета максималниот агол на нишање θ_2 во преодниот електромеханички процес до кој дошло по вклучувањето на потрошувачот.



Слика П.5.15.1. Заменска шема на разгледуваниот ЕЕС

Решение

а) Режим на работа на ЕЕС пред вклучување на потрошувачот

Во овој режим преодната реактанција на системот и максималната моќност ќе бидат:

$$X_{\Sigma 1} = X'_d + X_{T1} + X_V/2 + X_{T2} = 0,7 \text{ ри}; \\ P_{M1} = E' \cdot U_4 / X_{\Sigma 1} = 1,7947 \text{ ри};$$

што значи дека генераторот работел на карактеристиката на моќност $P_1(\theta) = 1,7947 \cdot \sin \theta$.

б) Режим на работа на ЕЕС по вклучувањето на потрошувачот

Ако потрошувачот го прикажеме во шемата со неговата импеданција, т. е. во случајов само со неговата активна отпорност R_p , ќе добиеме:

$$R_p = \frac{U_2^2}{P_p} = \frac{1,0804^2}{0,5} = 2,3345 \text{ pu.}$$

По вклучување на потрошувачот ќе се променат сопствените и меѓусебните импеданции на системот. Во новонастанатите услови сопствената импеданција $\underline{Z}_{11}$ и меѓусебната импеданција $\underline{Z}_{14}$ ќе ги имаат следните вредности:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{11} &= j(X'_d + X_{T1}) + R_p \parallel j(X_V/2 + X_{T2}) \\ &= 0,6962 \cdot e^{j86,87^\circ} \text{ pu}; \alpha_{11} = 3,13^\circ; \\ \underline{Z}_{14} &= j(X'_d + X_{T1}) + j(X_V/2 + X_{T2}) + \frac{j(X'_d + X_{T1}) \cdot j(X_V/2 + X_{T2})}{R_p} \\ &= 0,7019 \cdot e^{j94,20^\circ} \text{ pu}; \alpha_{14} = -4,2^\circ.\end{aligned}$$

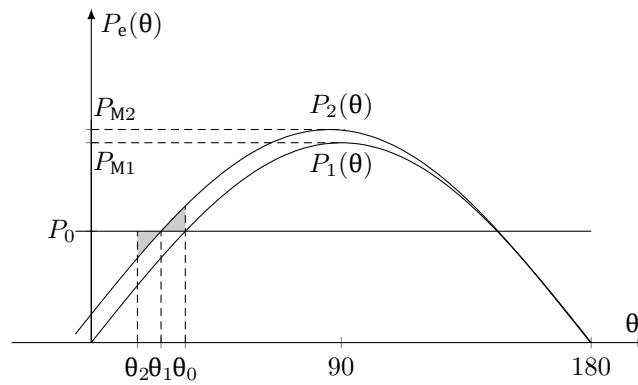
Карактеристиката на моќност, на којашто сега ќе работи генераторот, ќе биде:

$$\begin{aligned}P_2(\theta) &= \frac{E'^2}{Z_{11}} \cdot \sin \alpha_{11} + \frac{E' \cdot U_m}{Z_{14}} \cdot \sin(\theta - \alpha_{14}) \\ &= \frac{1,2563^2}{0,6962} \cdot \sin 3,13^\circ + \frac{1,2563 \cdot 1}{0,7019} \cdot \sin(\theta + 4,2^\circ) \\ &= 0,1235 + 1,7899 \cdot \sin(\theta + 4,2^\circ) \text{ pu.}\end{aligned}$$

Бидејќи е $P_2(\theta_0) > P_1(\theta_0)$, како што се гледа од сликата П.5.15.2, тоа ќе значи дека во првиот момент на време, веднаш по вклучувањето на потрошувачот, генераторот G ќе оддава електрична моќност која ќе биде поголема од онаа што ја прима од турбината (истата таа моќност тој ја оддавал пред пореметувањето), ќе се појави дебаланс (кусок) на моќностите и генераторот ќе почне да ја намалува својата брзина.

Значи аголот на изместување θ ќе почне да се намалува и во еден момент ќе ја достигне својата минимална вредност θ_2 (види слика П.5.15.2). По тоа тој ќе почне да расте и процесот (нишањето на роторот) ќе се одвива осцилаторно. Вредноста на аголот θ_2 може да се добие со примена на правилото на еднакви површини. Се покажува дека во конкретниов случај тој ќе изнесува $\theta_2 = 16,62^\circ$, а осцилациите на аголот

θ ќе се одвиваат во интервалот $16,62^\circ < \theta < 33,86^\circ$. По извесно време, осцилациите ќе се придушат и генераторот ќе заземе нова рамнотежна положба на карактеристиката $P_2(\theta)$. Во новата работна точка, аголот на изместување θ ќе изнесува: $\theta = \theta_1 = 25,12^\circ$.



Слика П.5.15.2. Аглови карактеристики на моќност



6

Прилози

А

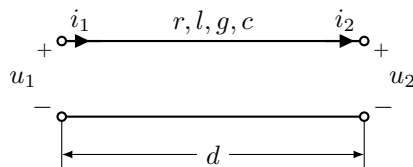
ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИ ВОДОВИ

На сликата А.1 е прикажан двожичен вод со должина d и надолжни параметри:

- r – надолжна отпорност (Ω/km),
- l – надолжна индуктивност (H/km),
- g – надолжна одводност (S/km),
- c – надолжна капацитивност (F/km),

бидејќи е вообичаено должината d на електроенергетските водови да се изразува во km .

Напоните на почетокот и крајот од водот се означени со u_1 и u_2 , додека струите се означени со i_1 и i_2 . Нивните насоки се означени на сликата и сите равенки што ќе бидат изведени во продолжение се однесуваат на вака поставените насоки.

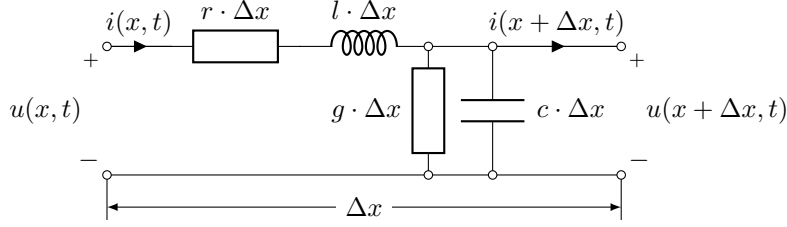


Слика А.1. Двожичен вод

Состојбата на еден електричен вод се одредува со распределбата на напоните и струите по должината на водот. Тоа значи дека тие се функции од две променливи: времето t и растојанието x мерено од почетокот на водот.

Нека разгледуваме еден сегмент од водот што се наоѓа на растојание x од почетокот на водот и има должина Δx како што е прикажано на сликата А.2.

Напонот и струјата на почетокот на сегментот се $u(x, t)$ и $i(x, t)$, додека на крајот тие се $u(x + \Delta x, t)$ и $i(x + \Delta x, t)$. Со помош на



Слика А.2. Сегмент од двожицен вод

Кирхофовите закони за сегментот на водот можеме да напишеме:

$$i(x, t) = i(x + \Delta x, t) + g \cdot \Delta x \cdot u(x + \Delta x, t) + c \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t},$$

$$u(x, t) = u(x + \Delta x, t) + r \cdot \Delta x \cdot i(x, t) + l \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t},$$

од каде добиваме:

$$-\frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = g \cdot u(x + \Delta x, t) + c \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t},$$

$$-\frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} = r \cdot i(x, t) + l \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}.$$

Во граничен случај, кога $\Delta x \rightarrow 0$ горните равенки го добиваат следниот облик:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} &= g \cdot u(x, t) + c \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \\ -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} &= r \cdot i(x, t) + l \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Електроенергетските водови, во оваа книга, секогаш ги разгледуваме во простопериодичен принуден режим, во кој напонот и струјата се простопериодични функции од t чии ефективни вредности и фазни агли зависат од растојанието x , така што можеме да напишеме:

$$u(x, t) = \sqrt{2} \cdot U(x) \cdot \sin [\omega t + \theta(x)],$$

$$i(x, t) = \sqrt{2} \cdot I(x) \cdot \sin [\omega t + \psi(x)].$$

Според тоа, наместо да оперираме со временските функции $u(x, t)$ и $i(x, t)$ ќе оперираме со комплексните претставници на напонот и струјата:

$$\underline{U} = U(x) \cdot e^{j\theta(x)},$$

$$\underline{I} = I(x) \cdot e^{j\psi(x)},$$

кои се функции само од една променлива x .

Комплексните претставници на парцијалните изводи на напонот и струјата по времето t се добиваат, така што комплексните претставници на напонот и струјата се множат со $j\omega$, со што смените се следните:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Rightarrow j\omega \underline{U}, \quad \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \Rightarrow j\omega \underline{I}.$$

Може да се покаже дека комплексните претставници на парцијалните изводи на напонот и струјата по растојанието x , се еднакви на изводите по x на комплексните претставници на напонот и струјата, така што смените се следните:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{d\underline{U}}{dx}, \quad \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{d\underline{I}}{dx}.$$

Според тоа, равенките (A.1), го добиваат следниот изглед:

$$-\frac{d\underline{I}}{dx} = g \cdot \underline{U} + j\omega c \cdot \underline{U} = (g + j\omega c) \cdot \underline{U} = \underline{y} \cdot \underline{U}, \quad (\text{A.2})$$

$$-\frac{d\underline{U}}{dx} = r \cdot \underline{I} + j\omega l \cdot \underline{I} = (r + j\omega l) \cdot \underline{I} = \underline{z} \cdot \underline{I}, \quad (\text{A.3})$$

каде што $\underline{y} = g + j\omega c$ и $\underline{z} = r + j\omega l$.

Ако равенката (A.3) ја диференцираме по x и во неа ја замениме равенката (A.2), а потоа постапиме аналогно тргнувајќи од равенката (A.2) ќе ги добиеме следните равенки:

$$\frac{d^2 \underline{U}}{dx^2} = \underline{z} \cdot \underline{y} \cdot \underline{U}, \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{d^2 \underline{I}}{dx^2} = \underline{z} \cdot \underline{y} \cdot \underline{I}. \quad (\text{A.5})$$

Општото решение на равенките (A.4) и (A.5) гласи:

$$\underline{U}(x) = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}x}, \quad (\text{A.6})$$

$$\underline{I}(x) = \underline{C}_3 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_4 e^{\underline{\gamma}x}, \quad (\text{A.7})$$

каде што

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z} \cdot \underline{y}}$$

се нарекува коефициент на простирање, додека: $\underline{C}_1, \underline{C}_2, \underline{C}_3$ и $\underline{C}_4$ зависат од условите на почетокот и крајот од водот.

Решенијата за $\underline{U}$ и $\underline{I}$ не се независни бидејќи напонот и струјата се поврзани меѓусебно со равенките (A.2) и (A.3) од каде што се добива:

$$\underline{I} = -\frac{1}{\underline{z}} \frac{d\underline{U}}{dx} = \frac{1}{\underline{z}} \underline{C}_1 \underline{\gamma} e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{1}{\underline{z}} \underline{\gamma} \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}x},$$

по што општото решение (т. е. равенките (A.6) и (A.7)) можеме да го напишеме на следниот начин:

$$\underline{U}(x) = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}x}, \quad (\text{A.8})$$

$$\underline{I}(x) = \frac{\underline{C}_1}{\underline{Z}_c} e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma}x}, \quad (\text{A.9})$$

каде е воведено

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}}$$

што се нарекува карактеристична импеданција.

Ако за водот ги поставиме следните гранични услови:

$$\underline{U}(x) \big|_{x=d} = \underline{U}_2, \quad \underline{I}(x) \big|_{x=d} = \underline{I}_2,$$

добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 &= \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma}d} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}d}, \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{C}_1}{\underline{Z}_c} e^{-\underline{\gamma}d} - \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma}d}, \end{aligned}$$

од каде за константите $\underline{C}_1$ и $\underline{C}_2$ имаме:

$$\begin{aligned} \underline{C}_1 &= \frac{\underline{U}_2 + \underline{Z}_c \underline{I}_2}{2} e^{\underline{\gamma}d}, \\ \underline{C}_2 &= \frac{\underline{U}_2 - \underline{Z}_c \underline{I}_2}{2} e^{-\underline{\gamma}d}. \end{aligned}$$

Со замена на $\underline{C}_1$ и $\underline{C}_2$ во равенките (A.8) и (A.9) за напонот и струјата по должината на водот ги добиваме следните изрази

$$\begin{aligned} \underline{U}(x) &= \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma}(d-x) + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma}(d-x), \\ \underline{I}(x) &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma}(d-x) + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma}(d-x). \end{aligned}$$

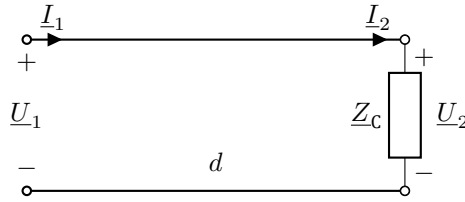
На крајот, со уважување на граничните услови на почетокот на водот:

$$\underline{U} \big|_{x=0} = \underline{U}_1, \quad \underline{I} \big|_{x=0} = \underline{I}_1,$$

добиваме две равенки што ни даваат врска помеѓу напоните и струите на двата краја од водот:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma}d + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma}d, \quad (\text{A.10})$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma}d + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma}d. \quad (\text{A.11})$$



Слика А.3. Двожичен вод затворен со карактеристична импеданција на крајот

Карактеристичната импеданција на водот ја добивме со алгебарска манипулација на равенките за напонот и струјата на водот. Сепак, импеданцијата $\underline{Z}_c$ има и физичко значење. Да замислиме дека на крајот од водот е поставена импеданција еднаква на $\underline{Z}_c$ како што е прикажано на сликата А.3.

Во тој случај имаме:

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_2,$$

со што од равенките (А.10) и (А.11) добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 (\cosh \underline{\gamma} d + \sinh \underline{\gamma} d) = \underline{U}_2 \cdot e^{\underline{\gamma} d}, \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} (\sinh \underline{\gamma} d + \cosh \underline{\gamma} d) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} \cdot e^{\underline{\gamma} d}. \end{aligned}$$

Доколку ја пресметаме влезната импеданција на почетокот на водот ќе добиеме:

$$\underline{Z}_{1, \text{вл.}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_c,$$

со што заклучуваме дека, ако водот е затворен на крајот со $\underline{Z}_c$, тогаш и неговата влезна импеданција повторно ќе биде еднаква на $\underline{Z}_c$.

Уште еден интересен заклучок можеме да изведеме во случај кога водот е идеален, т. е. кога е $r = 0$ и $g = 0$. Во тој случај имаме:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)} = j\omega \sqrt{lc} = j\beta, \\ \underline{Z}_c &= \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}} = \sqrt{\frac{l}{c}} = Z_c, \end{aligned}$$

од каде што гледаме дека карактеристична импеданција е реален број, а коефициентот на простирање е имагинарен број.

За идеален вод, кој на крајот е затворен со карактеристичната импеданција (отпорност) равенката за напони на неговите краеве е:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot e^{j\beta \cdot d},$$

од каде заклучуваме дека напоните на двата краја имаат еднакви ефективни вредности и се фазно изместени за агол $\beta \cdot d$.

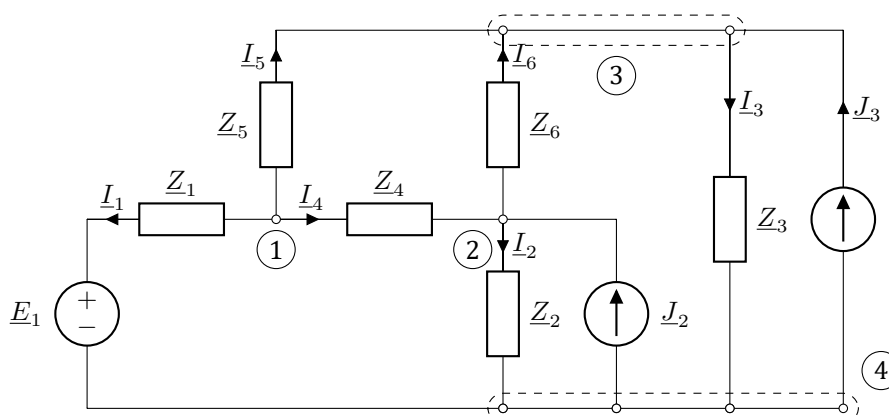
За водови коишто работат на фреквенција од 50 Hz, каде брановата должина е 3600 km, имаме $\beta = 360/3600 = 0,06^\circ/\text{km}$. Тоа на пример, значи, дека кај вод со должина од 100 km напоните на двата краја ќе бидат еднакви и фазно изместени за 6° .

Б

РЕШАВАЊЕ ЕЛЕКТРИЧНИ МРЕЖИ

Б.1 Метод на независни напони

Методот на независни напони е често користен за решавање на електрични мрежи и како што самото име му кажува со него се одредуваат потенцијалите на јазлите и тоа преку решавање на систем од линеарни равенки. Пример за една таква електрична мрежа е прикажан на сликата Б.1.



Слика Б.1. Електрична мрежа со напонски и струјни генератори

Иако методот веќе е изучуван во основните предмети на студиите по електротехника, овде повторно го разгледуваме затоа што е значаен и применлив и за решавање на електроенергетски мрежи. При примената кај електроенергетските мрежи постојат одредени специфики кои доведуваат до потреба од решавање на систем од нелинеарни равенки. Тоа е главната разлика помеѓу решавањето на електрична мрежа од основи

на електротехника и електроенергетска мрежа. Целта на разгледување на методот овде е, постепено да се воведеме во проблемот на решавање на електроенергетски мрежи, користејќи го порано стекнатото знаење за решавање на линеарни електрични мрежи со помош на методот на независни напони.

Принципот кој се користи кај методот на независни напони е сосема едноставен и се базира на примена на Кирхофовиот закон за струи за сите јазли од мрежата. За илустрација ќе се послужи со едноставна електрична мрежа дадена на сликата Б.1 којашто се состои од линеарни пасивни елементи дадени со своите импеданции и идеални напонски и струјни генератори. Правилата коишто ќе произлезат од оваа електрична мрежа се генерални и се применливи на секоја друга мрежа без оглед на нејзината големина и начин на поврзување на елементите.

Во мрежата од сликата Б.1 има шест гранки претставени со импеданциите: $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_6$, два струјни генератори со струи $\underline{J}_2$ и $\underline{J}_3$ коишто се поврзани паралелно со гранките 2 и 3 и еден напонски генератор со напон $\underline{E}_1$ којшто е поврзан редно со гранката 1. Редните броеви на гранките се еднакви со индексите на соодветната импеданција, додека редните броеви на јазлите се напишани со броеви во кругчиња. Насоките на струите во гранките се означени на сликата.

Пред да почнеме со решавање на мрежата, напонскиот генератор го претвораме во струен чија струја изнесува

$$\underline{J}_1 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1},$$

со што ја добиваме мрежата од сликата Б.2 во која постојат само струјни генератори, чии струи се инјектираат во јазлите: 1, 2 и 3. Овие струи се познати под името инјектирани струи во јазлите.

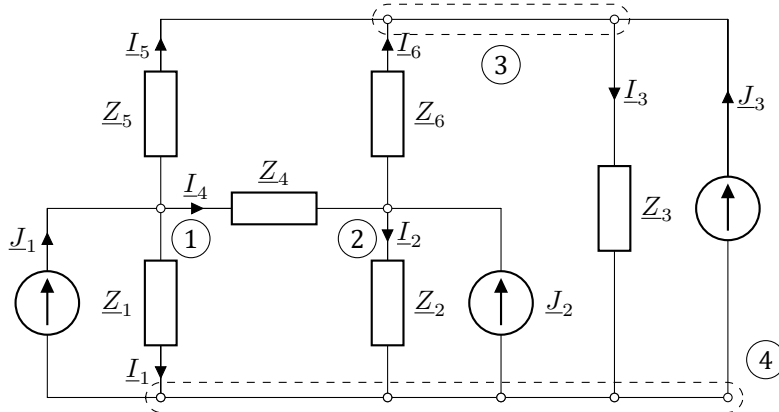
Со примена на Кирхофовиот закон за струи за јазлите 1, 2 и 3 ги добиваме следните релации

$$\begin{aligned}\underline{J}_1 &= \underline{I}_1 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5, \\ \underline{J}_2 &= \underline{I}_2 - \underline{I}_4 + \underline{I}_6, \\ \underline{J}_3 &= \underline{I}_3 - \underline{I}_5 - \underline{I}_6,\end{aligned}\tag{Б.1}$$

додека за јазелот 4 можеме да напишеме:

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3.\tag{Б.2}$$

Лесно се забележува дека равенството (Б.2) може да се добие со сумирање на трите равенки од (Б.1), што значи дека равенката (Б.2) не е независна, т. е. јазелот 4 не е „независен“ јазел. Ваквиот јазел се нарекува



Слика Б.2. Електрична мрежа само со струјни генератори

референтен јазел и неговиот потенцијал се задава однапред. Вообичаено е потенцијалот на референтниот јазел да биде еднаков на нула

$$\underline{U}_4 = 0,$$

што значи дека потенцијалите на другите јазли се изразени во однос на референтниот и се еднакви на напонот помеѓу нив и референтниот јазел.

Системот од три равенки (Б.1) содржи три познати величини ($\underline{J}_1$, $\underline{J}_2$ и $\underline{J}_3$) и шест непознати величини ($\underline{I}_1, \underline{I}_2, \dots, \underline{I}_6$), што значи дека од него не можеме директно да ги добиеме непознатите струи во гранките. Тој ќе биде решлив ако шесте непознати струи ги изразиме преку трите непознати напони на јазлите ($\underline{U}_1, \underline{U}_2$ и $\underline{U}_3$) на следниот начин:

$$\begin{aligned} \underline{J}_1 &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{Z}_4} - \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_3}{\underline{Z}_5}, \\ \underline{J}_2 &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{Z}_4} + \frac{\underline{U}_2 - \underline{U}_3}{\underline{Z}_6}, \\ \underline{J}_3 &= \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} - \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_3}{\underline{Z}_5} - \frac{\underline{U}_2 - \underline{U}_3}{\underline{Z}_6}. \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

Членовите во претходните равенки можеме да ги групираме според непознатите напони со што добиваме:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_5} \right) \underline{U}_1 - \frac{1}{\underline{Z}_4} \underline{U}_2 - \frac{1}{\underline{Z}_5} \underline{U}_3 &= \underline{J}_1, \\ -\frac{1}{\underline{Z}_4} \underline{U}_1 + \left(\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_6} \right) \underline{U}_2 - \frac{1}{\underline{Z}_6} \underline{U}_3 &= \underline{J}_2, \\ -\frac{1}{\underline{Z}_5} \underline{U}_1 - \frac{1}{\underline{Z}_6} \underline{U}_2 + \left(\frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_5} + \frac{1}{\underline{Z}_6} \right) \underline{U}_3 &= \underline{J}_3, \end{aligned} \quad (\text{Б.4})$$

што во матрична форма може да се напише како

$$\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{J}}, \quad (\text{Б.5})$$

каде што $\underline{\mathbf{Y}}$ е матрица на адмитанции на мрежата, со димензии 3×3 , а $\underline{\mathbf{U}}$ и $\underline{\mathbf{J}}$ се вектори со димензии 3×1 коишто ги содржат непознатите напони и познатите струјни инјекции, соодветно.

Во случајов матрицата на адмитанции на мрежата ги содржи коефициентите од левата страна на системот равенки (Б.4) и таа за разгледуваниот случај е:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_5} & -\frac{1}{\underline{Z}_4} & -\frac{1}{\underline{Z}_5} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_4} & \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_6} & -\frac{1}{\underline{Z}_6} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_5} & -\frac{1}{\underline{Z}_6} & \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_5} + \frac{1}{\underline{Z}_6} \end{bmatrix},$$

од каде што насетуваме дека правилата за нејзино формирање преку инспекција на мрежата се:

- елементот $\underline{Y}_{kk}$ е еднаков на сумата на адмитанциите на сите елементи на кои им припаѓа јазелот k ,
- елементот $\underline{Y}_{ik}$ е еднаков на сумата на адмитанциите на сите елементи што директно ги поврзуваат јазлите i и k , со променет знак.

Равенките (Б.1) можеме да ги напишеме во матрична форма на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{J}} = \mathbf{C} \cdot \underline{\mathbf{I}} = \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 & \underline{I}_2 & \underline{I}_3 & \underline{I}_4 & \underline{I}_5 & \underline{I}_6 \end{bmatrix}^T \quad (\text{Б.6})$$

каде што со $\mathbf{C}$ е означена следната матрица:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

со која всушност е искажан Кирхофовиот закон за струи за сите јазли одеднаш. Матрицата која се добива со транспонирање на матрицата $\mathbf{C}$ се нарекува матрица на инциденција и таа во случајов гласи:

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Бројот на редици во матрицата $\mathbf{A}$ е еднаков со бројот на гранки, додека бројот на колони е еднаков со бројот јазли (референтниот јазел е испуштен). Нејзините елементи имаат вредности -1 , 0 или 1 при што важи следното:

$$A_{ki} = \begin{cases} -1, & \text{ако насоката на гранката } k \text{ е кон јазелот } i, \\ 0, & \text{ако гранката } k \text{ не е поврзана со јазелот } i, \\ 1, & \text{ако насоката на гранката } k \text{ е од јазелот } i. \end{cases}$$

Со помош на матрицата $\mathbf{A}$ можеме да ги изразиме напоните на гранките $\underline{\mathbf{U}}_{\text{GR}}$ преку напоните на јазлите на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\text{GR}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{U}}, \quad (\text{Б.7})$$

односно

$$\underline{\mathbf{U}}_{\text{GR}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_3 \\ \underline{U}_2 - \underline{U}_3 \end{bmatrix},$$

што навистина одговара на ситуацијата во мрежата од сликата Б.2.

Ако ги знаеме напоните на гранките, тогаш преку матрицата на импеданции на гранките

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\text{GR}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_6 \end{bmatrix},$$

можеме да ги пресметаме струите во гранките на следниот начин:

$$\underline{I}_{GR} = \underline{Z}_{GR}^{-1} \cdot \underline{U}_{GR} = \underline{Z}_{GR}^{-1} \cdot \underline{A} \cdot \underline{U}, \quad (\text{Б.8})$$

а потоа и инјектираните струи во јазлите користејќи ја равенката (Б.6)

$$\underline{J} = \underline{A}^T \cdot \underline{Z}_{GR}^{-1} \cdot \underline{A} \cdot \underline{U} \quad (\text{Б.9})$$

Споредувајќи го равенките (Б.5) и (Б.9) заклучуваме дека за матрицата на адмитанции на мрежата важи следната релација:

$$\underline{Y} = \underline{A}^T \cdot \underline{Z}_{GR}^{-1} \cdot \underline{A}, \quad (\text{Б.10})$$

со што добивме уште еден начин за нејзино формирање.

Доколку ги извршиме матричните операции од (Б.10) ќе ја добиеме истата матрицата којашто претходно веќе ја добивме со инспекција на мрежата.

Б.2 Формирање на матрицата на адмитанции на мрежата

Претходно разгледавме две правила за формирање на матрицата на адмитанции на мрежата: со инспекција на мрежата и со примена на равенката (Б.10).

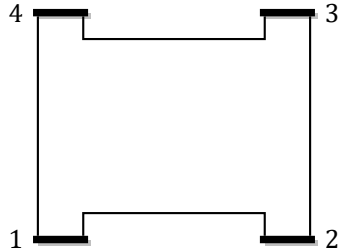
Важно е да се нагласи дека во сите постапки за формирање на матрицата на адмитанции на мрежата се смета дека индексите на јазлите се една непрекината низа од природни броеви почнувајќи од еден.

Покрај претходните две правила, коишто се широко познати и често применувани, тука ќе разгледаме уште една постапка за формирање на матрицата $\underline{Y}$. Таа е позната под името „систем пошта“ и е многу едноставна и погодна за формирање на матрицата со помош на компјутерска програма. Оваа постапка ќе ја илустрираме преку еден пример.

На сликата Б.3 е прикажана една мрежа составена од четири вода со номинален напон од 110 kV за коишто се познати параметрите од нивните π -еквивалентни шеми (табела Б.1). Со помош на постапката „систем пошта“ ќе ја формираме матрицата на адмитанции $\underline{Y}$ и резултатот ќе го споредиме со резултатот добиен со помош на (Б.10).

Бидејќи пресметките ќе ги правиме со единични вредности усвојуваме базна моќност и напон и тоа $S_B = 100 \text{ MVA}$ и $U_B = 110 \text{ kV}$, а потоа пресметуваме базна импеданција

$$Z_B = \frac{110^2}{100} = 121 \Omega.$$



Слика Б.3. Едноставна мрежа

Табела Б.1. Податоци за гранките на мрежата

Број	Гранка	$R_V (\Omega)$	$X_V (\Omega)$	$B_V (\mu S)$
1	1 – 2	12,1	24,2	330,5785
2	2 – 3	12,1	36,3	330,5785
3	3 – 4	6,05	18,15	165,2893
4	4 – 1	6,05	18,15	165,2893

Параметрите R_V и X_V ги делиме со Z_B , додека параметарот B_V го множиме со Z_B со што ги добиваме параметрите на гранките во единични вредности како што тоа е дадено во табелата Б.2. Во неа се пресметани и следните надолжни на напречни параметри на π -заменски шеми на гранките:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_V + jX_V}, \quad \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = \frac{jB_V}{2}.$$

Еквивалентното коло на мрежата е прикажано на сликата Б.4 каде што се нацртани π -еквивалентни шеми за сите гранки при што адмитанциите се изразени во единични вредности. Како што се забележува во еквивалентното коло има 12 гранки што е за три пати повеќе од бројот на гранки во мрежата. Како што претходно кажавме, постапките за формирање на матрицата $\underline{Y}$ кои се дадени подолу ќе функционираат само со четири гранки.

Кога ја формираме матрицата $\underline{Y}$ со помош на инспекција на мрежата ги одредуваме нејзините елементи, одејќи по редиците (или колоните) при што се фокусираме на еден елемент и не се одвојуваме од него додека комплетно не го пресметаме.

На пример, кога го пресметуваме елементот $\underline{Y}_{11}$ од сликата на мрежата визуелно ги бараме сите гранки што се поврзани со јазелот 1 и во

Табела Б.2. Податоци за параметрите за π -заменската шема на гранките на мрежата изразени во единични вредности

Број	Гранка	R_V (pu)	X_V (pu)	B_V (pu)	$\underline{Y}_1$ (pu)	$\underline{Y}_2$ (pu)
1	1 – 2	0,1	0,2	0,04	$2 - j4$	$j0,02$
2	2 – 3	0,1	0,3	0,04	$1 - j3$	$j0,02$
3	3 – 4	0,05	0,15	0,02	$2 - j6$	$j0,01$
4	4 – 1	0,05	0,15	0,02	$2 - j6$	$j0,01$

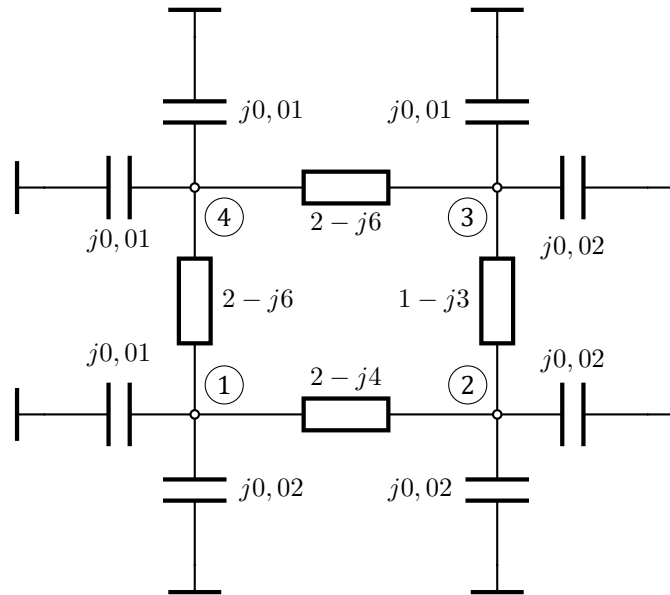
елементот $\underline{Y}_{11}$ ја пресметуваме сумата на нивните адмитанции. Во овој случај, според претходно кажаното, можеме да напишеме:

$$\underline{Y}_{11} = (2 - j4) + (2 - j6) + j0,02 + j0,01 = (4 - j9,97) \text{ pu.}$$

Но, компјутерите „не знаат“ да гледаат слики, затоа ним мрежата мораме да им ја опишеме со помош на табела како што е тоа направено во табелата Б.2. Според тоа, кога елементот $\underline{Y}_{11}$ би го пресметувал компјутерот тој би требало да оди во табелата Б.2 и од неа да ги одбере сите гранки во коишто едниот од индексите (почетен или краен) е еднаков на 1. За така одбраните гранки, потоа, ќе треба да направи сума на нивните адмитанции и би го добил истиот резултат како во претходниот израз. Тоа значи, компјутерот за да го пополни елементот $\underline{Y}_{11}$ треба да го пребара целиот список со гранки и што е уште полошо, тоа ќе треба да го повторува N^2 пати додека не ја пополни целата матрица.

Нека замислиме сега дека елементот $\underline{Y}_{11}$ е „поштенско сандаче“ во кое што треба да стигнат „писмата“ наменети за него, а тоа тука се адмитанциите на гранките на кои им припаѓа јазелот 1. Во тој случај целата матрица $\underline{Y}$ можеме да ја замислиме како збир од поштенски сандачиња сместени на едно место, на пример, на влезот во една зграда. Во оваа приказна, табелата Б.2 ја претставува чантата на поштарот во којашто се наоѓаат сите писма наменети за разгледуваната зграда.

Кога поштарот ќе пристигне пред влезот на зградата тој ќе ги распредели писмата на следниот начин: ќе го земе првото писмо ќе види за кого е адресирано и ќе го смести во соодветното поштенско сандаче. Потоа истото ќе го повтори и со сите други писма одејќи по ред како што тие се наредени во чантата. Доколку во чантата имало три писма за едно исто сандаче, тие на крајот од постапката ќе се најдат во сандачето, но нема да бидат испорачани сите три одеднаш во еден ист момент. Имено, поштарот нема да пребарува низ чантата за да ги најде сите три писма (тој и не мора да знае дека има три писма за едно сандаче) наменети за предметното сандаче за да би ги ставил сите три одеднаш во него.



Слика Б.4. Еквивалентно коло на мрежата од сликата Б.3 со адмитанции во единични вредности

Претходната постапка ќе ја примениме и на формирањето на матрицата $\underline{Y}$ за мрежата прикажана на сликата Б.4 на следниот начин:

Чекор 0. Формираме матрица со димензии 4×4 којашто содржи само нули (празни поштенски сандачиња), со што добиваме:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Чекор 1. Ја обработуваме гранката бр. 1 од табелата Б.2, и гледаме за кое сандаче таа е „адресирана“, односно ги гледаме индексите на нејзиниот почетен и краен јазел. Тие во овој случај се 1 и 2, што значи дека параметрите на гранката ќе учествуваат формирање на: $\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{22}$, $\underline{Y}_{12}$ и $\underline{Y}_{21}$. При тоа, во соодветните дијагонални елементи, т. е. $\underline{Y}_{11}$ и $\underline{Y}_{22}$, треба да ја додадеме вредноста на надолжната адмитанција на гранката 1, т. е. $\underline{Y}_1$ од табелата Б.2, како и адмитанциите на напречните гранки (од капацитивностите, т. е. $\underline{Y}_2$ од табелата Б.2), а во соодветните вондијагонални, т. е. $\underline{Y}_{12}$ и $\underline{Y}_{21}$,

да ја одземеме адмитанцијата $\underline{Y}_1$. По овој чекор добиваме:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 2 - j3,98 & -2 + j4 & 0 & 0 \\ -2 + j4 & 2 - j3,98 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Чекор 2 Ја обработуваме гранката бр. 2 од табелата Б.2 на којашто ѝ припаѓаат јазлите 2 и 3. Според тоа, ги менуваме дијагоналните елементи $\underline{Y}_{22}$ и $\underline{Y}_{33}$ и вондијагоналните $\underline{Y}_{23}$ и $\underline{Y}_{32}$, така што на првите им ја додаваме надолжната и напречната адмитанција на гранката 2 (т. е. $\underline{Y}_1$ и $\underline{Y}_2$), а на вторите им ја одземеме надолжната адмитанција на гранката 2. По овој чекор добиваме:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 2 - j3,98 & -2 + j4 & 0 & 0 \\ -2 + j4 & 3 - j6,96 & -1 + j3 & 0 \\ 0 & -1 + j3 & 1 - j2,98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Чекор 3 Ја обработуваме гранката бр. 3 од табелата Б.2 на којашто ѝ припаѓаат јазлите 3 и 4. Според тоа, ги менуваме дијагоналните елементи $\underline{Y}_{33}$ и $\underline{Y}_{44}$ и вондијагоналните $\underline{Y}_{34}$ и $\underline{Y}_{43}$, така што на првите им ја додаваме надолжната и напречната адмитанција на гранката 3, а на вторите им ја одземеме надолжната адмитанција на гранката 3. По овој чекор добиваме:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 2 - j3,98 & -2 + j4 & 0 & 0 \\ -2 + j4 & 3 - j6,96 & -1 + j3 & 0 \\ 0 & -1 + j3 & 3 - j8,97 & -2 + j6 \\ 0 & 0 & -2 + j6 & 2 - j5,99 \end{bmatrix}.$$

Чекор 4 Ја обработуваме гранката бр. 4 од табелата Б.2 на којашто ѝ припаѓаат јазлите 4 и 1. Притоа во $\underline{Y}_{44}$ и $\underline{Y}_{11}$ ги додаваме надолжната адмитанција $\underline{Y}_1$ и напречната адмитанција $\underline{Y}_2$ на гранката бр. 4, а од $\underline{Y}_{41}$ и $\underline{Y}_{14}$ ја одземеме надолжната адмитанција $\underline{Y}_1$.

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 4 - j9,97 & -2 + j4 & 0 & -2 + j6 \\ -2 + j4 & 3 - j6,96 & -1 + j3 & 0 \\ 0 & -1 + j3 & 3 - j8,97 & -2 + j6 \\ -2 + j6 & 0 & -2 + j6 & 4 - j11,98 \end{bmatrix}.$$

По извршувањето на сите чекори, кои ги има толку, колку што има гранки во мрежата, го добиваме конечниот резултат за матрицата $\underline{Y}$ којшто е идентичен со резултатот што би се добил доколку матрицата ја формиравме на претходниот познат начин каде што се обработува елемент по елемент од матрицата т. е. јазел по јазел од мрежата.

Врз основа на опишаната постапка е направена програмата Б.1 во MATLAB којашто можеме да ја поделиме на три дела. Во оваа програма, како и во сите наредни, секој дел кој ќе биде коментиран во текстот е означен со соодветен број во круг на левата маргина од страницата.

- ① На почетокот се дефинира матрицата granki која всушност ги содржи податоците од табелата Б.2. Во неа секоја редица одговара на една гранка од мрежата. Матрицата има пет колони, при што во првите две се запишани почетниот и крајниот јазел на гранката, а во останатите се запишани параметрите: R_V , X_V и B_V .
- ② Потоа се одредува бројот на гранки M и бројот на јазли N , се формираат векторите f и t коишто ги содржат индексите на почетните и крајните јазли на гранките, како и векторите $Y1$ и $Y2$ кои ги содржат параметрите од еквивалентната п-заменска шема на гранките.
- ③ На крајот, во третиот дел, се формира матрицата Y со помош на системот пошта.

**Програма Б.1. Формирање на $\underline{Y}$ според системот пошта
(programi/prilozi/maty_primer_1a.m)**

```

① 1 granki = [
2     1  2  0.1  0.2  0.04
3     2  3  0.1  0.3  0.04
4     3  4  0.05 0.15 0.02
5     4  1  0.05 0.15 0.02
6     ];
② 7 M = size(granki, 1);
8 f = granki(:,1); t = granki(:,2); N = max(max(f), max(t));
9 Y1 = 1./(granki(:,3) + 1j*granki(:,4)); Y2 = 1j*granki(:,5)/2;
③ 10 Y = zeros(N,N);
11 for i = 1:M
12     j = f(i); k = t(i);
13     Y(j,j) = Y(j,j) + Y1(i) + Y2(i);
14     Y(k,k) = Y(k,k) + Y1(i) + Y2(i);
15     Y(j,k) = Y(j,k) - Y1(i);
16     Y(k,j) = Y(k,j) - Y1(i);
17 end

```

Формирањето на матрицата $\underline{Y}$ преку релацијата (Б.10) е направено во програмата Б.2. Во неа се користени ретки матрици во MATLAB (команда `sparse`) со што се штеди на мемориски простор, а матричните операции вклучувајќи го и решавањето на системи линеарни равенки се прават

повеќекратно побрзо. Ова е посебно важно во случаите кога работиме со големи матрици, т. е. со големи електроенергетски мрежи.

Програмата Б.2 се состои од три дела организирани на следниот начин:

- ① Идентично како во програмата Б.1.
- ② Идентично како во програмата Б.1.
- ③ Формирање на матрицата на инциденција **A** и пресметување на матрицата **Y** со помош на релацијата (Б.10). Овде матрицата **A** има четири редици, што значи со неа се опфатени само редните гранки од еквивалентните шеми на водовите. Напречните гранки (вкупно 8) се додаваат во матрицата **Y** со помош на наредбите
`sparse(f,f,Y2,N,N) + sparse(t,t,Y3,N,N)`
при што секоја од наредбите додава по четири напречни гранки во дијагоналните елементи што одговараат на почетните јазли (прва наредба) и на крајните јазли на гранките (втора наредба).

Програма Б.2. Формирање на **Y според релацијата (Б.10)**
(programi/prilozi/maty_primer_1b.m)

```

① 1 granki = [
2     1  2  0.1  0.2  0.04
3     2  3  0.1  0.3  0.04
4     3  4  0.05 0.15 0.02
5     4  1  0.05 0.15 0.02
6     ];
② 7 M = size(granki, 1);
8 f = granki(:,1); t = granki(:,2); N = max(max(f), max(t));
9 Y1 = 1./(granki(:,3) + 1j*granki(:,4)); Y2 = 1j*granki(:,5)/2;
③ 10 A = sparse(1:M,f,ones(M,1),M,N) - sparse(1:M,t,ones(M,1),M,N);
11 Y = A'*sparse(1:M,1:M,Y1)*A ...
12     + sparse(f,f,Y2,N,N) ...
13     + sparse(t,t,Y2,N,N);

```

Во програмата се користи командата `sparse` којашто ја има следната синтакса

`S = sparse(i,j,s,m,n)`

каде што векторите: **i**, **j** и **s** се користат за генерирање на ретка матрица со димензии $m \times n$ за чии елементи важи следното $S(i(k), j(k)) = s(k)$. Векторите: **i**, **j** и **s** треба да се со иста должина. Ако во **s** постојат елементи еднакви на нула тие се игнорираат, а доколку во **i** и **j** има дупликати, тогаш елементите од **s** на тие позиции се собираат.

Како илустрација за командата ќе разгледаме два случаја. Во првиот случај ќе генерираме матрица со димензии 4×4 со пет ненулти елементи. Векторите: **i**, **j** и **s** имаат по пет елементи, при што во векторите **i** и **j** нема две исти редици, т. е. немаме зададено два пати еден елемент

на одредена локација во матрицата. Матрицата ја добиваме со следната команда

```
S = sparse([3 2 3 4 1],[1 2 2 3 4],[1 2 3 4 5],4,4)
```

која како резултат дава

```
S =
(3,1)      1
(2,2)      2
(3,2)      3
(4,3)      4
(1,4)      5
```

во кој се запишани само ненултните елементи и локациите на кои тие се наоѓаат. Тоа значи дека матрицата го има следниот изглед:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ако генерираме матрица со следната команда, во којашто забележуваме дека во векторите i и j два пати ја има комбинацијата (3,2)

```
S = sparse([3 2 3 4 1],[2 2 2 3 4],[1 2 3 4 5],4,4)
```

како резултат добиваме:

```
S =
(2,2)      2
(3,2)      4
(4,3)      4
(1,4)      5
```

односно

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix},$$

од каде што забележуваме дека $S_{32} = 4$. Вредноста на овој елемент е добиена со збир на елементот 1 и 3 од векторот s , бидејќи во редиците 1 и 3 во векторите i и j ја има комбинацијата (3,2).

Претходно наведеното сумирање на елементи кои се наоѓаат на иста позиција во една ретка матрица е посебно корисно при извршување на следните наредби:

```
sparse(f,f,Y2,N,N)
sparse(t,t,Y2,N,N)
```

затоа што на таков начин автоматски ќе бидат собрани напречните адмитанции на гранките $Y2$, кои почнуваат или завршуваат на исти јазел.

В

СИМЕТРИЧНИ КОМПОНЕНТИ

Трифазните електрични кола имаат широка примена во преносот и дистрибуцијата на електрична енергија. За нивно решавање можеме да ги користиме сите методи за решавање на општи електрични кола, но сепак тие имаат одредени специфики, кои овозможиле развој на посебни методи кои го олеснуваат нивното решавање. Методот на симетрични компоненти, за кој ќе стане збор во овој прилог, овозможува со помош на линеарни трансформации да се воведат нови променливи за напоните и струите, така што едно трифазно коло се распаѓа на три еднофазни кои може да се решат независно едно од друго.

В.1 Симетрични трифазни кола

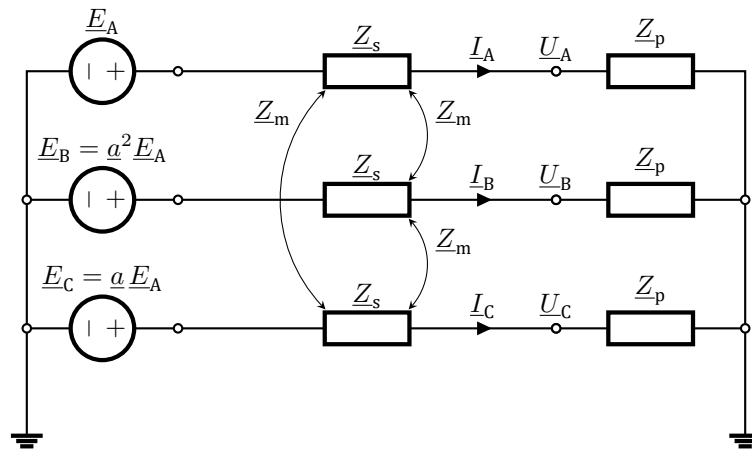
Го разгледуваме трифазното електрично коло прикажано на сликата В.1 коешто се состои од трифазен генератор, трифазен вод и трифазен потрошувач.

Трифазниот генератор е составен од: три еднофазни генератори поврзани во ѕвезда со напони: $\underline{E}_A$, $\underline{E}_B$ и $\underline{E}_C$. Доколку ефективните вредности на трите напони се еднакви и тие се меѓусебно фазно изместени за по 120° , тогаш за трифазниот генератор се вели дека е симетричен.

Исказот даден во претходната реченица можеме едноставно математички да го запишеме доколку го воведеме следниот оператор

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3}, \quad (\text{В.1})$$

којшто е комплексен број со модул еднаков на 1 и фазен агол еднаков на $2\pi/3$ рад, т. е. 120° . Тоа значи дека ако фазорот на некој напон или струја го помножимо со $\underline{a}$ ќе добиеме нов фазор со еднаква ефективна вредност и фазен агол зголемен за 120° .

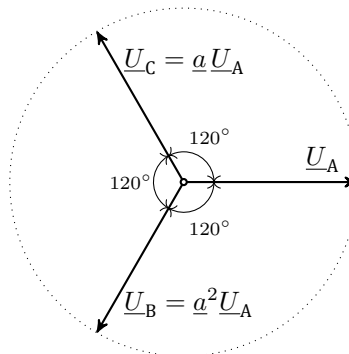


Слика В.1. Наполно симетрично трифазно коло

Според тоа напоните на еден симетричен трифазен генератор се дефинирани со следните три фазора:

$$\underline{E}_A, \quad \underline{E}_B = \underline{a}^2 \underline{E}_A, \quad \underline{E}_C = \underline{a} \underline{E}_A,$$

од каде што забележуваме дека напонот на фазата В предничи за 240° пред напонот на фазата А, додека напонот на фазата С предничи за 120° (слика В.2).



Слика В.2. Симетричен систем на напони

Фазните разлики можеме да ги искажеме и на друг, општоприфатен начин: напонот на фазата В доцни за 120° зад напонот на фазата А, додека напонот на фазата С доцни за 240° . Иако двата начина на искажување на фазната разлика се еквивалентни ние секогаш ќе го користиме вториот.

Трифазниот вод на сликата В.1 има еднакви фазни импеданции $\underline{Z}_s$ и еднакви меѓусебни импеданции $\underline{Z}_m$ за секој пар фази. Трифазниот потрошувач е составен од три еднакви импеданции $\underline{Z}_p$ поврзани во звезда. Бидејќи сите трифазни елементи во колото се симетрични за колото во целина велиме дека е напдно симетрично трифазно коло.

Фазните напони на трифазниот генератор можеме да ги напишеме во еден вектор со три елементи на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{E}}_f = \begin{bmatrix} \underline{E}_A \\ a^2 \cdot \underline{E}_A \\ a \cdot \underline{E}_A \end{bmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

понатаму, водот кој се состои од три меѓусебно спрегнати импеданции можеме да го претставиме со редна импеданција во форма на матрица со димензии 3×3 :

$$\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_s & \underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_s & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_m & \underline{Z}_s \end{bmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

додека за потрошувачот, ако нема спрегнати елементи по фази, можеме да ја напишеме следната дијагонална матрица, исто така со димензии 3×3 :

$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,f} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_p & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_p & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_p \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

Користејќи ги ознаките воведени во (B.2) – (B.4) за колото од сликата В.1 можеме да ја напишеме следната матрична равенка:

$$\underline{\mathbf{E}}_f = (\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} + \underline{\mathbf{Z}}_{p,f}) \cdot \underline{\mathbf{I}}_f, \quad (\text{B.5})$$

од каде што за струите во трите фази на водот добиваме:

$$\underline{\mathbf{I}}_f = (\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} + \underline{\mathbf{Z}}_{p,f})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_f. \quad (\text{B.6})$$

Постапката изгледа едноставно и не се разликува од решавање на еднофазно електрично коло, со тоа што тука наместо со скалари оперираме со матрици и вектори. Главниот проблем е што во одреден момент се појавува потреба од инверзија на матрица со димензии 3×3 , т. е. решавање на систем од 3 линеарни равенки.

Во продолжение ќе наведеме уште еден начин за решавање на симетричното трифазно коло.

За операторот $\underline{a}$ важи следното равенство:

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0, \quad (\text{B.7})$$

што значи дека сумата на напони или струи во едно трифазно симетрично електрично коло е еднаква на нула.

Согласно равенството (B.7) за колото од сликата B.1 важи равенството:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0. \quad (\text{B.8})$$

Врз основа на Кирхофовиот закон за напони за колото од сликата B.1 можеме да напишеме:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_A \\ \underline{E}_B \\ \underline{E}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_s & \underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_s & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_m & \underline{Z}_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

и првата редица на овој системот равенки е

$$\underline{E}_A = \underline{U}_A + \underline{Z}_s \underline{I}_A + \underline{Z}_m \underline{I}_B + \underline{Z}_m \underline{I}_C = \underline{U}_A + \underline{Z}_s \underline{I}_A + \underline{Z}_m (\underline{I}_B + \underline{I}_C). \quad (\text{B.10})$$

Понатаму, од равенството (B.8) следува:

$$\underline{I}_B + \underline{I}_C = -\underline{I}_A, \quad (\text{B.11})$$

така што имајќи ја предвид равенката (B.11) од равенката (B.10) се добива:

$$\underline{E}_A = \underline{U}_A + \underline{Z}_s \underline{I}_A - \underline{Z}_m \underline{I}_A = \underline{U}_A + (\underline{Z}_s - \underline{Z}_m) \underline{I}_A = \underline{U}_A + \underline{Z} \underline{I}_A. \quad (\text{B.12})$$

Од релацијата (B.12) заклучуваме дека како последица на симетријата и урамнотеженоста на системот, приликите во фазата A можат да се искажат како односи само помеѓу фазните напони и струи во таа фаза. Се разбира дека е сосема идентичен заклучокот и за преостанатите две фази B и C, т. е. ќе имаме:

$$\begin{aligned} \underline{E}_A &= \underline{U}_A + \underline{Z} \underline{I}_A, \\ \underline{E}_B &= \underline{U}_B + \underline{Z} \underline{I}_B, \\ \underline{E}_C &= \underline{U}_C + \underline{Z} \underline{I}_C. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Величината $\underline{Z} = \underline{Z}_s - \underline{Z}_m$ којашто фигурира во релациите (B.12) и (B.13) се нарекува редна погонска импеданција на трифазниот вод. Таа претставува вештачка, математички воведена, величина која нема

физичка позадина. Таа се однесува на трифазни водови коишто работат во симетричен урамнотежен режим на работа и овозможува на едноставен начин да биде опфатен сумарниот ефект од постоењето на сопствените импеданции и меѓусебните спреги кај фазните спроводници од трифазните водови.

За да можеме целосно да го решиме трифазното коло од сликата В.1 треба да ги напишеме и релациите за напоните и струите на потрошувачот:

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_p \underline{I}_A, \quad \underline{U}_B = \underline{Z}_p \underline{I}_B, \quad \underline{U}_C = \underline{Z}_p \underline{I}_C, \quad (\text{B.14})$$

со што по замена во (B.13) добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{E}_A &= (\underline{Z} + \underline{Z}_p) \underline{I}_A, \\ \underline{E}_B &= (\underline{Z} + \underline{Z}_p) \underline{I}_B, \\ \underline{E}_C &= (\underline{Z} + \underline{Z}_p) \underline{I}_C. \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Конечно, за струјата во фазата А можеме да напишеме:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z} + \underline{Z}_p}. \quad (\text{B.16})$$

Се разбира, аналогни изрази важат и за другите две фази. Но, бидејќи колото е симетрично и урамнотежено, за струите во другите две фази едноставно можеме да напишеме $\underline{I}_B = \underline{a}^2 \underline{I}_A$ и $\underline{I}_C = \underline{a} \underline{I}_A$.

Споредувајќи ги изразите (B.6) и (B.16), кои даваат решение за еден исти проблем, можеме да заклучиме дека користејќи ја симетричноста на колото, до резултатот можеме да дојдеме на многу едноставен начин без да има потреба да решаваме систем равенки.

Пример В.1. На сликата В.1 е прикажан симетричен трифазен вод со сопствени импеданции на фазите $\underline{Z}_s = j10 \Omega$ и меѓусебни импеданции $\underline{Z}_m = j5 \Omega$. Водот се напојува од симетричен трифазен генератор со напони на фазите од клемите на генераторот: $\underline{E}_A = E$, $\underline{E}_B = \underline{a}^2 \cdot E$ и $\underline{E}_C = \underline{a} \cdot E$, при што е $E = 230 \text{ V}$ и $\underline{a} = e^{j \cdot 2\pi/3} = -1/2 + j\sqrt{3}/2$. На крајот од водот е приклучен трифазен симетричен потрошувач со сопствени импеданции по фаза $\underline{Z}_p = 10 \Omega$. Да се пресметаат струите во фазите: $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$.

Решение

Векторот со напони на генераторот и матриците со импеданции на водот и потрошувачот се следните:

$$\underline{\mathbf{E}}_f = \begin{bmatrix} E \\ \underline{a}^2 E \\ \underline{a} E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} \text{ V},$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_s & \underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_s & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_m & \underline{Z}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \Omega,$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,f} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_p & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_p & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \Omega.$$

Според равенката (B.6) добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}_f &= (\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} + \underline{\mathbf{Z}}_{p,f})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_f = \\ &= \begin{bmatrix} 10 + j10 & j5 & j5 \\ j5 & 10 + j10 & j5 \\ j5 & j5 & 10 + j10 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 18,4 - j9,2 \\ -17,1674 - j11,3349 \\ -1,2326 + j20,5349 \end{bmatrix} \text{ A.} \end{aligned}$$

Доколку ја користиме равенката (B.16), водејќи сметка дека за водот е $\underline{Z} = \underline{Z}_s - \underline{Z}_m$, на далеку поедноставен начин ќе дојдеме до истото решение. Според тоа имаме:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z} + \underline{Z}_p} = \frac{230}{j10 - j5 + 10} = (18,4 - j9,2) \text{ A.}$$

Струите во другите две фази изнесуваат

$$\underline{I}_B = \underline{a}^2 \underline{I}_A = (-1/2 - j\sqrt{3}/2) \cdot (18,4 - j9,2) = (-17,1674 - j11,3349) \text{ A,}$$

$$\underline{I}_C = \underline{a} \underline{I}_A = (-1/2 + j\sqrt{3}/2) \cdot (18,4 - j9,2) = (-1,2326 + j20,5349) \text{ A.}$$

Од постапката и добиените резултати можеме да заклучиме дека едно симетрично трифазно електрично коло, со помош на равенката (B.16), може да се реши сосема едноставно како што се решава и еднофазно електрично коло.

Двата начина за решавање на колото се применети во следната програма во MATLAB:

programi/sim/sim_kolo.m

```
1 a = exp(1j*2*pi/3);
2 E = 230 * [1; a^2; a];
3 Zv = [10j 5j 5j
4       5j 10j 5j
5       5j 5j 10j];
```

```

6 Zp = diag([10 10 10]);
7 I = (Zv + Zp)\E
8
9 Ia = 230/(10j - 5j + 10)
10 Ib = a^2*Ia
11 Ic = a*Ia

```

со која се добива следниот резултат

```

>> sim_kolo
I =
 18.4000 - 9.2000i
-17.1674 -11.3349i
-1.2326 +20.5349i
Ia =
 18.4000 - 9.2000i
Ib =
-17.1674 -11.3349i
Ic =
-1.2326 +20.5349i

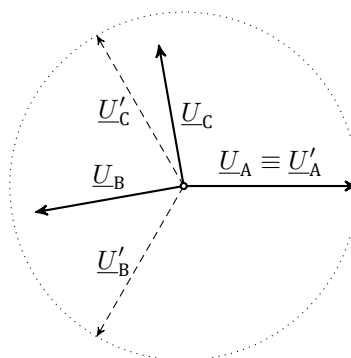
```

□ □ □

В.2 Несиметрични трифазни кола

В.2.1 Несиметричен генератор

На почетокот ќе претпоставиме дека несиметријата во трифазното коло е предизвикана од несиметричните напони на генераторот. Во општ случај тие може да бидат со различни ефективни вредности и со меѓусебни фазни агли кои се разликуваат од 120° . Ваквата состојба е прикажана на сликата В.3 каде што со: $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$ и $\underline{U}_C$ се прикажани фазорите на напоните во еден несиметричен систем. Како илустрација за несиметријата на ваквиот систем на напони на сликата В.3 се прикажани и напоните: $\underline{U}'_A$, $\underline{U}'_B$ и $\underline{U}'_C$ кои формираат симетричен систем на напони.



Слика В.3. Несиметричен систем на напони

Претходно видовме дека кога трифазното коло е симетрично и урамнотежено доволно е да ја пресметаме само струјата во фазата А со равенката (B.16), додека струите во фазите В и С имаат еднаква ефективна вредност и доцнат за 120° , односно 240° . Оваа констатација во несиметрично трифазно коло не важи и на прв поглед не преостанува ништо друго освен да го решиме колото за сите три фази одеднаш со равенката (B.6), при што практично решаваме систем од три линеарни равенки. Но, сепак постои и поинаков начин за решавање кој ќе биде објаснет во продолжение.

Кои било три вектора во рамнина, какви што се и фазорите на напоните: $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$ и $\underline{U}_C$, можеме да да ги изразиме преку други три вектора означени со: $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ и $\underline{U}_3$. При тоа, трансформацијата од едниот во другиот систем од вектори е линеарна и го има следниот изглед:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \overset{\textcircled{1}}{c_{11}\underline{U}_1} + \overset{\textcircled{2}}{c_{12}\underline{U}_2} + \overset{\textcircled{3}}{c_{13}\underline{U}_3} \\ \underline{U}_B &= c_{21}\underline{U}_1 + c_{22}\underline{U}_2 + c_{23}\underline{U}_3 \\ \underline{U}_C &= c_{31}\underline{U}_1 + c_{32}\underline{U}_2 + c_{33}\underline{U}_3 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

каде што изборот на коефициентите c_{ij} е произволен со единствено ограничување со кое се бара матрицата формирана од тие коефициенти да не биде сингуларна.

Секој од оригиналните вектори е заменет со сума од три вектора така што имаме вкупно девет вектори. Овие девет вектора се групирани во три групи кои содржат по три вектора означени со засенчени колони во равенката (B.17). Трите групи од вектори, кои ќе ги нарекуваме три системи од вектори, се следните:

$$\begin{aligned} \text{систем 1: } & c_{11}\underline{U}_1, \quad c_{21}\underline{U}_1, \quad c_{31}\underline{U}_1, \\ \text{систем 2: } & c_{12}\underline{U}_2, \quad c_{22}\underline{U}_2, \quad c_{32}\underline{U}_2, \\ \text{систем 3: } & c_{13}\underline{U}_3, \quad c_{23}\underline{U}_3, \quad c_{33}\underline{U}_3, \end{aligned}$$

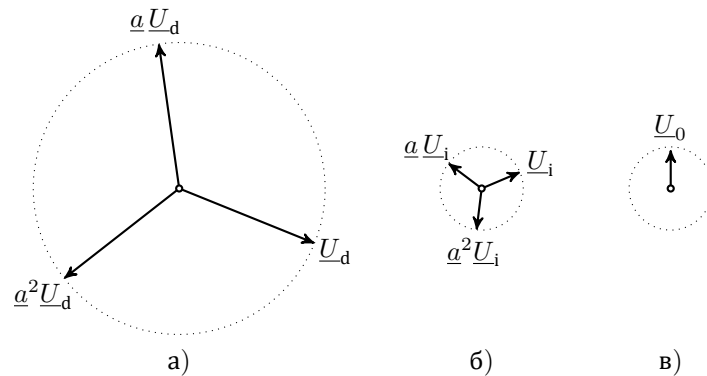
со што можеме да кажеме дека со ваквиот пристап оригиналниот систем од трифазни напони сме го замениле со други три система од трифазни напони.

Иако постојат многу начини за избор на коефициентите во системот равенки (B.17) нас нè интересира единствениот начин кој овозможува трите нови системи од напони да се состојат од симетрични вектори. При тоа, под систем од симетрични вектори подразбираме вектори кои имаат еднакви амплитуди и еднакви меѓусебни фазни разлики. Кога имаме систем од три вектора барањето за еднакви меѓусебни фазни

разлики се сведува на тоа фазните агли помеѓу векторите да бидат 0° или 120° . Во случајот кога фазните агли се 120° имаме две можности: векторите во симетричниот систем доцнат за по 120° или векторите предничат за по 120° . Според тоа, посакуваните 3 симетрични системи од вектори се следните:

1. Директен систем во кој сите вектори имаат амплитуда U_d , при што компонентата на фазата В доцни зад компонентата на фазата А за 120° , додека компонентата на фазата С доцни зад компонентата на фазата А за 240° . Компонентите по фази во директниот систем се: $\underline{U}_d$, $\underline{a^2 U}_d$ и $\underline{a U}_d$ (слика В.4а),
2. Инверзен систем во кој сите вектори имаат амплитуда U_i , при што компонентата на фазата В предничи пред компонентата на фазата А за 120° , додека компонентата на фазата С предничи пред компонентата на фазата А за 240° . Компонентите по фази во инверзниот систем се: $\underline{U}_i$, $\underline{a U}_i$ и $\underline{a^2 U}_i$ (слика В.4б),
3. Нулти систем во кој сите вектори имаат амплитуда U_0 и сите се во фаза (фазна разлика од 0°). Компонентите по фази во нултиот систем се: $\underline{U}_0$, $\underline{U}_0$ и $\underline{U}_0$ (слика В.4в).

Компонентите: $\underline{U}_d$, $\underline{U}_i$ и $\underline{U}_0$ во симетричните системи од сликата В.4 се нарекуваат симетрични компоненти.

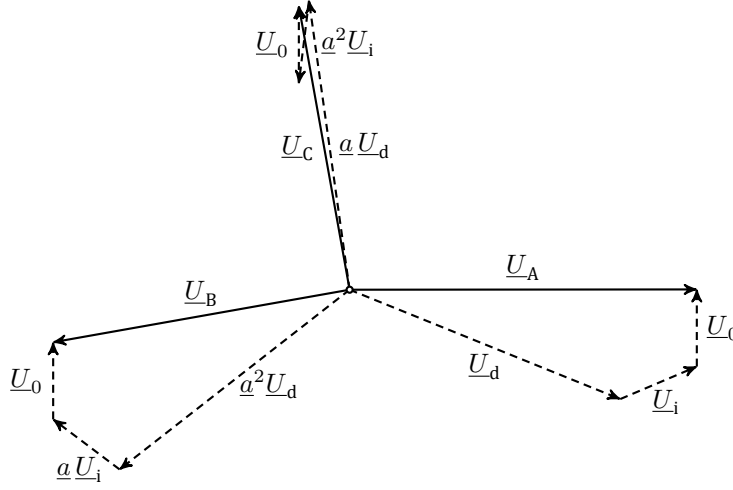


Слика В.4. Симетрични компоненти

а) директен систем, б) инверзен систем, в) нулти систем

Со сумирање на компонентите по фази од трите симетрични системи од сликата В.4 навистина ќе го добиеме почетниот несиметричен систем како што е прикажано на сликата В.5. Тоа значи дека секој несиметричен систем на напони можеме да го претставиме како сума од 3 посебни симетрични системи на напони.

Според погоре изнесеното произлегува дека доколку сакаме еден несиметричен систем од вектори да го претставиме како сума од три



Слика В.5. Несиметричен систем добиен како сума од компоненти од три симетрични системи

система со симетрични вектори тогаш за коефициентите c_{ij} во равенката (B.17) треба да ги одбереме коефициентите како во равенките (B.18)–(B.20).

$$\underline{U}_A = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_0, \quad (\text{B.18})$$

$$\underline{U}_B = \underline{a}^2 \underline{U}_d + \underline{a} \underline{U}_i + \underline{U}_0, \quad (\text{B.19})$$

$$\underline{U}_C = \underline{a} \underline{U}_d + \underline{a}^2 \underline{U}_i + \underline{U}_0, \quad (\text{B.20})$$

што во матрична форма може да биде напишано на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{U}}_f = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_s, \quad (\text{B.21})$$

каде што трансформационата матрицата е:

$$\underline{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.22})$$

додека векторите со фазните напони и со напоните на симетричните компоненти се:

$$\underline{\mathbf{U}}_f = [\underline{U}_A \quad \underline{U}_B \quad \underline{U}_C]^T \quad \text{и} \quad \underline{\mathbf{U}}_s = [\underline{U}_d \quad \underline{U}_i \quad \underline{U}_0]^T.$$

Од равенките (B.18)–(B.20) можеме да изведеме и релации во кои симетричните компоненти ќе бидат изразени преку фазните.

Ако ги собереме сите равенки (B.18)-(B.20), водејќи сметка дека е $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$, добиваме:

$$\begin{aligned}\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C &= (1 + \underline{a} + \underline{a}^2) \cdot \underline{U}_d + (1 + \underline{a} + \underline{a}^2) \cdot \underline{U}_i + 3 \cdot \underline{U}_0 \\ &= 3 \cdot \underline{U}_0,\end{aligned}$$

од каде следува:

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3} (\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C). \quad (\text{B.23})$$

Ако равенките: (B.18), (B.19) и (B.20) ги помножиме со 1, $\underline{a}$ и $\underline{a}^2$ соодветно и потоа ги собереме ќе имаме:

$$\begin{aligned}\underline{U}_A + \underline{a}\underline{U}_B + \underline{a}^2\underline{U}_C &= (1 + \underline{a}^3 + \underline{a}^3) \cdot \underline{U}_d + (1 + \underline{a}^2 + \underline{a}^4) \cdot \underline{U}_i \\ &\quad + (1 + \underline{a} + \underline{a}^2) \cdot \underline{U}_0 = 3 \cdot \underline{U}_d,\end{aligned}$$

од каде следува:

$$\underline{U}_d = \frac{1}{3} (\underline{U}_A + \underline{a}\underline{U}_B + \underline{a}^2\underline{U}_C), \quad (\text{B.24})$$

при што е водено сметка дека е $\underline{a}^3 = 1$ и $\underline{a}^4 = \underline{a}$.

Ако равенките: (B.18), (B.19) и (B.20) ги помножиме со 1, $\underline{a}^2$ и $\underline{a}$ соодветно и потоа ги собереме ќе имаме

$$\underline{U}_A + \underline{a}^2\underline{U}_B + \underline{a}\underline{U}_C = 3 \cdot \underline{U}_i,$$

што значи дека е:

$$\underline{U}_i = \frac{1}{3} (\underline{U}_A + \underline{a}^2\underline{U}_B + \underline{a}\underline{U}_C). \quad (\text{B.25})$$

Равенките (B.23)-(B.25) можеме да ги напишеме во матрична форма како што следува:

$$\underline{\mathbf{U}}_s = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{U}}_f, \quad (\text{B.26})$$

каде што инверзната матрица од трансформационата матрицата е:

$$\underline{\mathbf{F}}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{\mathbf{F}}^*)^T. \quad (\text{B.27})$$

Аналогно на равенката (B.21) може да се напишат равенките и за напоните на генераторот и за струите во водот, така што равенката (B.9) во матричен облик гласи

$$\underline{\mathbf{U}}_f = \underline{\mathbf{E}}_f - \underline{\mathbf{Z}}_{v,f} \cdot \underline{\mathbf{I}}_f, \quad (\text{B.28})$$

можеме да ја трансформираме користејќи симетрични компоненти (т. е. равенството (B.21)) на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_s = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{E}}_s - \underline{\mathbf{Z}}_{v,f} \cdot \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_s, \quad (\text{B.29})$$

а откако ќе помножиме од лево со $\underline{\mathbf{F}}^{-1}$ добиваме

$$\underline{\mathbf{U}}_s = \underline{\mathbf{E}}_s - \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{v,f} \cdot \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_s, \quad (\text{B.30})$$

односно

$$\underline{\mathbf{U}}_s = \underline{\mathbf{E}}_s - \underline{\mathbf{Z}}_{v,s} \cdot \underline{\mathbf{I}}_s, \quad (\text{B.31})$$

каде што со $\underline{\mathbf{Z}}_{v,s}$ е означена матрицата на импеданции на водот во симетрични компоненти.

Имајќи го предвид равенството (B.3) за редните импеданции на водот во фазни компоненти и равенката (B.22) за матрицата на трансформација, за матрицата на импеданции на водот во симетрични компоненти добиваме:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{v,s} = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{v,f} \cdot \underline{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_s - \underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_s - \underline{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_s + 2\underline{Z}_m \end{bmatrix},$$

од каде што гледаме дека таа е дијагонална. Тоа значи дека импеданциите во симетрични компоненти на водот не се спрегнати (важи само за симетрични водови). Ова значи дека пресметките за симетричните компоненти на струите и напоните ќе можеме да ги правиме за секоја компонента посебно, наместо да решаваме три равенки одеднаш како во претходната точка.

Елементите на дијагоналата во матрицата $\underline{\mathbf{Z}}_{v,s}$ се нарекуваат: директна, инверзна и нулта импеданција на водот и тие изнесуваат:

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_s - \underline{Z}_m, \quad (\text{B.32})$$

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_s - \underline{Z}_m, \quad (\text{B.33})$$

$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_s + 2\underline{Z}_m. \quad (\text{B.34})$$

Имајќи ја предвид дијагоналната структура на матрицата $\underline{\mathbf{Z}}_{v,s}$ од равенката (B.31) добиваме:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_d \\ \underline{E}_i \\ \underline{E}_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_d \cdot \underline{I}_d \\ \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_i \\ \underline{Z}_0 \cdot \underline{I}_0 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.35})$$

што во суштина се три одделни равенки.

Доколку потрошувачот е симетричен, без спреги меѓу фазите, тогаш неговата матрица на импеданции ќе биде:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,f} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_p & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_p & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_p \end{bmatrix}.$$

Лесно може да се покаже дека: матрицата на импеданции во симетрични компоненти на потрошувачот ќе биде иста како и во фазни компоненти, т. е.

$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,s} = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{p,f} \cdot \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{Z}}_{p,f},$$

што значи дека директната, инверзната и нултата импеданција на потрошувачот изнесуваат $\underline{Z}_p$.

Според тоа, напоните на потрошувачот во симетрични компоненти едноставно се:

$$\underline{U}_d = \underline{Z}_p \cdot \underline{I}_d, \quad \underline{U}_i = \underline{Z}_p \cdot \underline{I}_i, \quad \underline{U}_0 = \underline{Z}_p \cdot \underline{I}_0,$$

па со замена во равенката (B.35) можеме лесно да ги добиеме симетричните компоненти на струите:

$$\begin{aligned} \underline{I}_d &= \frac{\underline{E}_d}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_p}, \\ \underline{I}_i &= \frac{\underline{E}_i}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_p}, \\ \underline{I}_0 &= \frac{\underline{E}_0}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_p}. \end{aligned} \tag{B.36}$$

Решението дадено во равенките (B.36), кое се однесува на трифазно коло со несиметрични напони и струи, е аналогно на решението дадено со (B.16) кое се однесува на симетрично трифазно коло. Тоа значи дека со примена на симетричните компоненти решавањето на несиметричното трифазно коло го спроведовме на начин кој е исто толку едноставен како и начинот за решавање на симетричното трифазно коло.

Пример В.2. Во трифазното коло од примерот В.1 генераторот е несиметричен и неговите фазни напони изнесуваат $\underline{E}_A = 230 \text{ V}$, $\underline{E}_B = 200 \cdot e^{j190^\circ} \text{ V}$ и $\underline{E}_C = 190 \cdot e^{j100^\circ}$. Водот и потрошувачот ги имаат истите параметри како претходно. Да се пресметаат струите во фазите: $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$.

Решение

Векторот со напони на генераторот во овој случај е:

$$\underline{\mathbf{E}}_f = \begin{bmatrix} 230 \\ 200 \cdot e^{j190^\circ} \\ 190 \cdot e^{j100^\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230 \\ -196,962 - j34,730 \\ -32,993 + j187,113 \end{bmatrix} \text{ V},$$

додека нивните симетрични компоненти се:

$$\underline{\mathbf{E}}_s = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_f = \begin{bmatrix} 179,033 - j72,731 \\ 50,952 + j21,936 \\ 0,015 + j50,795 \end{bmatrix} \text{ V}.$$

Според равенката (B.6) добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}_f &= (\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} + \underline{\mathbf{Z}}_{p,f})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_f = \\ &= \begin{bmatrix} 10 + j10 & j5 & j5 \\ j5 & 10 + j10 & j5 \\ j5 & j5 & 10 + j10 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 230 \\ -196,962 - j34,730 \\ -32,993 + j187,113 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 18,3991 - j12,2477 \\ -17,1470 + j2,0524 \\ 4,8442 + j13,2411 \end{bmatrix} \text{ A}. \end{aligned}$$

Според равенките (B.32)–(B.34) директната, инверзната и нултата реактанција на водот изнесуваат: $\underline{Z}_d = \underline{Z}_i = j10 - j5 = j5 \Omega$ и $\underline{Z}_0 = j10 + 2 \cdot j5 = j20 \Omega$.

Понатаму, со помош на равенките (B.36) симетричните компоненти на струите ги добиваме со едноставни формули, без решавање на систем од линеарни равенки, со што имаме:

$$\begin{aligned} \underline{I}_d &= \frac{179,033 - j72,731}{j5 + 10} = (11,4134 - j12,9798) \text{ A}, \\ \underline{I}_i &= \frac{50,952 + j21,936}{j5 + 10} = (4,9536 - j0,2832) \text{ A}, \\ \underline{I}_0 &= \frac{0,015 + j50,795}{j20 + 10} = (4,8442 + j13,2411) \text{ A}. \end{aligned}$$

Конечно, фазните струи изнесуваат:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_0 = (18,3991 - j12,2477) \text{ A}, \\ \underline{I}_B &= a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_0 = (-17,1470 + j2,0524) \text{ A}, \\ \underline{I}_C &= a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_0 = (4,8442 + j13,2411) \text{ A}. \end{aligned}$$

Со следната програма во MATLAB несиметричното коло е решено со двата претходно наведени начина:

programi/sim/nesim_kolo_1.m

```
1 Ef = [230; 200*exp(1j*190/180*pi); 190*exp(1j*100/180*pi)];
2 Zf = [10j 5j 5j
3       5j 10j 5j
4       5j 5j 10j];
5 Zp = diag([10 10 10]);
6 If = (Zf + Zp)\Ef
7
8 a = exp(1j*2*pi/3);
9 F = [1 1 1; a^2 a 1; a a^2 1];
10 Es = 1/3*F'*Ef;
11 Id = Es(1)/(5j + 10)
12 Ii = Es(2)/(5j + 10)
13 I0 = Es(3)/(20j + 10)
14 If = F*[Id; Ii; I0]
```

со што се добива следниот резултат:

```
>> nesim_kolo_1
If =
    18.3991 -12.2477i
   -17.1470 + 2.0524i
    4.8442 +13.2411i
Id =
    11.4134 -12.9798i
Ii =
    4.9536 - 0.2832i
I0 =
    2.0321 + 1.0153i
If =
    18.3991 -12.2477i
   -17.1470 + 2.0524i
    4.8442 +13.2411i
```



В.2.2 Несиметричен потрошувач

Доколку потрошувачот е несиметричен и без меѓусебни спреги на фазите тогаш, во општ случај, неговата матрица на импеданции ќе биде:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,f} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_3 \end{bmatrix},$$

па според тоа матрицата на импеданции во симетрични компоненти на потрошувачот $\underline{\mathbf{Z}}_{p,s} = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{p,f} \cdot \underline{\mathbf{F}}$ ќе изнесува:

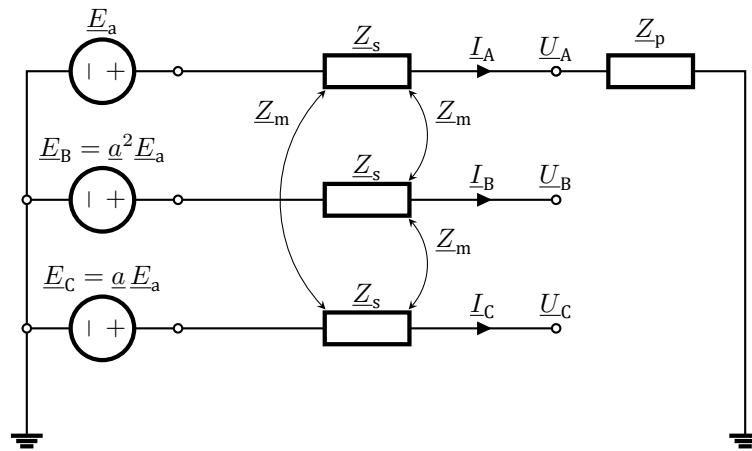
$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,s} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 & \underline{Z}_1 + \underline{a}^2 \underline{Z}_2 + \underline{a} \underline{Z}_3 & \underline{Z}_1 + \underline{a} \underline{Z}_2 + \underline{a}^2 \underline{Z}_3 \\ \underline{Z}_1 + \underline{a} \underline{Z}_2 + \underline{a}^2 \underline{Z}_3 & \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 & \underline{Z}_1 + \underline{a}^2 \underline{Z}_2 + \underline{a} \underline{Z}_3 \\ \underline{Z}_1 + \underline{a}^2 \underline{Z}_2 + \underline{a} \underline{Z}_3 & \underline{Z}_1 + \underline{a} \underline{Z}_2 + \underline{a}^2 \underline{Z}_3 & \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{bmatrix}.$$

Веднаш забележуваме дека матрицата $\underline{\mathbf{Z}}_{p,s}$ не е дијагонална, што значи дека, во овој случај, дури и ако направиме трансформација во симетрични компоненти нема да добиеме три одделни равенки туку ќе имаме систем од равенки.

Но, во специјални случаи кога сите елементи во колото се симетрични освен потрошувачот кај кој има „екстремна“ несиметрија сепак ќе можеме да дојдеме до три одделни равенки во симетрични компоненти. Токму ваквите „екстремни“ несиметрии нè интересираат во случаите кога треба да анализираме куси врски во електроенергетски мрежи. Во овие случаи нема да ја применуваме трансформацијата $\underline{\mathbf{Z}}_{p,s} = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{p,f} \cdot \underline{\mathbf{F}}$, туку равенките ќе ги напишеме на поинаков начин кој ќе биде објаснет во продолжение преку примерот В.3.

Пример В.3. На сликата П.В.3.1 е прикажан симетричен трифазен вод кој се напојува од симетричен трифазен генератор кои имаат исти параметри како во примерот В.1. На крајот од водот: само на фазата А е приклучен потрошувач со импеданција $\underline{Z}_p = 10 \Omega$, додека фазите В и С се отворени. Да се пресметаат напоните на сите три фази на крајот од водот $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$ и $\underline{U}_C$, како и струите во фазите: $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$. Пресметките да се направат на два начина:

- Решавајќи го колото во фазен домен сметајќи дека тоа се состои од три еднофазни генератори, три меѓусебно спрегнати импеданции за водот и една импеданција за потрошувачот,
- Решавајќи го колото со примена на симетрични компоненти.



Слика П.В.3.1. Несиметричен потрошувач во трифазно коло

Решение

Начин а)

Постапувајќи идентично како во примерот В.1 прво ги пишуваме векторот со напони на генераторот и матриците со импеданции на водот и потрошувачот

$$\underline{\mathbf{E}}_f = \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} \text{ V},$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{v,f} = \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \Omega,$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{p,f} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 10^8 \end{bmatrix} \Omega,$$

каде што гледаме дека во фазите В и С за импеданцијата на потрошувачот е напишано $10^8 \Omega$ што практично одговара на отворено коло.

Според равенката (B.6) добиваме:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_f &= (\mathbf{Z}_{v,f} + \mathbf{Z}_{p,f})^{-1} \cdot \mathbf{E}_f = \\ &= \begin{bmatrix} 10 + j10 & j5 & j5 \\ j5 & 10^8 + j10 & j5 \\ j5 & j5 & 10^8 + j10 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11,5 - j11,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{A},\end{aligned}$$

додека фазните напони на потрошувачот ги пресметуваме со равенката (B.28) со што имаме:

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_f &= \mathbf{E}_f - \mathbf{Z}_{v,f} \cdot \mathbf{I}_f = \\ &= \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 11,5 - j11,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 115 - j115 \\ -172,5 - j256,686 \\ -172,5 + j141,686 \end{bmatrix} \mathbf{V}.\end{aligned}$$

Начин б)

Имајќи предвид дека генераторот е симетричен, за симетричните компоненти на неговите фазни напони имаме:

$$\mathbf{E}_{dio} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{E}_{abc} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E \\ a^2 E \\ a E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

а потоа од равенката (B.35), водејќи сметка дека е $\underline{E}_i = 0$ и $\underline{E}_0 = 0$ добиваме:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_d \cdot \underline{I}_d \\ \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_i \\ \underline{Z}_0 \cdot \underline{I}_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{П.В.3.1})$$

што во суштина се три одделни равенки.

Бидејќи на крајот на водот на фазите В и С нема поврзано ништо, можеме да напишеме:

$$\begin{aligned}\underline{I}_B &= \underline{I}_0 + a^2 \cdot \underline{I}_d + a \cdot \underline{I}_i = 0, \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_0 + a \cdot \underline{I}_d + a^2 \cdot \underline{I}_i = 0,\end{aligned}$$

од каде што, водејќи сметка за идентитетот $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$, следува дека

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_0.$$

Според тоа, за струјата во фазата А добиваме:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_0 + \underline{I}_d + \underline{I}_i = 3 \cdot \underline{I}_d, \quad (\text{П.В.3.2})$$

од каде што се гледа дека симетричните компоненти на струите се:

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_0 = \frac{\underline{I}_A}{3}. \quad (\text{П.В.3.3})$$

Имајќи ја предвид равенката (П.В.3.3) од равенката (П.В.3.1), добиваме:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_d \\ \underline{Z}_i \\ \underline{Z}_0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\underline{I}_A}{3}, \quad (\text{П.В.3.4})$$

или во развиена форма тоа се три одделни равенки:

$$\underline{U}_d = E - \underline{Z}_d \cdot \frac{\underline{I}_A}{3}, \quad (\text{П.В.3.5})$$

$$\underline{U}_i = -\underline{Z}_i \cdot \frac{\underline{I}_A}{3}, \quad (\text{П.В.3.6})$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \cdot \frac{\underline{I}_A}{3}. \quad (\text{П.В.3.7})$$

Знаејќи ги симетричните компоненти на напоните на крајот од водот, за напонот на фазата А можеме да напишеме

$$\underline{U}_A = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_0 = E - (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0) \cdot \frac{\underline{I}_A}{3}. \quad (\text{П.В.3.8})$$

Од друга страна, според колото од сликата П.В.3.1, за напонот на фазата А имаме

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_p \cdot \underline{I}_A, \quad (\text{П.В.3.9})$$

така што, од равенките (П.В.3.9) и (П.В.3.8), за струјата во фазата А добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{3 \cdot E}{3 \cdot \underline{Z}_p + \underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{3 \cdot 230}{3 \cdot 10 + j5 + j5 + j20} \\ &= (11,5 - j11,5) \text{ A}. \end{aligned} \quad (\text{П.В.3.10})$$

Сега можеме да го пресметаме и напонот на фазата А кој изнесува:

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_p \cdot \underline{I}_A = 10 \cdot (11,5 - j11,5) = (115 - j115) \text{ V}.$$

Според равенките (П.В.3.5)–(П.В.3.7), за симетричните компоненти на напоните добиваме:

$$\underline{U}_d = E - \underline{Z}_d \cdot \frac{\underline{I}_A}{3} = 230 - j5 \cdot \frac{11,5 - j11,5}{3} = (210,833 - j19,167) \text{ V}$$

$$\underline{U}_i = -\underline{Z}_i \cdot \frac{\underline{I}_A}{3} = -j5 \cdot \frac{11,5 - j11,5}{3} = (-19,167 - j19,167) \text{ V}$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \cdot \frac{\underline{I}_A}{3} = -j20 \cdot \frac{11,5 - j11,5}{3} = (-76,667 - j76,667) \text{ V}$$

На крајот, користејќи ги симетричните компоненти на напоните, можеме да ги пресметаме напоните на фазите В и С

$$\underline{U}_B = \underline{U}_0 + a^2 \cdot \underline{U}_d + a \cdot \underline{U}_i = (-172,5 - j256,686) \text{ V},$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_0 + a \cdot \underline{U}_d + a^2 \cdot \underline{U}_i = (-172,5 - j141,686) \text{ V}.$$

Можеме да заклучиме дека при решавањето на несиметричното коло од сликата П.В.3.1 со помош на симетрични компоненти струјата на потрошувачот се добива со проста формула која гласи:

$$\underline{I}_A = \frac{3 \cdot E}{3 \cdot \underline{Z}_p + \underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0}.$$

Ако го разгледаме случајот кога е $\underline{Z}_p = 0$, кој се нарекува еднофазна куса врска, за струјата на куса врска добиваме:

$$\underline{I}_A = \frac{3 \cdot E}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0}. \quad (\text{П.В.3.11})$$

Симетричните компоненти на струјата на еднофазна куса врска се:

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_0 = \frac{\underline{I}_A}{3} = \frac{E}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0}. \quad (\text{П.В.3.12})$$

Овој пример можеме да го решиме во MATLAB со помош на следната програма:

programi/sim/nesim_kolo_2.m

```
1 E = 230; Zs = 10j; Zm = 5j; Zp = 10;
2 a = exp(1j*2*pi/3);
3
4 disp('a');
5 Ef = 230 * [1; a^2; a];
6 Zf = [Zs Zm Zm
7       Zm Zs Zm
8       Zm Zm Zs];
9 Z = diag([Zp 1e8 1e8]);
10 If = (Zf + Z)\Ef;
11 Uf = Zf*If
```



```
12
13 disp('b');
14 Zd = Zs - Zm;
15 Zi = Zs - Zm;
16 Zo = Zs + 2*Zm;
17 Ia = 3*E/(3*Zp + Zd + Zi + Zo)
18 Ud = E - Zd*Ia/3
19 Ui = -Zi*Ia/3
20 Uo = -Zo*Ia/3
21 Ua = Ud + Ui + Uo
22 Ub = a^2*Ud + a*Ui + Uo
23 Uc = a*Ud + a^2*Ui + Uo
```

со чие активирање се добива:

```
>> nesim_kolo_2
a)
Iabc =
    11.5000 -11.5000i
    -0.0000 - 0.0000i
    -0.0000 + 0.0000i
Uabc =
    1.0e+02 *
    1.1500 - 1.1500i
    -1.7250 - 2.5669i
    -1.7250 + 1.4169i
b)
Ia =
    11.5000 -11.5000i
Ud =
    2.1083e+02 - 1.9167e+01i
Ui =
    -19.1667 -19.1667i
Uo =
    -76.6667 -76.6667i
Ua =
    1.1500e+02 - 1.1500e+02i
Ub =
    -1.7250e+02 - 2.5669e+02i
Uc =
    -1.7250e+02 + 1.4169e+02i
```

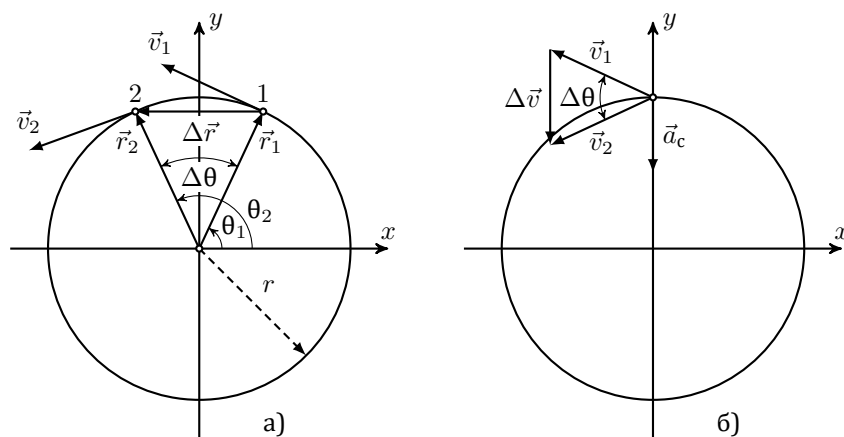
□ □ □

Г

РОТАЦИОНО ДВИЖЕЊЕ

Г.1 Рамномерно ротационо движење

Разгледуваме ротационо движење на точкест објект по кружница со радиус r од точката 1 кон точката 2 (слика Г.1а), при што позицијата на точката е опишана со аголот во однос на апсцисната оска (θ_1 и θ_2).



Слика Г.1

Во краток временски интервал Δt точката по кружницата изминува агол $\Delta\theta$, што значи дека изминатиот пат изнесува:

$$\Delta s = r \cdot \Delta\theta. \quad (\text{Г.1})$$

Просечната брзина на движење изнесува:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad (\text{Г.2})$$

од каде во граничен случај кога $\Delta t \rightarrow 0$ ја добиваме моменталната брзина:

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}. \quad (\text{Г.3})$$

Брзината на промена на аголот θ се нарекува аголна брзина и е дефинирана со следниот израз:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad (\text{Г.4})$$

од каде следува дека нејзината мерна единица е rad/s . Од равенките (Г.3) и (Г.4) добиваме:

$$v = \omega \cdot r. \quad (\text{Г.5})$$

Периодот за кој дадена точка прави цел круг, односно изминува агол 2π , се означува со T и од дефиницијата на аголната брзина следува

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (\text{Г.6})$$

Бројот на вртежи во секунда е реципрочна вредност од периодот T , што значи имаме:

$$f = \frac{1}{T}, \quad \omega = 2\pi f. \quad (\text{Г.7})$$

При рамномерно кружно движење аголната брзина ω е константна што значи дека аголот θ линеарно расте со текот на времето. Исто така во сите точки на кружницата и брзината v е константна, но таа постојано го менува правецот и секогаш се поклопува со тангентата на кружницата во дадената точка (слика Г.1а). Поради тоа, иако кружното движење е рамномерно, сепак, тоа е движење во кое постои забрзување. Правецот на забрзувањето е таков, што не предизвикува промена на брзината v по интензитет, туку само промена на нејзиниот правец.

Промената на брзината во интервалот Δt изнесува $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ и таа е нацртана на сликата Г.1б на средина меѓу точките 1 и 2. Векторот $\Delta \vec{v}$ е насочен спротивно од ординатната оска. Ако интервалот Δt го намалуваме ќе се намалува и аголот $\Delta \theta$, а со тоа и векторот $\Delta \vec{v}$ кој ќе доаѓа сè поблиску до ординатната оска. Во граничен случај кога $\Delta t \rightarrow 0$ односот $\Delta \vec{v}/dt$ ја дефинира моменталната вредност на забрзувањето $\vec{a}_c$ кое е насочено точно кон центарот на кружницата. Забрзувањето $\vec{a}_c$ се нарекува центрипетално забрзување.

Од сличноста на триаголникот формиран со векторите: $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ и $\Delta \vec{r}$ на сликата Г.1а триаголникот формиран со векторите: $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ и $\Delta \vec{v}$ на сликата Г.1б можеме да напишеме:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}, \quad \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r.$$

Ако двете страни ги поделеме со Δt и земеме граничен случај $\Delta t \rightarrow 0$ за големината на центрипеталното забрзување добиваме:

$$a_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r}. \quad (\Gamma.8)$$

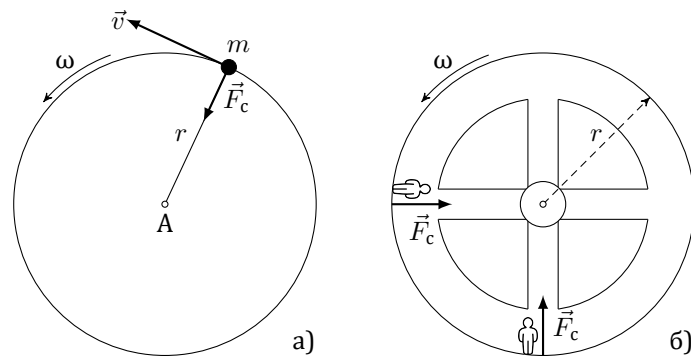
Центрипеталното забрзување можеме да го добиеме и преку аголната брзина:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r. \quad (\Gamma.9)$$

За да стекнеме претстава за големината на центрипеталното забрзување во реални системи ќе разгледаме два кратки примера.

Автомобил со тркала со радиус $r = 0,3 \text{ m}$ се движи со брзина $v = 100 \text{ km/h}$ ($v = 27,8 \text{ m/s}$). Според тоа, забрзувањето ќе биде $a_c = v^2/r = 27,8^2/0,3 = 2567 \text{ m/s}^2$.

Роторот на турбогенератор со радиус $r = 0,5 \text{ m}$ се врти со фреквенција $f = 50 \text{ Hz}$, така што добиваме $a_c = \omega^2 r = (2\pi f)^2 r = (100 \cdot \pi)^2 \cdot 0,5 = 49348 \text{ m/s}^2$. Ако овие вредности ги споредиме со забрзувањето на земјината гравитација $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, гледаме дека забрзувањето во првиот случај е 263 поголемо од g , а во вториот случај дури 5030 пати. Се разбира, овие забрзувања се на периферијата на тркалото, односно роторот. Колку одиме поблиску до центарот тие стануваат сè помали, а во центарот изнесуваат 0.



Слика Г.2

На сликата Г.2а е прикажан предмет со маса m кој е врзан со јаже и ротира околу точката А. Поради центрипеталното забрзување на предметот делува центрипетална сила

$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_c, \quad (\Gamma.10)$$

која е насочена кон точката А. Иако можеме да дојдеме до помислата дека силата $\vec{F}_c$ ќе го повлече предметот кон точката А тоа воопшто

не се случува, затоа што како што веќе видовме улогата на оваа сила се сведува само на менување на правецот на брзината, така што таа е секогаш во правец на тангентата на кружницата и со тоа движењето е кружно. Доколку јагето се скине, силата $\vec{F}_c$ ќе исчезне и предметот ќе продолжи да се движи праволиниски во правец на брзината во моментот на кинење на јагето.

Центрипеталната сила има константна амплитуда, но постојано го менува својот правец, така што секогаш е ориентирана од предметот кон центарот на ротација, што значи дека секогаш е нормална на брзината. Тоа е единствениот услов за кружно движење и сосема е небитно кој ја создава силата: затегнато јаже или сила на гравитација помеѓу две небески тела.

На вселенската станица космонаутите се во постојан слободен пад и затоа чувствуваат бестежинска состојба. Доколку вселенската станица почне да ротира со константна аголна брзина во неа ќе се добие чувство на гравитација поради центрипеталната сила (слика Г.26). Доколку сакаме центрипеталното забрзување да биде еднакво со забрзувањето на земјината гравитација, треба да биде исполнет условот $\omega^2 r = g$ од каде следува $\omega = \sqrt{g/r}$. Ако радиусот на станицата е $r = 50$ m добиваме $\omega = \sqrt{9,81/50} = 0,442$ rad/s. Според тоа периодот на ротација ќе изнесува $T = 2\pi/\omega = 5,2$ s.

Доколку космонаутот стои на вага таа ќе ја покаже силата mg и тоа ни е јасно гледано однадвор затоа што знаеме дека станицата се врти со константна аголна брзина, а тоа е единствено можно ако делува сила насочена кон центарот на ротација. Но, доколку појавата ја набљудува самиот космонаут во однос на негов референтен систем фиксиран на станицата тој ќе заклучи нешто друго. Бидејќи за него сè е во мирување, а вагата сепак покажува некоја сила единственото негово објаснување е дека постои сила која е насочена кон неговите стапала, односно во правец надвор од станицата. Таа сила се нарекува центрифугална сила и е фиктивна сила, но сепак набљудувачот кој се наоѓа во референтниот систем кој ротира ја чувствува таа сила.

Вакви „фиктивни“ сили секогаш се појавуваат кога вршме набљудување од референтен систем во кој има забрзување. Во овој случај, во ротирачкиот референтен систем постои центрипеталното забрзување. Ваквите референтни системи се нарекуваат неинерцијални референтни системи.

Г.2 Ротација на цврсто тело

Разгледуваме ротационото движење во кое има забрзување во насока на ротацијата. Од претходно, знаеме дека постои врска помеѓу периферната и аголната брзина дадена со следната релација $v = \omega \cdot r = d\theta/dt \cdot r$ од каде со диференцирање ќе го добиеме тангенцијалното забрзување кое е во правец на брзината v

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \frac{d^2\theta}{dt^2} r = \alpha \cdot r, \quad (\text{Г.11})$$

каде што α се нарекува аголно забрзување кое се мери во rad/s^2 .

Важно е да се нагласи дека тангенцијалното забрзување a_t кое е во правец на брзината v нема никаква врска со центрипеталното забрзување a_c кое е нормално на правецот на брзината.

Ако забрзаното ротационо движење го споредиме со забрзаното праволиниско движење ги добиваме следните аналогни променливи:

$$x \rightarrow \theta, \quad v \rightarrow \omega, \quad a \rightarrow \alpha, \quad (\text{Г.12})$$

што значи дека сега наместо растојанието x имаме агол θ , наместо брзината v имаме аголна брзина ω и наместо забрзувањето a имаме аголно забрзување α .

Релациите кои ги знаеме за праволиниско движење тука ја имаат истата форма само со други променливи:

$$\begin{aligned} x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 &\rightarrow \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2, \\ v = v_0 + a t &\rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t, \end{aligned} \quad (\text{Г.13})$$

каде што со индекс 0 се означени вредностите на променливите за $t = 0$.

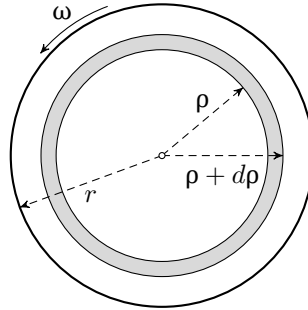
За да ја пресметаме кинетичката енергија на тело во форма на диск или цилиндер кој ротира, кружната површина ја делиме на ситни сегменти ограничени со радиусите ρ и $\rho + d\rho$ како што е прикажано на сликата Г.3.

За сите точки од засенчената површина од сликата Г.3 периферната брзина е еднаква бидејќи сите точки се наоѓаат на еднакво растојание од центарот. Според тоа имаме:

$$v_\rho = \omega \rho,$$

така што за кинетичката енергија на засенчениот дел можеме да напишеме:

$$dE_k = \frac{1}{2} v_\rho^2 dm = \frac{1}{2} \omega^2 \rho^2 dm,$$



Слика Г.3

каде што dm е масата на засенчената површина.

Вкупната кинетичка енергија ја добиваме со интегрирање, така што имаме:

$$E_k = \frac{1}{2} \omega^2 \int_0^r \rho^2 dm = \frac{1}{2} J \omega^2, \quad (\text{Г.14})$$

каде што J се нарекува момент на инерција кој изнесува

$$J = \int_0^r \rho^2 dm. \quad (\text{Г.15})$$

За случајот од сликата Г.3 елементарната маса dm ја добиваме од односот на засенчената површина и површината на целиот круг:

$$dm = \frac{2\pi\rho d\rho}{\pi r^2} m = \frac{2m}{r^2} \rho d\rho,$$

каде што m е масата на целото тело. Според тоа моментот на инерција ќе биде

$$J = \int_0^r \frac{2m}{r^2} \rho^3 d\rho = \frac{1}{2} m r^2. \quad (\text{Г.16})$$

Покрај веќе наведените аналогни променливи воведени во (Г.12) и равенките (Г.13) сега можеме да ги наведеме и следните:

$$\begin{aligned} m &\rightarrow J, \\ E_k &= \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow E_k = \frac{1}{2} J \omega^2. \end{aligned} \quad (\text{Г.17})$$

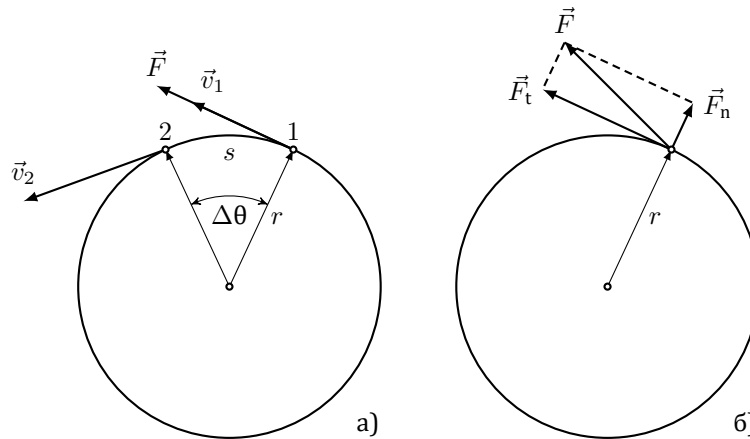
Ќе наведеме пример на еден турбогенератор со номинална моќност од 200 MW кој има момент на инерција $J = 25000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ и фреквенција на вртење $f = 50 \text{ Hz}$. Кинетичката енергија на роторот изнесува $E_k = J \cdot (2\pi f)^2 / 2 = 25000 \cdot (100 \cdot \pi)^2 / 2 = 1,2337 \cdot 10^9 \text{ J}$. Доколку оваа енергија ја изразиме во kWh ќе добиеме $E_k = 1,2337 \cdot 10^9 / 3,6 \cdot 10^6 = 343 \text{ kWh}$ што е

приближно еднакво на месечната потрошувачка на електрична енергија на едно домаќинство кое не користи електрична енергија за греење.

Познавајќи го моментот на инерција можеме многу едноставно да одговориме на некои прашања што се однесуваат на случаи кога имаме променлива аголна брзина. На пример, ако кај претходно наведениот генератор се случи трифазна куса врска тој нема да биде во можност да испраќа електрична моќност на потрошувачите, а во исто време ќе добива механичка моќност од турбината. Ако моќноста на турбината била $P_T = 200 \text{ MW}$, да се пресмета за колку време фреквенцијата на вртење на роторот ќе достигне $f_1 = 51 \text{ Hz}$. При фреквенција на вртење f_1 кинетичката енергија на роторот ќе биде $E_{k1} = 25000 \cdot (102 \cdot \pi)^2 = 1,2835 \cdot 10^9 \text{ J}$. Енергијата која турбината ја вложува во системот изнесува $P_T \cdot t$ така што, според законот за запазување на енергија можеме да напишеме:

$$P_T \cdot t = E_{k1} - E_k \Rightarrow t = \frac{E_{k1} - E_k}{P_T} = \frac{(1,2835 - 1,2337) \cdot 10^9}{200 \cdot 10^6} = 0,25 \text{ s}.$$

Разгледуваме забрзано ротационо движење Г.4а при кое имаме тангенцијална сила која делува на телото. По определен временски период телото се врти за агол $\Delta\theta$, така што точката 1 стигнува во позиција 2. За сето тоа време делува силата $\vec{F}$ која има тангенцијален правец и поради тоа брзината ќе се зголеми по интензитет $v_2 > v_1$, но секогаш ќе го задржува тангенцијалниот правец.



Слика Г.4

При вртењето периферијата на телото, каде што делува силата, изминува пат $s = r \cdot \theta$ така што силата извршила работа, т. е. вложила

енергија која изнесува:

$$E = F \cdot s = F \cdot r \cdot \theta.$$

Бидејќи претходно направивме аналогича помеѓу праволиниско и ротационо движење, згодно е енергијата при ротационо движење да ја изразиме како производ од определена величина и аголот, аналогно на производот од силата и патот кај праволиниско движење. Значи, сакаме да добиеме релација во облик

$$E = M \cdot \theta, \quad (\text{Г.18})$$

каде што M е вртежен момент кој изнесува

$$M = F \cdot r. \quad (\text{Г.19})$$

Според тоа ја имаме следната аналогича со праволиниско движење

$$\begin{aligned} F &\rightarrow M, \\ m \cdot a &\rightarrow J \cdot \alpha, \\ E = F \cdot x &\rightarrow E = M \cdot \theta. \end{aligned} \quad (\text{Г.20})$$

Како што гледаме вртежниот момент е производ од тангенцијалната сила и растојанието до оската на ротација. Доколку силата не е во правец на тангентата таа ќе ја разложиме на тангенцијална и нормална компонента како што е прикажано на сликата Г.46 и тогаш вртежниот момент ќе биде $F_t \cdot r$.

Доколку левата и десната страна на равенката (Г.18) ги диференцираме по време ќе добиеме:

$$\frac{dE}{dt} = M \frac{d\theta}{dt},$$

односно

$$P = M \cdot \omega. \quad (\text{Г.21})$$

Равенката (Г.21) често се користи при анализа на движењето на роторите на синхроните генератори и таа ни дава можност да го пресметаме вртежниот момент преку моќноста и брзината на вртење кои се величини што вообичаено се пресметуваат и мерат во праксата.

Д

НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ

Д.1 Општо

Во електроенергетските системи решенијата на диференцијалните равенки се функции со коишто е дадена временската промена на одредена големина како што е: напон, струја, агол на роторот на генератор итн.. Егзактното решавање на диференцијалните равенки, кон кое секогаш се тежнее во математиката, ги дава овие функции во аналитички облик, односно дава сложени изрази од независната променлива (време) со којашто е опишана промената на одредена величина.

Инженерскиот пристап кон добивањето на решението ќе биде поинаков затоа што нас ни е сосема доволно да го познаваме решението дадено во нумерички облик, од којшто можеме да ги извлечеме сите потребни заклучоци. Нумеричкото решение е дадено во вектори коишто содржат нумерички вредности на функциите коишто ги бараме за одредени вредности на независната променлива (одредени временски моменти).

Од тие вектори можеме да заклучиме дали одредена величина (напон, струја, агол, итн.) има осцилаторна или апериодична промена, дали нејзината максимална вредност (пренапон или ударна струја) претставува опасност за некоја опрема или уред, т. е. дали одреден систем е стабилен итн..

Д.2 Пример со готови функции во MATLAB

Во MATLAB постојат повеќе методи за нумеричко решавање на системи диференцијални равенки од прв ред како што се: `ode23`, `ode45`, `ode113`, `ode15s`, `ode23s`, `ode23t` и `ode23tb`. Тука, прво преку едноставен пример, ќе ја разгледаме нивната примена за решавање на сис-

теми диференцијални равенки од прв ред од следниот облик:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= f_1(t, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ \frac{dy_2}{dt} &= f_2(t, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ &\vdots \\ \frac{dy_n}{dt} &= f_n(t, y_1, y_2, \dots, y_n),\end{aligned}\tag{Д.1}$$

од каде што се забележува дека диференцијалните равенки треба да бидат напишани на таков начин, што од левата страна ќе бидат дадени првите изводи на зависните променливи: $y_1, y_2, \dots, y_n$, додека од десната страна може да има изрази (функции) од произволен облик (не само линеарен) што може да ги содржи сите зависни променливи како и независната променлива t .

Ќе го разгледаме следниот едноставен систем од две диференцијални равенки од прв ред:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= 2 \cdot y_1 - 0,001 \cdot y_1 \cdot y_2, \\ \frac{dy_2}{dt} &= -10 \cdot y_2 + 0,002 \cdot y_1 \cdot y_2,\end{aligned}\tag{Д.2}$$

со почетни услови $y_1(0) = 5000$ и $y_2(0) = 100$. При тоа, ќе ги определиме функциите $y_1(t)$ и $y_2(t)$, како и нивните максимални вредности.¹

Прво пишуваме функција која враќа вектор чии елементи се десните страни од диференцијалните равенки, на следниот начин:

```
f = @(t,y) [2*y(1) - 0.001*y(1)*y(2); -10*y(2) + 0.002*y(1)*y(2)];
```

а потоа ја повикуваме функцијата `ode45` во која прв параметар е името на функцијата со изводите, потоа следува вектор со интервал за t за кој сакаме да ја добиеме промената на функциите y_1 и y_2 и на крајот следува вектор со почетни вредности за функциите. Целата програма го има следниот изглед:

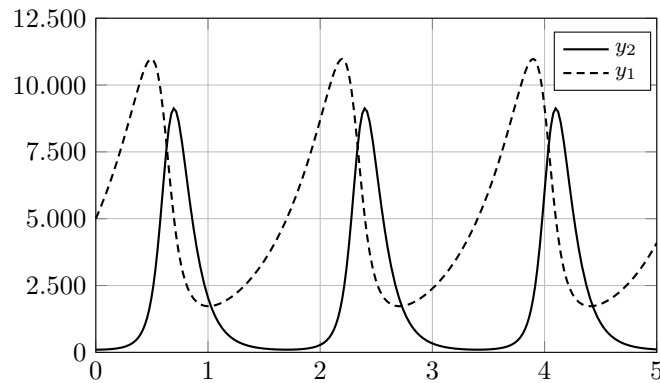
programi/dif_rav/primer_ode45.m

```
1 clc; clear
2 f = @(t,y) [2*y(1) - 0.001*y(1)*y(2); -10*y(2) + 0.002*y(1)*y(2)];
3 [t, y] = ode45(f,[0 5],[5000 100]);
4 plot(t,y);
5 ymax = max(y)
```

Со активирање на програмата, освен графициите $y_1(t)$ и $y_2(t)$, го добиете следното решение:

¹Дадениот систем равенки го опишува проблемот на грабливец и плен, на пример лисици и зајаци. Тука бројот на зајаци е означен со y_1 , а бројот на лисици со y_2 .

```
>> primer_ode45
ymax =
    1.0e+04 *
    1.0978    0.9126
```



Слика Д.1

Д.3 Метод на Ојлер

Методот на Ојлер нема практична примена и тој само ќе ни послужи да го илустрираме концептот за нумеричко решавање на диференцијални равенки.

Нека е даден интервалот $[a, b]$ во кој сакаме да ја определиме промената на функцијата $y(t)$ која се добива како решение на диференцијалната равенка

$$y' = f(t, y), \quad (\text{Д.3})$$

при што е позната почетната вредност на функцијата $y(a) = y_0$.

Интервалот $[a, b]$ го делиме на n подинтервали со што добиваме $n + 1$ точка за независната променлива t . Вредностите на t во тие точки се:

$$t_i = a + i \cdot h, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (\text{Д.4})$$

каде што $h = (b - a)/n$ е чекор со кој се движиме низ зададениот интервал.

Целта на нумеричкото решавање на диференцијалната равенка е за секоја точка t_i да пресметаме вредност на функцијата y_i која приближно ќе ја задоволи равенката. Со развивање на функцијата во Тајлоров ред имаме:

$$y(t_0 + h) = y(t_0) + h \cdot y'(t_0) + \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot y''(t_0) + \dots \quad (\text{Д.5})$$

Ако при доволно мало h во редот ги занемариме членовите со h од втор и повисок ред, со ставање на ознаките $y_1 = y(t_0 + h)$ и $y_0 = y(t_0)$, добиваме

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(t_0, y_0). \quad (\text{Д.6})$$

Со повторување на постапката за сите точки од интервалот $[a, b]$, во општ случај важи следното:

$$t_{i+1} = t_i + h, \quad y_{i+1} = y_i + h \cdot f(t_i, y_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (\text{Д.7})$$

Со методот на Ојлер ќе пробаме да ја решиме диференцијалната равенка

$$y' = y, \quad y(0) = 1,$$

во интервалот $[0, 4]$, при што ќе користиме $n = 8$ подинтервали ($h = 0,5$). За оваа равенка го знаеме аналитичкото решение $y = e^t$.

Во овој случај имаме $y_{i+1} = y_i + h \cdot y_i$, според тоа постапката за решавање на равенката е следната:

$$\begin{aligned} t_0 &= 0 & y_0 &= 1 \\ t_1 &= 0,5 & y_1 &= 1 + 0,5 \cdot 1 = 1,5 \\ t_2 &= 1 & y_2 &= 1,5 + 0,5 \cdot 1,5 = 2,25 \\ t_3 &= 1,5 & y_3 &= 2,25 + 0,5 \cdot 2,25 = 3,375 \\ t_4 &= 2 & y_4 &= 3,375 + 0,5 \cdot 3,375 = 5,0625 \\ t_5 &= 2,5 & y_5 &= 5,0625 + 0,5 \cdot 5,0625 = 7,59375 \\ t_6 &= 3 & y_6 &= 7,59375 + 0,5 \cdot 7,59375 = 11,39062 \\ t_7 &= 3,5 & y_7 &= 11,39062 + 0,5 \cdot 11,39062 = 17,08594 \\ t_8 &= 4 & y_8 &= 17,08594 + 0,5 \cdot 17,08594 = 25,62891 \end{aligned}$$

Од резултатите гледаме дека последната вредност $y_8 = 25,62891$ се разликува од точната вредност $e^4 = 54,59815$ за $-53,1\%$ што е многу голема грешка. Резултатите се прикажани графички на сликата Д.2. Ако сакаме да постигнеме поголема точност треба да го зголемиме бројот на точки. На пример за $n = 1000$ грешката кај y_8 изнесува $-0,8\%$. Резултатите можеме да ги добиеме со примена на MATLAB со помош на следната програма:

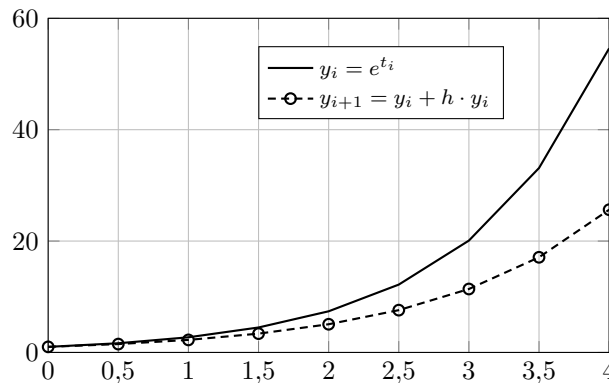
programi/dif_rav/ojler_primer1.m

```
1 clc; clear;
2 y(1) = 1; t(1) = 0; n = 8; h = 4/n;
3 for i = 1:n
4     t(i+1) = t(i) + h;
5     y(i+1) = y(i) + h * y(i);
6     fprintf('%i %.1f %8.5f\n', i, t(i+1), y(i+1));
```

```

7 end
8 greska = (y(n+1)/exp(t(n+1)) - 1) * 100
9 plot(t, y, '--ko', t, exp(t), 'k');

```



Слика Д.2

Доколку бројот на точки го зголемиме на $n = 100$, грешката ќе изнесува $-7,5\%$ што повторно не е занемарливо. За да добиеме грешка помала од 1% ќе треба да поставиме $n = 800$.

Д.4 Модифициран метод на Ојлер

Кај модифицираниот метод на Ојлер секој чекор се состои од две фази. Првата фаза од чекорот е идентична со чекорот кај претходно опишаниот метод на Ојлер. Со тоа се добива апроксимација за $y_{i+1}^{(1)}$. Потоа, во втората фаза, се пресметува нова апроксимација $y_{i+1}^{(2)}$ во која се користи средна вредност од изводот на почетокот на подинтервалот i и на апроксимираната вредност на изводот на крајот од подинтервалот добиена во првата фаза. Пресметките се одвиваат според следната шема:

$$\begin{aligned}
 t_{i+1} &= t_i + h, \\
 y_{i+1}^{(1)} &= y_i + h \cdot f(t_i, y_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \\
 y_{i+1} &= y_i + h \cdot \frac{f(t_i, y_i) + f(t_i, y_{i+1}^{(1)})}{2}.
 \end{aligned} \tag{Д.8}$$

Горната постапка е напишана како функција во MATLAB која може да решава систем од повеќе диференцијални равенки напишани во облик (Д.1). Нејзиниот изглед е следниот:

programi/dif_rav/ojler.m

```

1 function [t, y] = ojler(f,a,b,y0,n)
2 h = (b - a) / n;
3 y(1,:) = y0;
4 t(1) = a;
5 for i = 1:n
6     t(i+1,1) = t(i) + h;
7     y1 = y(i,:) + h * f(t(i), y(i,:))';
8     y(i+1,:) = y(i,:) + h * (f(t(i), y(i,:)) + f(t(i), y1))'/2;
9 end

```

Со функцијата `ojler` можеме да ја решиме диференцијалната равенка $y' = y$ при почетен услов $y(0) = 1$ на следниот начин:

programi/dif_rav/ojler_primer2.m

```

1 clc; clear;
2 f = @(t, y) y;
3 [t, y] = ojler(f,0,4,1,35);
4 greska = (y(end)/exp(t(end)) - 1) * 100
5 plot(t, y, '--ko', t, exp(t), 'k');

```

од каде можеме да заклучиме дека со $n = 35$ со модифицираниот метод на Ојлер се добива грешка од $-0,8\%$.

Во функцијата `ojler`, како и во функцијата `rk4` која е опишана во Д.5, прв параметар е функцијата `f` која ги пресметува десните страни од диференцијалните равенки што сакаме да ги решиме. Функцијата `f` може да ја напишеме како анонимна функција, како што е дадено во примерот, или во посебна `m`-датотека. Таа како влезни параметри ги има независната променлива `t` и матрицата `y` во која секоја колона одговара на една од функциите што сакаме да ги одредиме. Како излез од функцијата `f` треба да се добие вектор колона со вредности на изводите од секоја од функциите. Понатаму во функцијата `ojler` ги задаваме променливите `a` и `b` со кои е дефиниран интервалот во кој сакаме да го добиеме решението, векторот `y0` со почетните вредности на функциите и променливата `n` со која се задава бројот на точки.

Д.5 Метод на Рунге-Кута

Едноставниот чекор кој се користи во секој подинтервал i според методот на Ојлер изразен со равенствата (Д.7), може да се употреби како „пробен“ чекор до средината на подинтервалот. Потоа, пресметаната вредност во средната точка може да се искористи за пресметка на „вистинскиот“ чекор за целиот подинтервал. Тоа значи дека вредноста

на y_{i+1} би ја добиле на следниот начин:

$$\begin{aligned}t_{i+1} &= t_i + h \\k_1 &= h \cdot f(t_i, y_i) \\k_2 &= h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right) \\y_{i+1} &= y_i + k_2, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n.\end{aligned}$$

Постапката со „пробно“ движење низ подинтервалот во повеќе мали чекори може да продолжи и понатаму, со што се добиваат методи од класата на Рунге-Кута од повисок ред. Најпознат од тие методи е методот на Рунге-Кута од четврти ред. Тој е даден со следните релации:

$$\begin{aligned}t_{i+1} &= t_i + h, \\k_1 &= h \cdot f(t_i, y_i), \\k_2 &= h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right), \\k_3 &= h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right), \\k_4 &= h \cdot f(t_i + h, y_i + k_3), \\y_{i+1} &= y_i + \frac{k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4}{6}.\end{aligned}\tag{Д.9}$$

Без да навлегуваме во детали како се изведени овие релации во продолжение е дадена реализација на методот Рунге-Кута од четврти ред во форма на функција во MATLAB. Со функцијата `rk4` може да решаваат систем од диференцијални равенки напишани во облик (Д.1).

programi/dif_rav/rk4.m

```
1 function [t, y] = rk4(f,a,b,y0,n)
2 h = (b - a) / n;
3 y(1,:) = y0;
4 t(1) = a;
5 for i = 1:n
6     k1 = h * f(t(i), y(i,:));
7     k2 = h * f(t(i) + h/2, y(i,:) + k1/2);
8     k3 = h * f(t(i) + h/2, y(i,:) + k2/2);
9     k4 = h * f(t(i) + h, y(i,:) + k3);
10    t(i+1,1) = t(i) + h;
11    y(i+1,:) = y(i,:) + (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6;
12 end
```

Решението на диференцијалната равенка $y' = y$ при почетен услов $y(0) = 1$ можеме да го добиеме со функцијата `rk4` на следниот начин:

programi/dif_rav/rk4_primer1.m

```

1 clc; clear;
2 f = @(t, y) y;
3 [t, y] = rk4(f, 0, 4, 1, 8);
4 greska = (y(end)/exp(t(end)) - 1) * 100
5 plot(t, y, '--ko', t, exp(t), 'k');

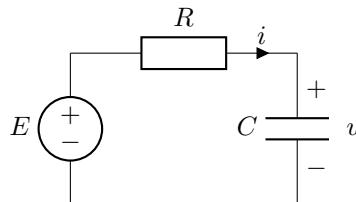
```

од каде што гледаме дека со само 8 точки, $n = 8$, добиваме грешка од $-0,1\%$.

Постојат методи во кои е вградена постапка за автоматско определување на бројот на точки и растојанието помеѓу нив, кое може да биде и променливо, така што ќе се добие однапред зададена точност. Таквите методи нема да ги разгледуваме тука. Само ќе наведеме дека проверка на точноста на решението може да се направи, така што проблемот ќе се реши уште еднаш со двојно поголем број на точки и новодобиеното решение ќе се спореди со претходното.

Д.6 Примери за решавање на диференцијални равенки

Пример Д.1. Разгледуваме RC коло коешто е приклучено на генератор со константен напон E . Потребно е да го определиме и нацртаме временскиот тек на напонот на кондензаторот $u(t)$ за следните бројни вредности $R = 1000 \Omega$, $C = 100 \mu\text{F}$ и $E = 12 \text{ V}$. Кондензаторот на почетокот бил празен.



Слика П.Д.1.1

Решение

За контурата во колото дадено на сликата П.Д.1.1 можеме да ја напишеме следната равенка:

$$E = u + Ri,$$

додека за кондензаторот важи:

$$i = C \frac{du}{dt},$$

така што од претходните две равенки ја добиваме следната диференцијална равенка за напонот u

$$E = u + RC \frac{du}{dt}.$$

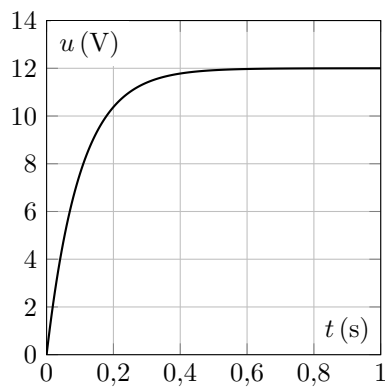
Равенката за напонот u ја пишуваме во облик (Д.1) на следниот начин:

$$\frac{du}{dt} = \frac{E - u}{RC},$$

а нејзиното решение го добиваме со следната програма:

programi/dif_rav/dif_rav_primer1.m

```
1 R = 1000; C = 100e-6; E = 12;  
2 RC = @(t,y) (E - y) / (R*C);  
3 [t, y] = rk4(RC, 0, 1, 0, 200);  
4 plot(t, y);
```



Слика П.Д.1.2

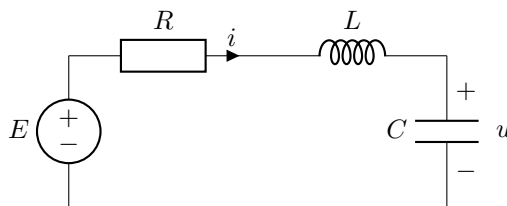


Пример Д.2. Разгледуваме RLC коло коешто е приклучено на генератор со константен напон E . Потребно е да ги определиме и нацртаме временскиот тек на напонот на кондензаторот $u(t)$ и струјата во колото $i(t)$ за следните бројни вредности: $R = 7 \Omega$; $L = 0,6 \text{ H}$; $C = 100 \mu\text{F}$ и $E = 12 \text{ V}$. Кондензаторот на почетокот бил празен, а струјата во калемот била еднаква на нула.

Решение

За контурата во колото од сликата П.Д.2.1 можеме да ја напишеме следната равенка:

$$E = u + Ri + L \frac{di}{dt},$$



Слика П.Д.2.1

додека за кондензаторот важи:

$$i = C \frac{du}{dt},$$

со што имаме две диференцијални равенки кои можеме да ги напишеме во облик (Д.1) на следниот начин

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{E - Ri - u}{L}, \\ \frac{du}{dt} &= \frac{i}{C}, \end{aligned}$$

т. е.

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= \frac{E - Ry_1 - y_2}{L}, \\ \frac{dy_2}{dt} &= \frac{y_1}{C}, \end{aligned}$$

каде што сме усвоиле дека е $y_1 = i$ и $y_2 = u$.

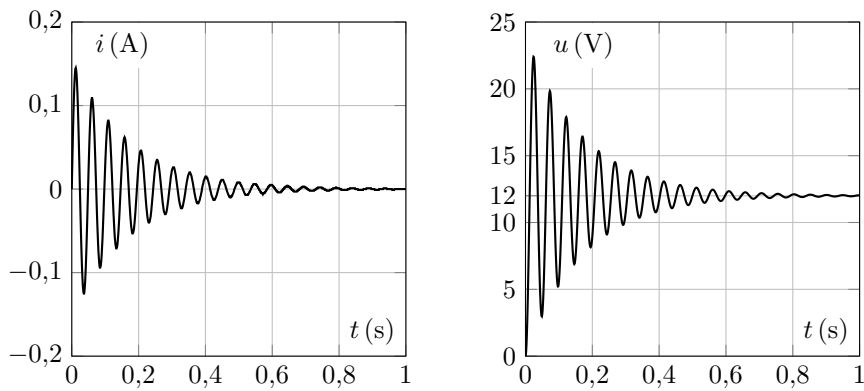
Решението на двете диференцијални равенки, графички прикажано на сликата П.Д.2.2, го добиваме со следната програма:

programi/dif_rav/dif_rav_primer2.m

```
1 R = 7; L = 0.6; C = 100e-6; E = 12;
2 RLC = @(t,y) [(E - R*y(1) - y(2))/L; y(1)/C];
3 [t, y] = rk4(RLC, 0, 1, [0 0], 1000);
4 plot(t,y);
```

Максималните вредности на струјата и напонот изнесуваат 0,1446 A и 22,3992 V, при што струјата е максимална за $t = 0,012$ s, а напонот има максимум за $t = 0,024$ s. Овие податоци ги добиваме со следните команди:

```
>> [ymax, ind_max] = max(y)
ymax =
    0.1446    22.3992
ind_max =
     13     25
>> t(ind_max)
```



Слика П.Д.2.2

```
ans =
    0.0120
    0.0240
```

Освен тоа, можеме да ја определиме и максималната брзина на менување на напонот на следниот начин:

```
>> [ymax, ind_max] = max(y(:,1)/C)
ymax =
    1.4455e+03
ind_max =
     13
>> t(ind_max)
ans =
    0.0120
```

од каде што се гледа дека напонот најбрзо се менува во $t = 0,012$ s со стапка на промена од 1445,5 V/s.

На крајот можеме да пресметаме и енергија во елементите од колото за време на преодниот процес.

Загубите на енергија во отпорникот изнесуваат:

$$W_R = R \int_0^1 i^2(t) dt,$$

а бидејќи пресметките се правени за дискретни временски моменти со чекор $\Delta t = 0,001$ s можеме да напишеме:

$$W_R = R \Delta t \sum_{k=1}^n i_k^2.$$

Енергијата која што генераторот ја вложил во колото изнесува:

$$W_E = E \int_0^1 i(t) dt = E \Delta t \sum_{k=1}^n i_k.$$

Бидејќи на крајот од преодниот процес имаме $i = 0$ и $u = E$ во калемот нема да има енергија, додека енергијата во кондензаторот ќе биде $W_C = CE^2/2$.

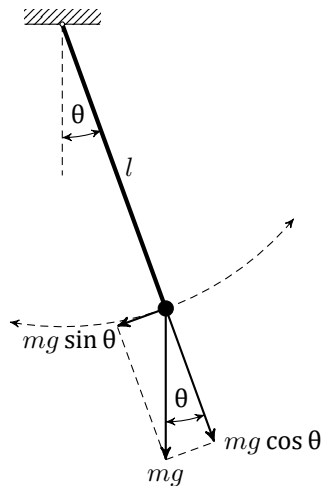
Според тоа, ќе ги добиеме следните резултати:

```
>> WR = R*0.001*sum(y(:,1).^2)
WR =
    0.0072
>> WE = E*0.001*sum(y(:,1))
WE =
    0.0144
>> WC = C*E^2/2
WC =
    0.0072
```

Како што можеме да забележиме законот за запазување на енергија е исполнет затоа што е $W_E = W_R + W_C$. Интересно е да одбележиме дека генераторот вложува два пати повеќе енергија отколку што има акумулирана енергија во кондензаторот на крајот од преодниот процес.

□ □ □

Пример Д.3. На сликата П.Д.3.1 е прикажано идеално математичко нишало каде топче со занемарливи димензии и маса m е закачено на нерастеглив конец со должина l и со занемарлива маса. Конецот секогаш е затегнат така што топчето се движи по кружна патека. Да се определи промената на аголот на нишање $\theta(t)$ за две вредности на почетниот агол $\theta_0 = 20^\circ$ и $\theta_0 = 90^\circ$. Должината на нишалото изнесува $l = 1$ m.



Слика П.Д.3.1

Решение

На нишалото вертикално надолу делува силата на гравитацијата mg која е разложена на две сили поставени нормално и тангенцијално во однос на кружницата по која осцилира нишалото. Од овие две сили само силата која е во тангенцијален правец влијае врз промената на брзината на нишалото во неговиот правец на движење. Според вториот Њутнов закон можеме да напишеме:

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a, \\ -m \cdot g \cdot \sin \theta &= m \cdot a, \\ a &= -g \cdot \sin \theta, \end{aligned}$$

каде што g е гравитационото забрзување кое изнесува $9,81 \text{ m/s}^2$.

Промената на аголот θ резултира во изминат пат во форма на лак со должина $s = l \cdot \theta$, така што за забрзувањето можеме да напишеме:

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = l \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2},$$

со што ја добиваме следната диференцијална равенка:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \cdot \sin \theta. \quad (\text{П.Д.3.1})$$

Равенката П.Д.3.1 која е од втор ред можеме да ја претвориме во две равенки од прв ред. За таа цел прво дефинираме нови променливи:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{d\theta}{dt}, \\ y_2 &= \theta, \end{aligned}$$

со што го добиваме следниот систем равенки:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= -\frac{g}{l} \sin y_2, \\ \frac{dy_2}{dt} &= y_1, \end{aligned} \quad (\text{П.Д.3.2})$$

за кој имаме $y_1(0) = 0$ и $y_2(0) = \theta_0$.

За мали вредности на аголот θ можеме да сметаме дека е $\sin \theta \approx \theta$, така што равенката (П.Д.3.1) станува линеарна и го има следниот облик:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -(g/l) \cdot \theta,$$

со што нејзиното решение е:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos \left(\sqrt{g/l} \cdot t \right). \quad (\text{П.Д.3.3})$$

Решението на равенките (П.Д.3.2) го добиваме на следниот начин:

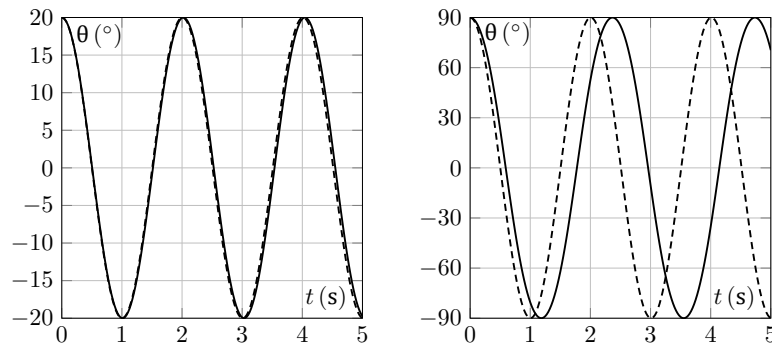
programi/dif_rav/dif_rav_primer3.m

```

1 g = 9.81; l = 1; teta_0 = 90;
2 nisal0 = @(t,y) [-g/l*sin(y(2)); y(1)];
3 [t, y] = rk4(nisal0, 0, 5, [0 teta_0/180*pi], 200);
4 plot(t, y(:,2)/pi*180, t, teta_0*cos(sqrt(g/l)*t));

```

На сликата П.Д.3.2 за двата случаја со $\theta_0 = 20^\circ$ и $\theta_0 = 90^\circ$ нацртани се кривите $\theta(t)$. Со полна линија е нацртана промената на аголот добиена со решавање на системот равенки (П.Д.3.2) кој е еквивалентен со оригиналната равенка (П.Д.3.1), додека со испрекинатата линија нацртано е приближното решение дадено со (П.Д.3.3). Очигледна е разликата помеѓу двете решенија за големи вредности на аголот θ , т. е. за случајот со $\theta_0 = 90^\circ$, додека во случајот кога е $\theta_0 = 20^\circ$ двете криви скоро се поклопуваат.



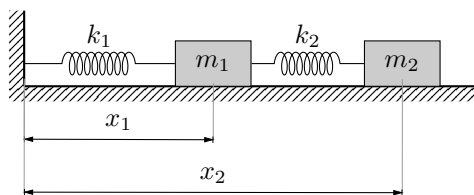
Слика П.Д.3.2



Пример Д.4. Два објекта со маси $m_1 = 1 \text{ kg}$ и $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ се споени со пружини со константи $k_1 = 8$ и $k_2 = 40$ како што е прикажано на сликата П.Д.4.1. Должините на пружините во мирување изнесуваат $l_1 = 0,5 \text{ m}$ и $l_2 = 1 \text{ m}$. Левиот крај од првата пружина е фиксиран. Масите се лизгаат на површина со триење, при што коефициентите на триење изнесуваат $c_1 = 0,8$ и $c_2 = 0,5$. Ако масата m_2 ја повлечеме надесно и дојдеме во состојба во која почетните вредности на растојанијата x_1 и x_2 изнесуваат $x_1(0) = 0,5 \text{ m}$ и $x_2(0) = 2,25 \text{ m}$ и потоа ја пуштиме слободно, во системот ќе настане осцилаторен процес. Да се определат зависностите $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

Решение

На двете маси делуваат силите од пружините кои според Хуковиот закон се пропорционални со нивното издолжување, како и силите на триење кои се пропорционални со брзините на движење на масите. За



Слика П.Д.4.1

дадениот систем според вториот Њутнов закон можеме да ги напишеме следните равенки:

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= -c_1 v_1 - k_1(x_1 - l_1) + k_2(x_2 - x_1 - l_2), \\ m_2 a_2 &= -c_2 v_2 - k_2(x_2 - x_1 - l_2). \end{aligned}$$

Брзините и забрзувањата на двете маси можеме да ги изразиме преку изводи од нивните координати така што имаме:

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= -c_1 \frac{dx_1}{dt} - k_1(x_1 - l_1) + k_2(x_2 - x_1 - l_2), \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= -c_2 \frac{dx_2}{dt} - k_2(x_2 - x_1 - l_2). \end{aligned}$$

Со воведување на следните променливи:

$$y_1 = \frac{dx_1}{dt}, \quad y_2 = x_1, \quad y_3 = \frac{dx_2}{dt}, \quad y_4 = x_2,$$

добиваме систем од четири диференцијални равенки од прв ред:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= [-c_1 y_1 - k_1(y_2 - l_1) + k_2(y_4 - y_2 - l_2)] / m_1, \\ \frac{dy_2}{dt} &= y_1, \\ \frac{dy_3}{dt} &= [-c_2 y_3 - k_2(y_4 - y_2 - l_2)] / m_2, \\ \frac{dy_4}{dt} &= y_3, \end{aligned} \tag{П.Д.4.1}$$

со следните почетни услови: $y_1(0) = 0$; $y_2(0) = 0, 5$; $y_3(0) = 0$ и $y_4(0) = 2, 25$.

Решението на системот диференцијални равенки (П.Д.4.1) го добиваме со следната програма:

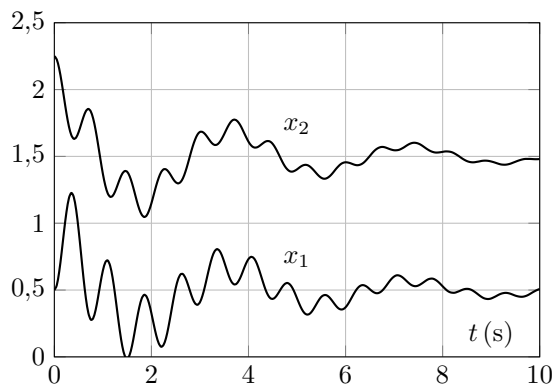
programi/dif_rav/dif_rav_primer4.m

```

1 m1 = 1; m2 = 1.5; k1 = 8; k2 = 40; l1 = 0.5; l2 = 1;
2 c1 = 0.8; c2 = 0.5;
3 pruzini = @(t,y) [
4     (-c1*y(1) - k1*(y(2)-l1) + k2*(y(4)-y(2)-l2))/m1
5     y(1)
6     (-c2*y(3) - k2*(y(4)-y(2)-l2))/m2
7     y(3)
8 ];
9 [t, y] = rk4(pruzini, 0, 10, [0 0.5 0 2.25], 200);
10 plot(t, y(:,2), t, y(:,4));

```

Промената на позициите на двете маси $x_1(t)$ и $x_2(t)$ се прикажани на сликата П.Д.4.2.



Слика П.Д.4.2



Пример Д.5. Да се реши диференцијалната равенка

$$y''' + 3y'' + 103y' + 101y = 50,$$

при следните почетни услови: $y(0) = 1$, $y'(0) = 9$ и $y''(0) = 0$.

Решение

За да може да го примениме методот на Рунге-Кута дадената равенка од трет ред треба да ја претвориме во систем од три равенки од прв ред. Во дадената равенка само изводот од највисок ред го оставаме на левата страна и допишуваме две равенки така што добиваме:

$$\begin{aligned}
 y''' &= -3y'' - 103y' - 101y + 50, \\
 y'' &= y'', \\
 y' &= y'.
 \end{aligned}$$

Воведуваме нова променлива на следниот начин

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} y'' \\ y' \\ y \end{bmatrix},$$

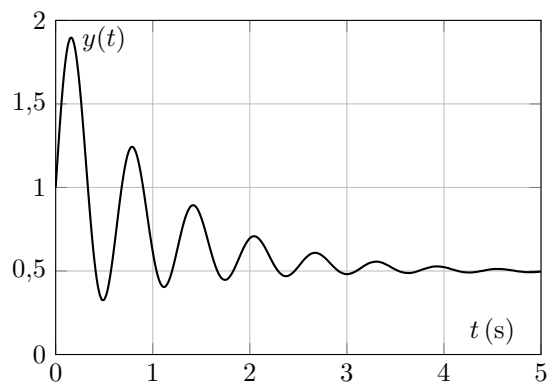
така што системот равенки станува:

$$\mathbf{u}' = \begin{bmatrix} -3 & -103 & -101 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Сега веќе можеме едноставно да го примениме методот на Рунге-Кута како што е дадено во продолжение. Резултатот е прикажан на сликата П.Д.5.1.

programi/dif_rav/dif_rav_primer5.m

```
1 A = [-3 -103 -101
2       1   0   0
3       0   1   0];
4 d = @(t,u) A*u' + [50 0 0]';
5 [t, u] = rk4(d, 0, 5, [0 9 1], 200);
6 plot(t, u(:,3));
```



Слика П.Д.5.1



Ѓ

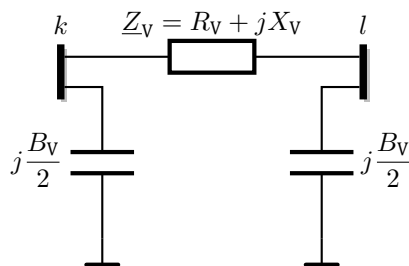
РЕШАВАЊЕ ПРЕНОСНИ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИ МРЕЖИ

Ѓ.1 Модели на гранките во ЕЕС

Ѓ.1.1 Надземни водови и кабли

Надземните водови и кабли се моделираат со π -еквивалентна шема како што е прикажано на сликата Ѓ.1. Колото се состои од редна импеданција $\underline{Z}_V$ и две напречни адмитанции $jB_V/2$.

Параметрите на колото зависат од конструкцијата на водот, односно кабелот, при што влијание има начинот на поставување на спроводниците од одделните фази како и материјалите коишто се употребени за изградба на водот. За пресметување на овие параметри постојат различни постапки, во кои со различно ниво на детали често пати се применуваат и нумерички методи од областа на електромагнетиката. Тука нема да се задржуваме на начинот за нивна пресметка и ќе сметаме дека се тие однапред дадени и познати.



Слика Ѓ.1. Модел на надземен вод или кабел

При анализата на електрични кола вообичаено е да се смета дека два јазла да се споени со една гранка, при што две или повеќе паралелни

гранки може да се еквивалентираат со една. Но тука имаме поинаква ситуација. Како што се гледа од сликата Ѓ.1 секој надземен вод или кабел којшто во реалниот систем спојува два јазла е претставен со три гранки.

Ваквата ситуација на прв поглед создава проблем при формирањето на матрицата на адмитанции. Можни се два пристапа:

1. Бројот на гранки во еквивалентното коло да биде три пати поголем од бројот на водови/кабли со што матрицата $\mathbf{A}$ ќе има три пати повеќе колони, а матрицата $\mathbf{Z}_{GR}$ ќе има три пати повеќе колони и редици. Во овој случај треба да се води сметка за правилно означување на редните и напречните гранки и нивно сместување во двете наведени матрици.
2. Бројот на гранки во еквивалентното коло да биде еднаков со бројот на водови/кабли. Тоа значи дека при формирањето на матрицата на адмитанции во матрицата $\mathbf{A}$ и $\mathbf{Z}_{GR}$ нема директно да ги земеме напречните гранки. Нив ќе ги додадеме одделно што е лесно изводливо затоа што тие се вклучени само во дијагоналните елементи на матрицата на адмитанции на мрежата.

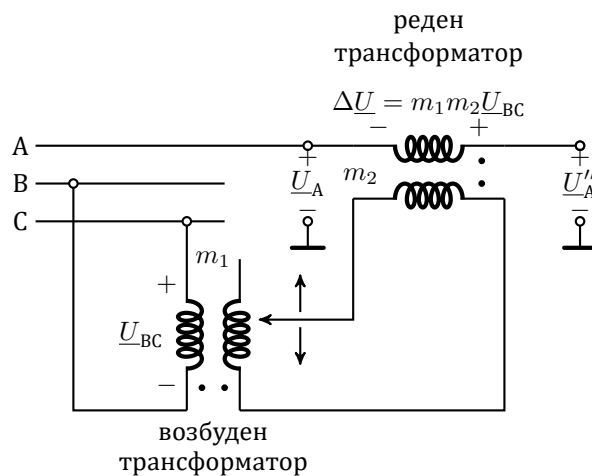
Овде ќе го користиме вториот пристап, а деталите се наведени во Прилог В. Тој пристап е можен и кај трансформаторите затоа што и тие имаат еквивалента шема со иста топологија, како што тоа е покажано во продолжение.

Ѓ.1.2 Трансформатори

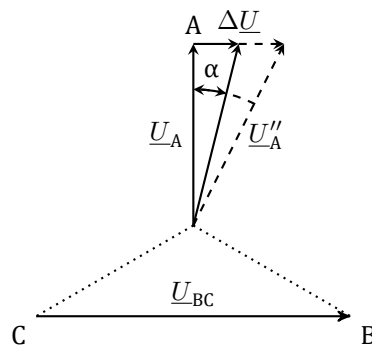
Трансформаторите во ЕЕС се употребуваат за покачување на напонот во електричните центри за да се овозможи пренос на електричната енергија на поголема далечина, како и за снижување на напонот при употребата на електричната енергија кај потрошувачите. Тие најчесто се опремени со можност за регулација на напонот со посебни преклопки коишто го менуваат преносниот однос, односно го менуваат бројот на навивки на намотката со повисок напон. Регулацијата на напонот се прави за да се обезбеди потребното ниво на напонот кај потрошувачите и во самите електроенергетски мрежи. При тоа напонот го задржува истиот фазен агол, а само се менува неговата ефективна вредност. На таков начин, како што ќе видиме подоцна, во мрежите се влијае на тековите на реактивни моќности.

За да се делува врз тековите на активни моќности потребно е да се направи промена на фазните агли на напоните. Тоа е особено важно за регулирање на размената на активни моќности помеѓу две или повеќе области од дадена интерконекција на ЕЕС. За таа цел се користат специјални трансформатори коишто можат да го променат фазниот агол на напонот на една од своите намотки. Трансформато-

рите за изместување на фазниот агол во литературата се познати под името phase-shift трансформатори или трансформатори со комплексен преносен однос. Тие најчесто се поврзуваат во јазлите каде што се поврзани интерконетивните водови за да се овозможи контрола на размената на енергија со соседните системи, или во паралелните водови за да се контролира распределба на моќност во нив, особено ако водовите се со различни параметри.



Слика Ѓ.2. Принцип на работа на трансформатор за изместување на фазниот агол



Слика Ѓ.3. Фазорски дијаграм на напоните

Трансформаторите за промена на фазниот агол се состојат од два трансформатора: возбуден, којшто се поврзува напречно и реден којшто се поврзува сериски со водот. Возбудниот трансформатор има

спрега триаголник/свезда, а редниот има спрега свезда/свезда. На сликата Ѓ.2 е прикажан принципот на поврзување на намотките за една фаза. Од сликата Ѓ.2 може да се види дека во серија со напонот $\underline{U}_A$ на фазата А, се додава напон којшто е пропорционален со меѓуфазниот напон $\underline{U}_{BC}$ помеѓу фазите В и С. Вредноста на дополнителниот напон $\Delta \underline{U} = m_1 m_2 \underline{U}_{BC}$ може да се менува со промена на преносниот однос на возбудиот трансформатор. Од фазорскиот дијаграм на сликата Ѓ.3 се гледа дека дополнителниот напон $\Delta \underline{U}$ е фазно изместен во однос на напонот $\underline{U}_A$ за 90° . Напонот на фазата А по редниот трансформатор изнесува $\underline{U}_A'' = \underline{U}_A + \Delta \underline{U}$ и тој е нешто поголем од $\underline{U}_A$, но што е многу битно е изместен за одреден фазен агол α , како што тоа е прикажано на сликата Ѓ.3. Доколку вредноста на дополнителниот напон се зголеми (прикажано со испрекинатите линии) фазниот агол на напонот $\underline{U}_A''$ во однос на напонот $\underline{U}_A$ исто така ќе се зголеми. При тоа, вредноста на фазното изместување на аголот на напонот $\underline{U}_A''$ во однос на напонот $\underline{U}_A$ изнесува

$$\alpha = \arctg \frac{\Delta U}{U_A},$$

од каде е очигледно дека за разгледуваниот трансформатор можни се само позитивни вредности за аголот α .

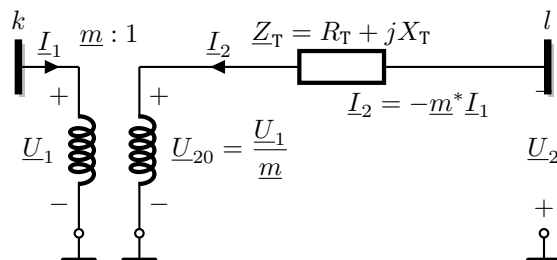
На крајот само уште ќе напоменеме дека трансформаторот за изместување на фазниот агол којшто тука е разгледуван е само една од можните варијанти. Постојат трансформатори кај кои дополнителниот напон $\Delta \underline{U}$ се додава на напонот $\underline{U}_A$ под агол различен од 90° (на пример 60° или 120°). Освен тоа, кај реалните трансформатори, без оглед на аголот под којшто се додава дополнителниот напон е овозможено тој да се додава во двете насоки (не само надесно како на сликата Ѓ.3) со што се овозможува аголот α да има позитивни и негативни вредности.

Моделот на трансформаторот е даден со електричното коло од сликата Ѓ.4. Тој е претставен со идеален трансформатор со комплексен преносен однос

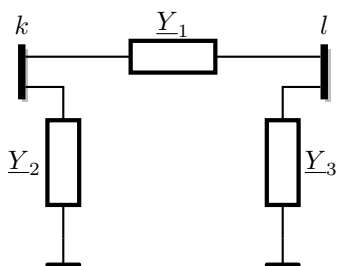
$$\underline{m} = m \cdot e^{j\alpha},$$

со што е уважено можното фазно изместување на напонот и редно поврзана импеданцијата на трансформаторот $\underline{Z}_T$. Реалниот и имагинарниот дел на импеданцијата на трансформаторот се пресметуваат преку загубите во бакар и напонот на куса врска. Тука ќе сметаме дека импеданцијата $\underline{Z}_T = R_T + jX_T$ е позната.

Во понатамошниот текст ќе покажеме дека при одредени услови еквивалентното коло на трансформаторот може да се сведе на обликот прикажан на сликата Ѓ.5 кој е идентичен како кај надземните водови со тоа што напречните адмитанции имаат поинаков карактер.



Слика Ѓ.4. Модел на трансформатор



Слика Ѓ.5. Еквивалентна шема на трансформатор

За идеалниот трансформатор важи следната релација за напоните

$$\underline{U}_{20} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{m}}, \quad (\text{Ѓ.1})$$

а постои и еднаквост на моќностите на двете страни од трансформаторот

$$\underline{U}_1 \underline{I}_1^* = -\underline{U}_{20} \underline{I}_2^*,$$

од каде што за струјата на секундарот се добива:

$$\underline{I}_2 = -\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_{20}}\right)^* \underline{I}_1 = -\underline{m}^* \underline{I}_1. \quad (\text{Ѓ.2})$$

Од колото на сликата Ѓ.4, користејќи ги и релациите (Ѓ.1) и (Ѓ.2), добиваме:

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_2 - \frac{\underline{U}_1}{\underline{m}}}{\underline{Z}_T} = \underline{Y}_T \left(-\frac{\underline{U}_1}{\underline{m}} + \underline{U}_2 \right) \\ \underline{I}_1 &= -\frac{\underline{I}_2}{\underline{m}^*} = \underline{Y}_T \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{m}^2} - \frac{\underline{U}_2}{\underline{m}^*} \right), \end{aligned} \quad (\text{Ѓ.3})$$

каде што

$$\underline{Y}_T = \frac{1}{\underline{Z}_T}.$$

Релациите (Ѓ.3) можеме да ги напишеме во матрична форма на следниот начин:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \underline{Y}_T \begin{bmatrix} 1/\underline{m}^2 & -1/\underline{m}^* \\ -1/\underline{m} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{Ѓ.4})$$

од каде што следува дека матрицата на адмитанции на трансформаторот што ги конвертира напоните на наговите приклучоци во соодветни струи е:

$$\underline{Y}_T = \underline{Y}_T \begin{bmatrix} 1/\underline{m}^2 & -1/\underline{m}^* \\ -1/\underline{m} & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{Ѓ.5})$$

Матрицата на адмитанции за колото од сликата Ѓ.5 е:

$$\underline{Y}_T = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_1 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 + \underline{Y}_3 \end{bmatrix}, \quad (\text{Ѓ.6})$$

и таа е симетрична за разлика од матрицата (Ѓ.5). Со споредба на овие две матрици можеме да ги одредиме параметрите на колото од сликата Ѓ.5, но тоа ќе биде можно само ако и матрицата (Ѓ.5) е симетрична. Поради тоа π -еквивалентна шема за трансформаторот може да се направи ако важи

$$\underline{m} = \underline{m}^*,$$

односно ако преносниот однос биде реален број:

$$\underline{m} = m, \quad \alpha = 0.$$

Во тој случај, со споредба на елементите на матриците на десните страни на равенките (Ѓ.5) и (Ѓ.6) добиваме дека за елементите од π -еквивалентната шема на трансформаторот важи:

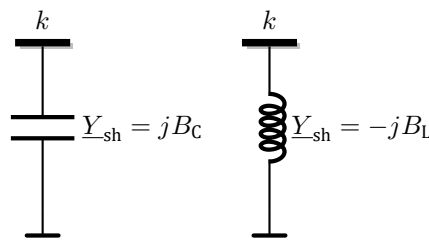
$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= \frac{\underline{Y}_T}{\underline{m}}, \\ \underline{Y}_2 &= \frac{\underline{Y}_T}{\underline{m}^2} - \underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{m}} \left(\frac{1}{\underline{m}} - 1 \right) \underline{Y}_T, \\ \underline{Y}_3 &= \underline{Y}_T - \underline{Y}_1 = \left(1 - \frac{1}{\underline{m}} \right) \underline{Y}_T. \end{aligned} \quad (\text{Ѓ.7})$$

За трансформатори со комплексен преносен однос не е можно да се конструира π -еквивалентна шема и во тој случај елементите од матрицата на адмитанции на трансформаторот (Ѓ.5) треба директно да се

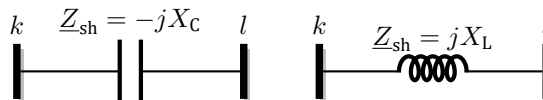
додадат во матрицата на адмитанции за целиот ЕЕС. При тоа, дијагоналните елементи од матрицата во равенката (Ѓ.5) се додаваат на елементите $\underline{Y}_{kk}$ и $\underline{Y}_{ll}$, додека вондијагоналните се додаваат на елементите $\underline{Y}_{kl}$ и $\underline{Y}_{lk}$, соодветно.

Ѓ.1.3 Компензациони уреди приклучени напречно или надолжно

Во електроенергетските мрежи се користат компензациони уреди кои може да бидат поврзани напречно или надолжно. Напречно поврзаните уреди се користат за компензација на реактивната моќност што ја бараат потрошувачите и елементите од мрежата, додека надолжно поврзаните уреди служат за компензација на реактивните параметри на водовите.



Слика Ѓ.6. Модел на напречно приклучен компензационен уред



Слика Ѓ.7. Модел на надолжно приклучен компензационен уред

Ваквите уреди се прават со помош на кондензатори или калеми. Во еквивалентните кола тие се претставуваат со адмитанции или импеданции кои имаат чисто капацитивен или индуктивен карактер (слика Ѓ.6 и Ѓ.7).

Адмитанциите на напречно поврзаните уреди се додаваат во дијагоналниот елемент на матрицата на адмитанции на ЕЕС којшто се однесува на јазелот во кој се приклучени. За овие уреди, нарекувани како шантови, се познати номиналната реактивна моќност Q_{sh} и номиналниот напон U_n преку кои може да се пресмета susceptance на след-

ниот начин:

$$B_{sh} = \frac{Q_{sh}}{U_n^2},$$

при што треба да се води сметка за знакот пред суспендансата како што е означено на сликата Ѓ.6.

Надолжно приклучените кондензаторски батерии се применуваат за намалување на реактивната отпорност на долгите надземни водови, т. е. за „редна компензација“. Спротивно на тоа, надолжно приклучените калеми (реактори) се користат за намалување на струите на куси врски преку зголемување на реактанцијата на водовите. Реактивната моќност на компензационите уреди приклучени надолжно е релативно мала, а напонот на нивните краеве изнесува од 5% до 20% од номиналниот напон на мрежата. Како номинален податок за овие уреди вообичаено се дава нивната реактанција X_C или X_L .

Моделот на надолжно приклучените компензациони уреди е многу сличен со моделот на водовите и трансформаторите со единствена разлика што тука нема напречни гранки во шемата. Тоа значи, нивните импеданции ќе се вградуваат во матрицата на адмитанции на ЕЕС на ист начин како кај трансформаторите со тоа што ќе земеме дека е $\underline{Y}_2 = 0$ и $\underline{Y}_3 = 0$.

Според досега изнесеното можеме да заклучиме дека сите надолжни елементи во ЕЕС (надземни водови, кабли, трансформатори и компензациони уреди), можеме да ги претставиме со еквивалентно коло како на сликата Ѓ.5. Што значи дека со една единствена постапка за вградување на надолжните елементи во матрицата на адмитанции, можеме да го моделираме целиот ЕЕС.

Ѓ.2 Единични вредности

При пресметките на параметрите на елементите на ЕЕС се добиваат бројни вредности изразени во физички големини: оми и сименси. Иако е можно со таквите мерни единици да се направат пресметки за целиот ЕЕС обично тоа не се прави така. Причините порано биле од техничка природа, а денес се главно историско наследство. При решавање на ЕЕС со повеќе напонски нивоа, лесно може да се случи импеданциите или адмитанциите изразени во Оми односно Сименси да бидат во опсег кој опфаќа цела декада и повеќе. Тоа порано бил технички проблем кој не можел да се надмине со аналогната опрема, која се користела за симулација на работата на електроенергетските мрежи. Поради тоа, сите мерни единици, биле сведувани на исто ниво преку воведувањето на единичните вредности. Во денешно време, со совреме-

ните компјутери лесно може да се справиме со големиот опсег на мерни единици но и понатаму се користи системот на единични вредности.

Воведувањето на системот на единични вредности е направено со цел да се надмине проблемот на сведување на параметрите на мрежите со различни напонски нивоа. Единичната големина на една физичка променлива се дефинира како количник од разгледуваната променлива и една произволно избрана вредност, која има иста димензија како и разгледуваната променлива и се нарекува базна големина. Единични големини се бездимензионални и ним им се придружува ознаката (per unit). За секоја електрична променлива во мрежите се избира по една базна големина: U_B , I_B , S_B , Z_B и Y_B . Притоа, од петте базни големини, произволно се избираат две, а останатите се изразуваат преку усвоените две големини. Згодно се покажало да се изврши избор на базната моќност S_B (често 100 MVA) којашто е единствена за целиот ЕЕС и базниот напон U_B се бира, така што во мрежи со повеќе напонски нивоа за секое напонско ниво се дефинира по еден базен напон еднаков на номиналниот напон на тоа напонско ниво. За базен напон се избира меѓуфазниот напон со што се постигнува во еднофазниот модел на колото да имаме електрична моќност еднаква на трифазната моќност во елементите од системот, а пресметаните напони се еднакви на меѓуфазните што е вообичаен начин за искажување на напоните во една мрежа.

Откако се усвојат S_B и U_B , вредностите на базната струја I_B , базната импеданција Z_B и базната адмитанција Y_B се пресметуваат на следниот начин:

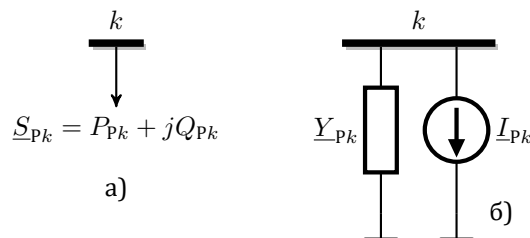
$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_B}, \quad Z_B = \frac{U_B^2}{S_B}, \quad Y_B = \frac{S_B}{U_B^2}. \quad (Г.8)$$

Ѓ.3 Модели на потрошувачите и генераторите во ЕЕС

Ѓ.3.1 Потрошувачи

При пресметките на напоните во високонапонските мрежи вообичаено е оптоварувањата на потрошувачите да се претставуваат со константна активна и реактивна моќност кои не зависат од напонот (слика Ѓ.8а). Според тоа, ќе сметаме дека за јазелот k е позната привидната моќност $\underline{S}_{pk} = P_{pk} + jQ_{pk}$.

Ваквата претпоставка е прифатлива затоа што потрошувачите кои се напојуваат од високонапонските мрежи се практично градски или индустриски дистрибутивни мрежи, кои се напојуваат преку регулациони трансформатори со приближно константен напон на секундарната



Слика Ѓ.8. Модели на потрошувачи

страна. Затоа, во услови кога напонот многу малку се менува можеме да сметаме дека моќноста е константна.

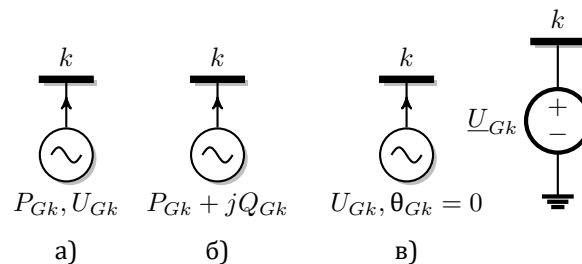
Моделот со константа моќност на потрошувачите го усложнува решавањето на електроенергетските мрежи. Во овој случај за јазлите со потрошувачи не е позната инјектираната струја која се користи во десната страна на системот равенки при пресметка на напоните со методот на независни напони. Тоа значи дека не можеме едноставно да ги пресметаме напоните затоа што не ги знаеме струите, туку го знаеме производот од напонот и инјектираната струја, при што двете величини се непознати.

На сликата Ѓ.8б е прикажан модел на потрошувач кој е претставен како паралелна комбинација од адмитанцијата $\underline{Y}_{pk}$ и струен генератор со струја $\underline{I}_{pk}$. Иако овој модел не е соодветен за практична примена тој е тука наведен затоа што подоцна ќе го користиме за објаснување на поимот инјектирана моќност и за премин од решавање на електрично коло составено само од импеданции, реактанции и струјни генератори, кон решавање на електроенергетска мрежа каде струјните инјекции се заменети со инјектирани моќности. Со ваков модел на потрошувачите можеме лесно да го решиме системот равенки напишан според методот на независни напони со тоа што адмитанцијата $\underline{Y}_{pk}$ ќе биде вградена во матрицата на адмитанции, а струјниот генератор $\underline{I}_{pk}$ ќе биде вметнат во векторот од десната страна на равенството (Б.5).

Ѓ.3.2 Генератори

Разликуваме три начина на моделирање генератори (слика Ѓ.9). Вообичаено генераторите во високонпонските мрежи се моделираат со зададени активна моќност и напон (слика Ѓ.9а). Тоа е во согласност со начинот на управување на генераторите во електричните центри каде што се регулира (одржува) одредена вредност на активната моќност на генераторот преку регулација на турбината и одредена вред-

ност на напонот преку регулација на возбудната намотка. Според тоа, ќе сметаме дека дека генераторот во јазелот k се претставува со активната моќност P_{Gk} и напонот U_{Gk} . Освен тоа, за генераторот треба да се познаваат минималната и максималната вредност на реактивната моќност која тој може да ја обезбеди во дадениот режим на работа со специфицирана активна моќност. Овие величини ќе ги означуваме со $Q_{Gk}^{\min}$ и $Q_{Gk}^{\max}$ и нив ќе ги користиме за проверка на техничките ограничувања кај генераторот, во поглед на можноста за одржување на одредено ниво на напонот. Деталите за тоа ќе бидат разгледани подоцна.



Слика Ѓ.9. Модели на генератори

Начинот на моделирање на генератор според сликата Ѓ.9а е многу различен од моделот на генератор во електрично коло. Тој не е ни малку сличен на идеален напонски генератор иако на прв поглед изгледа дека е напонски генератор бидејќи е познат напонот. Но најчесто кај генераторите во електроенергетските мрежи е познат само модулот на напонот, а не и неговиот фазен агол кој допрва треба да се пресмета. Освен тоа тука е познат и производот од напонот и струјата, т. е. моќноста на генераторот.

Со моделот од сликата Ѓ.9б генераторот е зададен со константна активна и реактивна моќност која не зависи од напонот што е идентично како кај моделирањето на потрошувачите. Единствена разлика е во тоа што кај генераторите моќностите се насочени кон јазелот, иако во некои ретки случаи реактивната моќност може да биде насочена и од јазелот. Со ваков модел ќе ги моделираме генераторите чија реактивна моќност е на една од дозволените граници, што практично значи дека генераторот не е во состојба да го одржи зададениот напон.

Моделот од сликата Ѓ.9в претставува генератор за кој се зададени напонот и фазниот агол кој е еднаков на нула. Тоа значи дека за ваквиот генератор практично го знаеме комплексниот претставник на напонот, т. е. генераторот е претставен со идеален напонски генератор со напон $\underline{U}_{Gk}$. Како што ќе видиме подоцна, во мрежата треба да има еден ваков

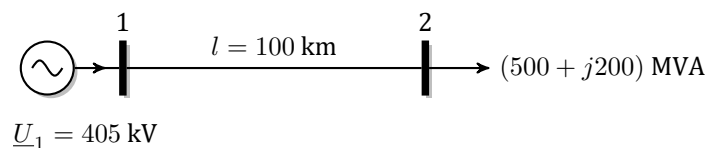
генератор. Тоа значи дека ако решаваме мрежа со само еден генератор, тој ќе биде моделиран со идеален напонски генератор што е сосема идентично како и во обично електрично коло, кое веќе знаеме како се решава. Токму со такви едноставни електроенергетски мрежи ќе ја започнеме следната секција.

Ѓ.4 Примери за пресметка на напони во електроенергетски мрежи

Ѓ.4.1 Инјектирана моќност во јазел

Пример Ѓ.1. На сликата П.Ѓ.1.1 е прикажан наједноставен ЕЕС во кој потрошувач е напојуван преку еден вод 400 kV. Водот е со должина $l = 100$ km, а неговите надолжни параметри се: $r = 0,032 \Omega/\text{km}$; $x = 0,325 \Omega/\text{km}$ и $b = 3,548 \mu\text{S}/\text{km}$. Генераторот кој се наоѓа на почетокот на водот го одржува напонот на јазелот 1 на вредност $\underline{U}_1 = 405$ kV. Да се пресмета напонот на крајот на водот ако се познати активната и реактивната моќност на потрошувачот $P_P = 500$ MW и $Q_P = 200$ Mvar. Ќе ги разгледаме следните два случаја:

- а) потрошувачот е претставен само со константна адмитанција $\underline{Y}_P$,
 - б) потрошувачот е претставен само со константна струја $\underline{I}_P$,
- при што параметрите на потрошувачот треба да се пресметаат преку неговата зададена моќност користејќи вредност за напонот еднаква на номиналниот напон.

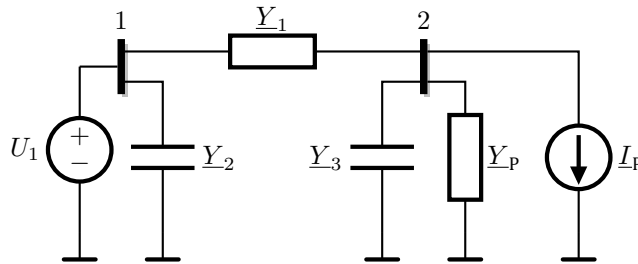


Слика П.Ѓ.1.1. Потрошувач напојуван преку вод

Решение

Имајќи ги предвид претходно наведените модели за одделните елементи од системот, еквивалентното коло ќе го има изгледот како на сликата П.Ѓ.1.2. Бидејќи во колото има само еден генератор, тој е еквивалентиран со идеален напонски генератор, водот со својата π -заменска шема, а потрошувачот е претставен со паралелна врска од адмитанција и струен генератор. Со тоа еквивалентното коло е линеарно со идеални напонски и струјни генератори и него можеме да го решиме со досегашното знаење за решавање електрични кола.

Треба да нагласиме дека во колото од сликата П.Ѓ.1.2 во случајот под а) ќе постои само адмитанцијата $\underline{Y}_P$, а во случајот под б) ќе постои само струјниот генератор $\underline{I}_P$.



Слика П.Ѓ.1.2. Еквивалентно коло за системот од сликата П.Ѓ.1.1

Прво одбираме базна моќност и напон со кои ја пресметуваме базната импеданција:

$$S_B = 100 \text{ MVA}, \quad U_B = 400 \text{ kV}, \quad Z_B = \frac{1}{Y_B} = \frac{U_B^2}{S_B} = \frac{400^2}{100} = 1600 \, \Omega,$$

а потоа ги пресметуваме параметрите на еквивалентната шема на водот:

$$\underline{Z}_V = \frac{(r + jx) \cdot l}{Z_B} = \frac{(0,032 + j0,325) \cdot 100}{1600} = (0,0020 + j0,0203) \text{ pu},$$

$$B_V = \frac{b \cdot l}{Y_B} = b \cdot l \cdot Z_B = 3,548 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 1600 = 0,5677 \text{ pu},$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_V} = \frac{1}{0,0020 + j0,0203} = (4,8008 - j48,7581) \text{ pu},$$

$$\underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = j \frac{B_V}{2} = j \frac{0,5677}{2} = j0,2838 \text{ pu}.$$

Ако претпоставиме дека потрошувачот е претставен со адмитанција $\underline{Y}_P$ тогаш неговата моќност може да биде изразена преку адмитанцијата и напонот на следниот начин:

$$\underline{S}_P = \underline{U}_P \underline{I}_P^* = \underline{U}_P (\underline{Y}_P \underline{U}_P)^* = \underline{Y}_P^* \underline{U}_P^2,$$

од каде што, заменувајќи $\underline{S}_P = (500 + j200)/100 = (5 + j2) \text{ pu}$ и сметајќи дека напонот е еднаков на номиналниот $U_P = 1 \text{ pu}$, за адмитанцијата на потрошувачот добиваме

$$\underline{Y}_P = \frac{\underline{S}_P^*}{U_P^2} = \frac{(5 + j2)^*}{1^2} = (5 - j2) \text{ pu}.$$

Понатаму, ја формираме матрицата на адмитанции на мрежата од сликата П.Ѓ.1.1 во која е вклучена и адмитанцијата $\underline{Y}_p$:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_1 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_p \end{bmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 4,8008 - j48,4742 & -4,8008 + j48,7581 \\ -4,8008 + j48,7581 & 9,8008 - j50,4742 \end{bmatrix} \text{ pu},$$

и ја пишуваме втората равенка (т. е. равенката за јазелот 2) според методот на независни напони

$$\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 = 0,$$

во којашто единствена непозната величина е напонот $\underline{U}_2$. Од десната страна на оваа равенка има нула затоа што во колото не постојат струјни генератори приклучени во јазелот 2.

Решението на претходната линеарна равенка гласи:

$$\underline{U}_2 = -\frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{22}}\underline{U}_1 = -\frac{-4,8008 + j48,7581}{9,8008 - j50,4742} \cdot 1,0125 = (0,9606 - j0,0902) \text{ pu},$$

од каде добиваме дека ефективната вредност на напонот на крајот на водот е $U_2 = 0,9648$ pu, додека неговиот фазен агол е $\theta_2 = -5,3653^\circ$.

Бидејќи при решавањето претпоставивме дека потрошувачот е зададен со константна адмитанција, а не со константна моќност како што е наведено во условите на примерот, решението е приближно. За да оцениме колкава грешка сме направиле со ваквото приближно моделирање на потрошувачот ќе ја пресметаме неговата моќност, користејќи ја пресметаната вредност на напонот:

$$\underline{S}_p = \underline{Y}_p^* \underline{U}_2^2 = (5 - j2)^* \cdot 0,9648^2 =$$

$$= (4,6540 + j1,8616) \text{ pu} = (465,4 + j186,2) \text{ MVA},$$

од каде што забележуваме дека реалниот и имагинарниот дел од пресметаната моќност се разликуваат од зададените вредности за P_p и Q_p .

Во вториот случај, потрошувачот го моделираме со струен генератор чија струја изнесува:

$$\underline{I}_p = \left(\frac{\underline{S}_p}{\underline{U}_p} \right)^* = \left(\frac{5 + j2}{1} \right)^* = (5 - j2) \text{ pu}.$$

Во овој случај, матрицата на адмитанции ја формираме исто како претходно со таа разлика што во неа не е додадена адмитанцијата $\underline{Y}_p$

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_1 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 + \underline{Y}_3 \end{bmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 4,8008 - j48,4742 & -4,8008 + j48,7581 \\ -4,8008 + j48,7581 & 4,8008 - j48,4742 \end{bmatrix} \text{ pu.}$$

Равенката за јазелот 2, според методот на независни напони гласи:

$$\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 = -\underline{I}_P,$$

од каде се добива:

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 &= -\frac{\underline{I}_P + \underline{Y}_{21}\underline{U}_1}{\underline{Y}_{22}} = -\frac{5 - j2 + (-4,8008 + j48,7581) \cdot 1,0125}{4,8008 - j48,4742} = \\ &= (0,9674 - j0,0987) \text{ pu,} \end{aligned}$$

т. е. дека ефективната вредност на напонот на крајот на водот е $U_2 = 0,9724$ pu, а неговиот фазен агол е $\theta_2 = -5,8244^\circ$.

Како и претходно, за да провериме колку е прецизно добиеното решение, ја пресметуваме моќноста на потрошувачот користејќи ја пресметаната вредност на напонот:

$$\begin{aligned} \underline{S}_P &= \underline{U}_2 \underline{I}_P^* = (0,9674 - j0,0987) \cdot (5 - j2)^* = \\ &= (5,0343 + j1,4414) \text{ pu} = (503,4 + j144,1) \text{ MVA.} \end{aligned}$$

И тука забележуваме разлика помеѓу пресметаните и зададените вредности за P_P и Q_P .

На крајот ќе покажеме дека моќностите на потрошувачите и генераторите во една мрежа, без разлика на нејзината големина и поврзаност, може да се пресметаат многу едноставно со помош на матрицата на адмитанции и напоните на јазлите. При тоа, треба да имаме на ум дека ако користиме приближни вредности за напоните, тогаш и пресметаните вредности на моќностите ќе бидат приближни и може да се разликуваат од зададените моќности.

Познавајќи го векторот на инјектирани струи во јазлите

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}},$$

можеме да го пресметаме векторот на инјектирани моќности во јазлите на следниот начин:

$$\underline{\mathbf{S}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{I}}^* = \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot (\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}})^*, \quad (\text{П.Г.1.1})$$

каде што $\text{diag}(\underline{\mathbf{U}})$ означува дијагонална матрица на чијашто дијагонала се наоѓаат елементите од векторот $\underline{\mathbf{U}}$. Ако на пример векторот има два елемента, како во овој случај, тогаш имаме:

$$\text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 & 0 \\ 0 & \underline{U}_2 \end{bmatrix}.$$

Во конкретниот случај добиваме:

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 1,0125 & 0 \\ 0 & 0,9674 - j0,0987 \end{bmatrix} \cdot \left(\underline{\mathbf{Y}} \cdot \begin{bmatrix} 1,0125 \\ 0,9674 - j0,0987 \end{bmatrix} \right)^* =$$

$$= \begin{bmatrix} 5,0909 + j1,4560 \\ -5,0343 - j1,4414 \end{bmatrix} \text{ pu},$$

при што забележуваме дека моќностите на генераторот се позитивни, а на потрошувачот се негативни.

Точната вредност на напонот $\underline{U}_2$, за која не наведовме како се пресметува, изнесува $\underline{U}_2 = (0,9552 - j0,0969)$ pu. Тоа значи дека точната ефективна вредност на напонот на крајот на водот е $U_2 = 0,9601$ pu, а неговиот фазен агол е $\theta_2 = -5,7908^\circ$. Ако оваа вредност на напонот ја искористиме за пресметка на инјектираните моќности во јазлите (според равенката П.Г.1.1) добиваме:

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 1,0125 & 0 \\ 0 & 0,9552 - j0,0969 \end{bmatrix} \cdot \left(\underline{\mathbf{Y}} \cdot \begin{bmatrix} 1,0125 \\ 0,9552 - j0,0969 \end{bmatrix} \right)^* =$$

$$= \begin{bmatrix} 5,0608 + j2,0648 \\ -5 - j2 \end{bmatrix} \text{ pu},$$

при што забележуваме дека инјектираната моќност во јазелот 2 е еднаква на зададената моќност на потрошувачот, со негативен знак.

Ако ги собереме инјектираните моќности ќе ги добиеме загубите на моќност во системот кои изнесуваат:

$$\Delta \underline{S} = 5,0608 + j2,0648 - 5 - j2 = (0,0608 + j0,0648) \text{ pu} = (6,08 + j6,48) \text{ MVA}.$$

□ □ □

Според досега наведеното можеме да заклучиме дека одредувањето на точните вредности на напоните на јазлите се сведува на следното:

Да се пресметаат напоните на јазлите во една електроенергетска мрежа значи да се одредат такви вредности на напоните со кои ќе се добијат пресметани инјектирани моќности еднакви на зададените. При тоа, зададената инјектирана моќност во еден јазел е дефинирана како разлика од моќноста на генераторите и потрошувачите во тој јазел $\underline{S}_i = \underline{S}_{Gi} - \underline{S}_{Pi}$.

Во продолжение ќе покажеме како се формира системот нелинеарни равенки со чие решавање се пресметуваат напоните на јазлите кои го задоволуваат горниот услов.

Во примерот Ѓ.1 при решавање на случајот под б) веќе видовме дека, според методот на независни напони, за јазелот 2 можеме да ја напишеме следната равенка:

$$\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 = -\underline{I}_P,$$

која може многу лесно да се реши ако се претпостави дека струјата $\underline{I}_P$ е позната. Но за разлика од „обичните“ електрични кола, каде што за јазлите се познати инјектираните струи, кај електроенергетските мрежи за јазлите се познати инјектираните моќности, како што тоа е дадено уште на самиот почеток кога беше поставен проблемот. Инјектираната струја во јазелот 2 можеме да ја пресметаме со зададената моќност на потрошувачот во тој јазел и неговиот напон

$$\underline{I}_P = \left(\frac{\underline{S}_P}{\underline{U}_2} \right)^*,$$

со што равенката за јазелот 2 го добива следниот облик:

$$\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 = -\left(\frac{\underline{S}_P}{\underline{U}_2} \right)^*,$$

$$(4,8008 - j48,4742) \cdot \underline{U}_2 + (-4,8008 + j48,7581) \cdot 1,0125 = -\frac{5 - j2}{\underline{U}_2^*},$$

од каде што се забележува дека таа е нелинеарна равенка во која непознатата величина е $\underline{U}_2$. Бидејќи равенката е комплексна таа во суштина се состои од две нелинеарни реални равенки. Проблемот е решлив затоа што и бројот на непознати величини е исто така 2 и тоа ефективна вредност на напонот $\underline{U}_2$ и неговиот фазен агол θ_2 .

При решавањето на електроенергетски мрежи комплексните вредности на напоните најчесто се изразуваат во експоненцијален облик $\underline{U}_2 = U_2 e^{j\theta_2}$, така што равенката за напонот $\underline{U}_2$ ќе биде:

$$(4,8008 - j48,4742) \cdot U_2^2 + (-4,8608 + j49,3676) \cdot U_2 (\cos \theta_2 - j \sin \theta_2) = -5 + j2.$$

Ако од оваа равенка ги одделиме реалните и имагинарните делови ќе ги добиеме следните две реални равенки:

$$\begin{aligned} 4,8008U_2^2 + U_2(-4,8608 \cos \theta_2 + 49,3676 \sin \theta_2) + 5 &= 0, \\ 48,4742U_2^2 + U_2(-4,8608 \sin \theta_2 - 49,3676 \cos \theta_2) + 2 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{Ѓ.9})$$

Подоцна ќе ја разгледаме постапката за решавање на системи нелинеарни равенки, а тука решението на системот равенки (Ѓ.9) ќе го добиеме со помош на MATLAB користејќи ја функцијата `fsolve`. Таа

е наменета за решавање на општи системи нелинеарни равенки од обликот $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$ каде што $\mathbf{f}$ и $\mathbf{x}$ се вектори. За да можеме да ја користиме функцијата `fsolve` треба да напишеме функција во MATLAB со која се дефинирани равенките од системот (Ѓ.9), како што тоа е дадено со програмата Ѓ.1. При тоа го одбираме следниот начин на означување на променливите $U_2 = x_1$ и $\theta_2 = x_2$.

**Програма Ѓ.1. Систем нелинеарни равенки за примерот Ѓ.1
(programi/nr/vod_1.m)**

```
1 function f = vod_1(x)
2 f = [
3 4.8008*x(1)^2 + x(1)*(-4.8608*cos(x(2))+49.3676*sin(x(2))) + 5
4 48.4742*x(1)^2 + x(1)*(-4.8608*sin(x(2))-49.3676*cos(x(2))) + 2
5 ];
```

Решението на системот равенки го добиваме на следниот начин

```
x = fsolve(@vod_1,[1 0])
x =
0.9601 -0.1011
```

каде што во функцијата `fsolve` првиот параметар е името на функцијата со којашто е опишан системот равенки, а вториот параметар е вектор со почетно решение. За почетни вредности задаваме $U_2 = 1$ pu и $\theta_2 = 0$ rad.

Како резултат се добива $x_1 = 0,9601$ и $x_2 = -0,1011$ што значи дека е $U_2 = 0,9601$ pu и $\theta_2 = -0,1011$ rad = $-5,7908^\circ$.

Во општ случај нелинеарните равенки за инјектираните моќности може да се добијат тргнувајќи од равенките (П.Ѓ.1.1). Равенката за инјектирана моќност за јазелот i напишана во развиена форма гласи:

$$\begin{aligned} \underline{S}_i &= \underline{U}_i \left(\sum_{k=1}^N \underline{Y}_{ik} \underline{U}_k \right)^* = \underline{U}_i e^{j\theta_i} \left[\sum_{k=1}^N (G_{ik} + jB_{ik}) U_k e^{j\theta_k} \right]^* = \\ &= \underline{U}_i \sum_{k=1}^N (G_{ik} - jB_{ik}) U_k (\cos \theta_{ik} + j \sin \theta_{ik}), \end{aligned}$$

каде што $\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k$. Од неа, со издвојување на реалниот и имагинарниот дел ги добиваме равенките за инјектираната активна и реактивна моќност во јазелот i :

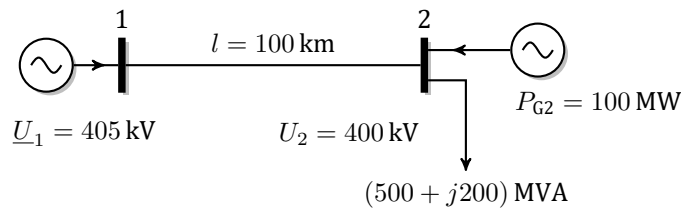
$$P_i = U_i \sum_{k=1}^N U_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}), \quad (\text{Ѓ.10})$$

$$Q_i = U_i \sum_{k=1}^N U_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}). \quad (\text{Ѓ.11})$$

Со замена на соодветни бројни вредности во равенките (Ѓ.10) и (Ѓ.11) лесно можеме да го добиеме системот равенки (Ѓ.9).

Ѓ.4.2 Јазли со зададен напон

Пример Ѓ.2. Да се реши примерот Ѓ.1 така што на крајот од водот, кај јазелот 2, се додава генератор чија активна моќност изнесува 100 MW и кој го одржува напонот на јазелот 2 на вредност од 400 kV (слика П.Ѓ.2.1). Во дадениот работен режим генераторот во јазелот 2 може да генерира реактивна моќност чија максимална вредност изнесува $Q_{G2}^{\max} = 200 \text{ Mvar}$.



Слика П.Ѓ.2.1. Потрошувач напојуван преку вод со зададен напон на крајот

Решение

Во овој случај е присутен уште еден елемент карактеристичен за електроенергетските мрежи: генератор со задача да регулира напон на јазелот на којшто е приклучен. Земајќи ги истите базни величини како во примерот Ѓ.1 можеме да ја пресметаме вредноста на напонот на јазелот 2 која изнесува $U_2 = 400/400 = 1 \text{ pu}$.

За јазелот 2 ја знаеме само инјектираната активна моќност којашто изнесува:

$$P_2 = 100 - 500 = -400 \text{ MW} = -4 \text{ pu},$$

додека инјектираната реактивна моќност не можеме да ја пресметаме затоа што не е позната реактивната моќност на генераторот. Поради тоа тука ќе ја користиме само првата равенка од системот (Ѓ.9) која, водејќи сметка за променетата инјектирана активна моќност, гласи:

$$4,8008U_2^2 + U_2(-4,8608 \cos \theta_2 + 49,3676 \sin \theta_2) + 4 = 0.$$

Ако во претходната равенка го замениме зададеното $U_2 = 1 \text{ pu}$ добиваме една тригонометриска равенка во која единствена непозната величина е θ_2

$$-4,8608 \cos \theta_2 + 49,3676 \sin \theta_2 + 8,8008 = 0.$$

Горната равенка ќе ја решиме во MATLAB со примена на функцијата `fzero` којашто е наменета за решавање на нелинеарна равенка со една непозната. Решението на равенката го добиваме на следниот начин:

```
f = @(x) -4.8608*cos(x) + 49.3676*sin(x) + 8.8008;
x = fzero(f,0)
x =
    -0.0802
```

каде што во функцијата `fzero` првиот параметар е името на функцијата (`f`) со којашто е дефинирана равенката од интерес, а вториот параметар е почетното решение ($\theta_2 = 0$).

Како резултат се добива $x = -0,0802$ што значи дека е $\theta_2 = -0,0802$ rad = $-4,5951^\circ$. Со тоа можеме да ја пресметаме комплексната вредност на напонот во јазелот 2

$$\underline{U}_2 = 1 \cdot [\cos(-0,0802) + j \sin(-0,0802)] = (0,9968 - j0,0801) \text{ pu},$$

а понатаму според равенката (П.Ѓ.1.1) и инјектираните моќности во јазелите кои изнесуваат:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \begin{bmatrix} 1,0125 & 0 \\ 0 & 0,9968 - j0,0801 \end{bmatrix} \cdot \left(\underline{Y} \cdot \begin{bmatrix} 1,0125 \\ 0,9968 - j0,0801 \end{bmatrix} \right)^* = \\ &= \begin{bmatrix} 4,0320 + j0,0954 \\ -4 - j0,3451 \end{bmatrix} \text{ pu.} \end{aligned}$$

Познавајќи ја инјектираната моќност во јазелот 2 можеме да ја пресметаме моќноста на генераторот на следниот начин:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{G2} &= \underline{S}_2 + \underline{S}_{P2} = -4 - j0,3451 + 5 + j2 = (1 + j1,6549) \text{ pu} \\ &= (100 + j165,49) \text{ MVA}, \end{aligned}$$

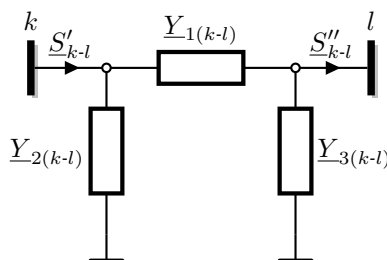
од каде гледаме дека е активната моќност е $P_{G2} = 100 \text{ MW}$, т. е. колку и што беше зададено, додека реактивната моќност е $Q_{G2} = 165,49 \text{ Mvar}$. Бидејќи важи $Q_{G2} < Q_{G2}^{\max}$ генераторот може да работи со пресметана вредност за реактивната моќност, така што ќе биде во можност да го одржи напонот на јазелот 2 на зададената вредност.

Доколку се случи да биде $Q_{G2} > Q_{G2}^{\max}$ тогаш пресметаната вредност на реактивната моќност се занемарува и се задава нова $Q_{G2} = Q_{G2}^{\max}$, а генераторот веќе нема задача да го одржува напонот на зададената вредност. Во тој случај, за јазелот 2 може да се пресметаат инјектираната активна и реактивна моќност и проблемот да се реши според системот равенки (Ѓ.9).

□ □ □

Ѓ.5 Распределба на тековите на моќности

По пресметувањето на напоните во јазлите, може да се премине на определување на распределбата на тековите на моќностите во елементите од мрежата. Како што веќе видовме сите елементи во ЕЕС ги претставуваме со π -заменски шеми кои во општ случај имаат изглед како на сликата Ѓ.10. Со $\underline{S}'_{k-l}$ ја означуваме комплексната моќност на почетокот на елементот $k-l$, а со $\underline{S}''_{k-l}$ моќноста на неговиот крај. При тоа за позитивната насока ја усвојуваме насоката од почетниот јазел k кон крајниот јазел l .



Слика Ѓ.10. Општа еквивалентна π -заменска шема за елемент на мрежа

Моќноста на почетокот и крајот од елементот $k-l$ можеме да ја добијеме преку познатите напони на јазлите k и l и струите на соодветните краеве $\underline{I}'_{k-l}$ и $\underline{I}''_{k-l}$ кои едноставно се пресметуваат со помош на параметрите на елементот. Според сликата Ѓ.10 можеме да напишеме:

$$\begin{aligned}\underline{I}'_{k-l} &= \underline{Y}_{1(k-l)}(\underline{U}_k - \underline{U}_l) + \underline{Y}_{2(k-l)}\underline{U}_k, \\ \underline{I}''_{k-l} &= \underline{Y}_{1(k-l)}(\underline{U}_k - \underline{U}_l) - \underline{Y}_{3(k-l)}\underline{U}_l,\end{aligned}\quad (\text{Ѓ.12})$$

а потоа за моќностите добиваме:

$$\begin{aligned}\underline{S}'_{k-l} &= \underline{U}_k(\underline{I}'_{k-l})^* = \underline{U}_k \left[\underline{Y}_{1(k-l)}(\underline{U}_k - \underline{U}_l) + \underline{Y}_{2(k-l)}\underline{U}_k \right]^*, \\ \underline{S}''_{k-l} &= \underline{U}_l(\underline{I}''_{k-l})^* = \underline{U}_l \left[\underline{Y}_{1(k-l)}(\underline{U}_k - \underline{U}_l) - \underline{Y}_{3(k-l)}\underline{U}_l \right]^*.\end{aligned}\quad (\text{Ѓ.13})$$

За илустрација ќе го разгледаме примерот Ѓ.1. Параметрите на водот 1-2 се:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_1 &= (4,8008 - j48,7581) \text{ pu}, \\ \underline{Y}_2 &= \underline{Y}_3 = j0,2838 \text{ pu},\end{aligned}$$

додека точните вредности за напоните на јазлите се:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= 1,0125 \text{ pu}, \\ \underline{U}_2 &= (0,9552 - j0,0969) \text{ pu}.\end{aligned}$$

Според тоа, моќностите на почетокот и крајот на водот 1-2 ќе изнесуваат:

$$\begin{aligned}\underline{S}'_{1-2} &= 1,0125 \cdot [(4,8008 - j48,7581)(1,0125 - 0,9552 + j0,0969) + \\ &\quad + j0,2838 \cdot 1,0125]^* = (5,0608 + j2,0648) \text{ pu}, \\ \underline{S}''_{1-2} &= (0,9552 - j0,0969) \cdot [(4,8008 - j48,7581) \cdot \\ &\quad \cdot (1,0125 - 0,9552 + j0,0969) - j0,2838 \cdot (0,9552 - j0,0969)]^* \\ &= (5 + j2) \text{ pu},\end{aligned}$$

односно

$$\begin{aligned}\underline{S}'_{1-2} &= (506,08 + j206,48) \text{ MVA}, \\ \underline{S}''_{1-2} &= (500 + j200) \text{ MVA}.\end{aligned}$$

Загубите на моќност во водот 1-2 се еднакви на разликата на моќност на почетокот и крајот на водот и тие изнесуваат:

$$\Delta \underline{S} = \underline{S}'_{1-2} - \underline{S}''_{1-2} = (6,08 + j6,48) \text{ MVA}.$$

Ѓ.6 Њутн-Рафсонов метод за пресметка на напони во електроенергетски мрежи

Ѓ.6.1 Дефиниција на проблемот

Состојбата на секој јазел i во преносната мрежа е одредена со четири големина:

- инјектирана активна моќност P_i ,
- инјектирана реактивна моќност Q_i ,
- ефективна вредност на напонот U_i ,
- фазен агол на напонот θ_i .

Според методот на независни напони за мрежата со N независни јазли може да се напишат N комплексни равенки, што е еквивалентно на $2N$ реални равенки. Од друга страна вкупниот број на величини придружени кон јазлите изнесува $4N$, што значи за да добиеме решлив систем од нелинеарни равенки на половина од величините треба однапред да им бидат познати вредности.

Според тоа кои две големина придружени кон јазелот се познати пред пресметката, јазелот ќе припадне на едно од трите подмножества јазли на разгледуваниот систем.

- *Јазли со контролиран напон* – PU јазли: познати се инјектираната активна моќност и модулот на напонот. Дополнително, треба да се наведат граничните вредности на реактивната моќност на

приклучениот уред во тој јазел. Обично тоа се јазли со генератори или синхрони компензатори.

- *Потрошувачки јазли* – PQ јазли: познати се инјектираната активна и реактивна моќност. Вообичаено е потрошувачите да се моделирани со константна моќност, но со таков модел може да се претставени и некои генератори.
- *Балансен јазел* – во англиската терминологија тој се нарекува swing или slack јазел: познат е модулот и фазниот агол на напонот. Бидејќи не се знаат загубите на моќност во системот, најмалку еден јазел мора да има недефинирани инјектирана активна и реактивна моќност. За балансен јазел најчесто се избира оној во кој е приклучена голема регулациона електрана. Пожелно е тој да се наоѓа блиску до електричната средина на системот.

Нека во преносната мрежа постојат N јазли, при што бројот на PQ јазли е q . Во мрежата постои и еден јазол со позната ефективната вредност и фазниот агол на напонот (балансен јазел).

Тоа значи, дека при решавање на проблемот на пресметката на напоните на јазлите треба да се пресметаат $N - 1$ непознати фазни агли на напоните за сите јазли освен балансниот и q непознати ефективни вредности на напоните за PQ јазлите. Вкупниот број на непознати е $N - 1 + q$ поради што е потребно да се реши систем со $N - 1 + q$ равенки. Од нив $N - 1$ равенка има облик како равенката (Ѓ.10) и q равенки имаат облик како равенката (Ѓ.11).

Системот равенки за одредување на напоните се добива така што се пишуваат равенки за инјектирани активни моќности за сите јазли, освен балансниот и равенки за инјектирани реактивни моќности за PQ јазлите. Односно, се пишуваат равенки за сите инјектирани моќности кои се зададени при дефинирањето на проблемот којшто треба да се реши.

Системот равенки е нелинеарен и за неговото решавање можат да се користат соодветни методи. Еден од методите за ефикасно решавање такви системи равенки е Њутн-Рафсоновиот¹ метод кој е опишан во продолжение.

Ѓ.6.2 Решавање на нелинеарни равенки

Функции со една променлива

Веројатно најмногу користениот метод за решавање на нелинеарни равенки е Њутновиот метод. Во него, за разлика од некои други методи, во пресметките се користат вредноста на нелинеарните функции со кои се дефинирани равенките, како и нивните први изводи. Геометриски

¹Во литературата методот е познат и под името Њутнов метод.

тој се базира на одредување тангентата на нелинеарната крива и барање пресек на тангентата со хоризонталната оска.

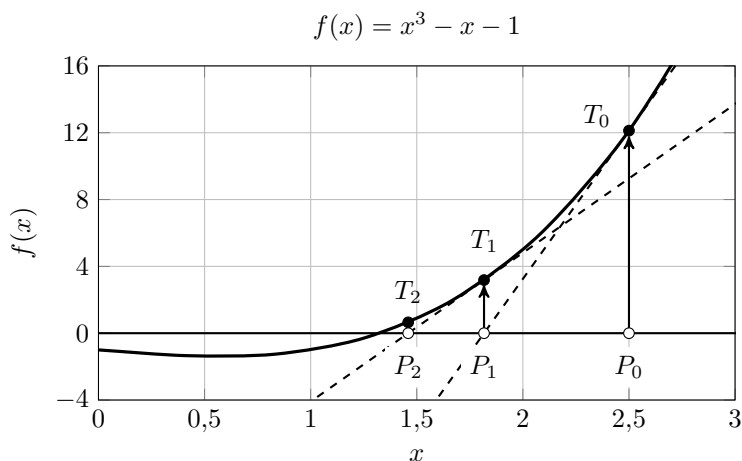
За илустрација, на сликата Ѓ.11 е прикажан начинот на функционирање на Њутновиот метод за функција со една променлива $f(x) = x^3 - x - 1$. Како почетно решение за нулата на оваа функција е земено $x_0 = 2,5$ што одговара на точката P_0 . Функцијата во оваа точка има вредност $f(x_0)$ со што е добиена точката T_0 . Во точката T_0 се повлекува тангентата на функцијата $f(x)$ и се одредува нејзиниот пресек со апсцисната оска во точката P_1 . Познато е дека равенката на тангентата гласи:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0),$$

од каде што лесно можеме да го одредиме пресекот со апсцисната оска ако зададеме $y = 0$. На таков начин добиваме:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)},$$

со што сме ја одредиле позицијата на точката P_1 која е поблиску до бараната нула на функцијата $f(x)$. Понатаму, постапката ја повторуваме во точката T_1 , во која повлекуваме тангентата и го одредуваме нејзиниот пресек со апсцисната оска во точката P_2 . Постапката ја прекинуваме по одреден број чекори и тоа тогаш, кога ќе добиеме доволно мала вредност на функцијата $f(x)$, која обично се бара да биде 10^{-6} или помалку.



Слика Ѓ.11. Њутнов метод за функција со една променлива

Алгебарски, решавањето на нелинеарна равенка од обликот

$$f(x) = 0, \quad (\text{Ѓ.14})$$

се изведува поаѓајќи од развивањето во Тајлоров ред на функцијата $f(x)$ во околина на точката x

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)}{2}\Delta x + \dots$$

За мали вредности на Δx , членовите од втор и повисок ред се занемарливо мали, така што ако зададеме $f(x + \Delta x) = 0$ се добива:

$$\Delta x = -\frac{f(x)}{f'(x)},$$

со што за корекција на решението од итерацијата i можеме да напишеме

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}. \quad (\text{Ѓ.15})$$

Во конкретниот случај формулата за уточнување на решението гласи:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{x_i^3 - x_i - 1}{3x_i^2 - 1},$$

со што ако зададеме почетно решение $x_0 = 2,5$ ја добиваме следната низа на решенија:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2,5 - \frac{2,5^3 - 2,5 - 1}{3 \cdot 2,5^2 - 1} = 1,816901; \\ x_2 &= 1,816901 - \frac{1,816901^3 - 1,816901 - 1}{3 \cdot 1,816901^2 - 1} = 1,459630; \\ x_3 &= 1,459630 - \frac{1,459630^3 - 1,459630 - 1}{3 \cdot 1,459630^2 - 1} = 1,339045; \\ &\vdots \end{aligned}$$

Конечното решение го добиваме по шест итерации и тоа гласи $x_6 = 1,324718$ и во тој случај функцијата има вредност $f(x_6) = 1,399 \cdot 10^{-7} < 10^{-6}$. Начинот на изведување на пресметките во MATLAB, со прекин кога ќе е исполнет условот $f(x) < 10^{-6}$, е даден со програмата Ѓ.2.

**Програма Ѓ.2. Њутнов метод за функција со една променлива
(programi/nr/nr_1dim.m)**

```
1 x = 2.5; konverg = false; iter = 0;
2 while (~konverg && iter < 100)
3     iter = iter + 1;
4     f = x^3 - x - 1; df = 3*x^2 - 1;
5     x = x - f/df
6     konverg = f < 1e-6;
7 end
```

Функции со две и повеќе променливи

Во општ случај, нека е потребно да се одредат нулите на N функции од исто толку променливи $x_i, i = 1, 2, \dots, N$ напишани на следниот начин:

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (\text{Ѓ.16})$$

Повторно применуваме развивање на функции во Тајлоров ред, но сега во околината на N -димензионална точка $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$

$$F_i(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = F_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \Delta x_j + O(\Delta\mathbf{x}^2), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

При тоа е вообичаено парцијалните изводи на функциите по секоја од променливите да се означуваат на следниот начин:

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}, \quad (\text{Ѓ.17})$$

со што сите нив можеме да ги сместиме во една матрица $\mathbf{J}$ којашто се нарекува јакобијан.

Воведувајќи вектор со вредности на функциите $\mathbf{F}$ и вектор со вредности на променливите $\mathbf{x}$, Тајлоровиот ред можеме да го напишеме во матрична форма на следниот начин:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{J} \cdot \Delta\mathbf{x} + O(\Delta\mathbf{x}^2).$$

каде што со $O(\Delta\mathbf{x}^2)$ се означени членовите од втор и повисок ред, кои ќе ги занемариме. Задавајќи $\mathbf{F}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = 0$ го добиваме следниот систем од линеарни равенки:

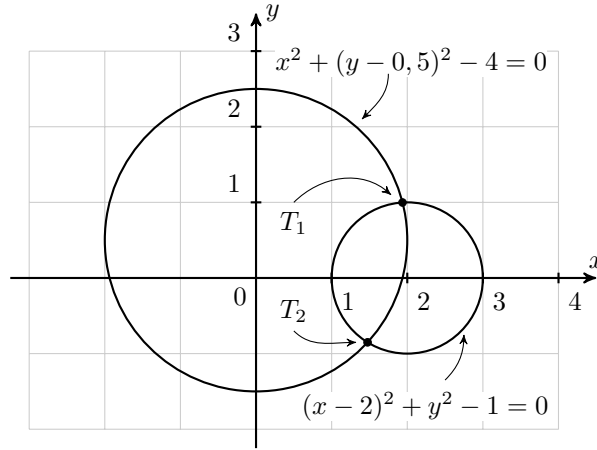
$$\mathbf{J} \cdot \Delta\mathbf{x} = -\mathbf{F}, \quad (\text{Ѓ.18})$$

од каде што можеме да го одредиме векторот со прирасти на променливите $\Delta\mathbf{x}$. Решението за $\Delta\mathbf{x}$ можеме елегантно да го напишеме во облик $\Delta\mathbf{x} = -\mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{F}$, но тоа никогаш нема така да го пресметуваме затоа што постојат други многу поефикасни методи за решавање на системи линеарни равенки без примена на матрична инверзија.

Познавајќи го векторот $\Delta\mathbf{x}$ пресметуваме нови вредности на променливите, т. е. на векторот $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \Delta\mathbf{x}, \quad (\text{Ѓ.19})$$

каде што со $\mathbf{x}^{(i+1)}$ и $\mathbf{x}^{(i)}$ се означени вредности на векторот $\mathbf{x}$ во две последователни итерации. Кога ќе правиме програмска реализација во MATLAB ќе постои само еден единствен вектор $\mathbf{x}$, чии вредности ќе бидат коригирани во секоја итерација.



Слика Ѓ.12. Геометриски приказ на решение на систем од две нелинеарни равенки со две променливи

За илустрација ќе го разгледаме примерот од сликата Ѓ.12 каде што е даден пресек на две кружници чии равенки се $x^2 + (y - 0,5)^2 - 4 = 0$ и $(x - 2)^2 + y^2 - 1 = 0$. За да го одредиме пресекот на двете кружници ќе треба да го решиме следниот систем од две нелинеарни равенки:

$$\begin{aligned} F_1 &= x_1^2 + (x_2 - 0,5)^2 - 4, \\ F_2 &= (x_1 - 2)^2 + x_2^2 - 1, \end{aligned}$$

во кој променливите се означени со x_1 и x_2 , при што тие значат апсцисата и ординатата на пресечните точки.

Јакобијанот во овој случај е:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_2 \\ \partial F_2 / \partial x_1 & \partial F_2 / \partial x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2(x_2 - 0,5) \\ 2(x_1 - 2) & 2x_2 \end{bmatrix}.$$

Ќе зададеме почетно решение

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

а потоа ги пресметуваме вредностите на двете функции и елементите од јакобијанот

$$\begin{aligned} F_1 &= 2^2 + (1 - 0,5)^2 - 4 = 0,25; \\ F_2 &= (2 - 2)^2 + 1^2 - 1 = 0; \end{aligned}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 & 2 \cdot (1 - 0,5) \\ 2 \cdot (2 - 2) & 2 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

со што го добиваме следниот систем линеарни равенки:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{x} = - \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0 \end{bmatrix},$$

чиешто решение е:

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -0,0625 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

На крајот од првата итерација правиме корекција на почетното решение со што добиваме:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0625 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,9375 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Конечното решение го добиваме по четири итерации и тоа гласи:

$$\mathbf{x}^{(4)} = \begin{bmatrix} 1,937003 \\ 0,998014 \end{bmatrix},$$

што одговара на координатите на точката T_1 од сликата $\Gamma.12$. При тоа функциите имаат вредност $F_1(\mathbf{x}^{(4)}) = 4,817 \cdot 10^{-10} < 10^{-6}$ и $F_2(\mathbf{x}^{(4)}) = 4,817 \cdot 10^{-10} < 10^{-6}$. Начинот на изведување на пресметките во MATLAB е даден со програмата $\Gamma.3$.

Ако зададеме друго почетно решение, на пример $x_1^{(0)} = 2$ и $x_2^{(0)} = -1$, резултатот ќе го добиеме по пет итерации и тој гласи $x_1^{(5)} = 1,474761$ и $x_2 = -0,850955$ што одговара на координатите на точката T_2 од сликата $\Gamma.12$.

Програма $\Gamma.3$. Њутн-Рафсонов метод за функција со две променливи (programi/nr/nr_2dim.m)

```

1 x = [2; 1]; konverg = false; iter = 0;
2 while (~konverg && iter < 100)
3     iter = iter + 1;
4     F = [
5         x(1)^2 + (x(2)-0.5)^2 - 4
6         (x(1)-2)^2 + x(2)^2 - 1
7     ];
8     J = [
9         2*x(1)      2*(x(2)-0.5)
10        2*(x(1)-2)  2*x(2)
11    ];
12    x = x - J\F
13    konverg = max(abs(F)) < 1e-6;
14 end

```


На крајот на оваа секција, ќе се навратиме на примерот Ѓ.1 (страница 428) во кој разгледуваме напојување на потрошувач преку еден вод. Напонот на почетокот на водот е познат, а треба да се пресмета напонот на крајот од водот. Таму видовме дека проблемот се сведе на решавање на систем од две нелинерани равенки (Ѓ.9), кои заради прегледност ги наведуваме и тука:

$$\begin{aligned}4,8008U_2^2 + U_2(-4,8608 \cos \theta_2 + 49,3676 \sin \theta_2) + 5 &= 0, \\48,4742U_2^2 + U_2(-4,8608 \sin \theta_2 - 49,3676 \cos \theta_2) + 2 &= 0.\end{aligned}$$

Првата равенка претставува разлика од пресметаната и зададената инјектирана активна моќност во јазелот 2, а втората равенка е разлика од пресметаната и зададената инјектирана реактивна моќност во истиот јазел. Непознатите големини U_2 и θ_2 ќе ги замениме со x_1 и x_2 , соодветно, така што добиваме:

$$\begin{aligned}F_1(x_1, x_2) &= 4,8008 \cdot x_1^2 + x_1 \cdot (-4,8608 \cos x_2 + 49,3676 \sin x_2) + 5 = 0, \\F_2(x_1, x_2) &= 48,4742 \cdot x_1^2 + x_1 \cdot (-4,8608 \sin x_2 - 49,3676 \cos x_2) + 2 = 0.\end{aligned}$$

Елементите на јакобијанот во овој случај се:

$$\begin{aligned}J_{11} &= 9,6016 \cdot x_1 - 4,8608 \cos x_2 + 49,3676 \sin x_2, \\J_{12} &= x_1 \cdot (4,8608 \sin x_2 + 49,3676 \cos x_2), \\J_{21} &= 96,9484 \cdot x_1 - 4,8608 \sin x_2 - 49,3676 \cos x_2, \\J_{22} &= x_1 \cdot (-4,8608 \cos x_2 + 49,3676 \sin x_2).\end{aligned}$$

За почетно решение задаваме $x_1 = 1$ и $x_2 = 0$, а пресметките во МАТ-LAB, кои се дадени во програмата Ѓ.4, се многу слични со програмата Ѓ.3 со единствена разлика во изразите за двете функции и елементите на јакобијанот. Овие две места во програмата се означени со ① и ②. Како резултат од програмата се добива $x_1 = 0,9601$ и $x_2 = -0,1011$ што е идентично со решението што го добивме претходно.

**Програма Ѓ.4. Пресметка на напонот на крајот на водот
од примерот Ѓ.1
(programi/nr/nr_2dim_vod_1.m)**

```

1 x = [1; 0]; konverg = false; iter = 0;
2 while (~konverg && iter < 100)
3     iter = iter + 1;
4     F = [
5         4.8008*x(1)^2+x(1)*(-4.8608*cos(x(2))+49.3676*sin(x(2)))+5
6         48.4742*x(1)^2+x(1)*(-4.8608*sin(x(2))-49.3676*cos(x(2)))+2
7     ];
8     J = [
9         9.6016*x(1) - 4.8608*cos(x(2)) + 49.3676*sin(x(2)) ...
10        x(1)*(4.8608*sin(x(2)) + 49.3676*cos(x(2)))
11        96.9484*x(1) - 4.8608*sin(x(2)) - 49.3676*cos(x(2)) ...
12        x(1)*(-4.8608*cos(x(2)) + 49.3676*sin(x(2)))
13    ];
14    x = x - J\F
15    konverg = max(abs(F)) < 1e-6;
16 end

```

Ѓ.6.3 Пресметка на елементите од јакобијанот

Како што видовме најголем проблем при примената на Њутновиот метод за пресметка на напони во електроенергетски мрежи има при одредувањето на вредностите на функциите и нивните парцијални изводи, т. е. елементите од јакобијанот. Пресметката на тие величини, означени со ① и ② во програмата Ѓ.4, е најобемниот дел од целата пресметка и затоа нив ќе им посветиме посебно внимание.

Веќе видовме дека со помош на релацијата (П.Ѓ.1.1) можеме многу едноставно со две матрични множења да ги пресметаме инјектираните комплексни моќности во сите јазли, што воедно значи дека едновременно со истата операција ги пресметуваме инјектираните активни и реактивни моќности во сите јазли од мрежата.

Тргувајќи од релацијата (П.Ѓ.1.1) за инјектирани моќности во јазлите тука ќе ги изведеме матричните изрази за парцијалните изводи на комплексните инјектирани моќности по фазните агли и по ефективните вредности на напоните. Во изразите се содржани изводите на инјектираните моќности за сите јазли во мрежата, така што со соодветно селектирање на некои од нив и одделување на реален и имагинарен дел можеме да го формираме јакобијанот.

Парцијални изводи на инјектираните моќности по фазните агли се:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \theta} = \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{U}}}{\partial \theta} + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{I}}^*}{\partial \theta}. \quad (\text{Ѓ.20})$$

Имајќи предвид дека е $\underline{U}_i = U_i \cdot e^{j\theta_i}$ за парцијалниот извод на комплексните напони по фазните агли ќе имаме:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{U}}}{\partial \theta} = j \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}), \quad (\text{Г.21})$$

додека за парцијалниот извод на комплексните струи по фазните агли имајќи ги превид равенките (Г.21) и $\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{I}}$ добиваме:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{I}}}{\partial \theta} = j \cdot \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}). \quad (\text{Г.22})$$

Од равенките (Г.21), (Г.22) и (Г.20) добиваме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \theta} &= \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot j \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot (j \cdot \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}))^* \\ &= j \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{I}}) - \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})]^* = \\ &= j \cdot (\text{diag}(\underline{\mathbf{S}}) - \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^*). \end{aligned} \quad (\text{Г.23})$$

Изразот (Г.23) за случај на систем со три јазли во развиена форма го има следниот изглед $\partial \underline{\mathbf{S}} / \partial \theta =$

$$j \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \underline{I}_1^* - \underline{U}_1 (\underline{Y}_{11} \underline{U}_1)^* & -\underline{U}_1 (\underline{Y}_{12} \underline{U}_2)^* & -\underline{U}_1 (\underline{Y}_{13} \underline{U}_3)^* \\ -\underline{U}_2 (\underline{Y}_{21} \underline{U}_1)^* & \underline{U}_2 \underline{I}_2^* - \underline{U}_2 (\underline{Y}_{22} \underline{U}_2)^* & -\underline{U}_2 (\underline{Y}_{23} \underline{U}_3)^* \\ -\underline{U}_3 (\underline{Y}_{31} \underline{U}_1)^* & -\underline{U}_3 (\underline{Y}_{32} \underline{U}_2)^* & \underline{U}_3 \underline{I}_3^* - \underline{U}_3 (\underline{Y}_{33} \underline{U}_3)^* \end{bmatrix}.$$

Парцијалните изводи на инјектираните моќности по ефективните вредности на напоните се:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{U}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \frac{\partial \underline{\mathbf{I}}^*}{\partial \underline{\mathbf{U}}}. \quad (\text{Г.24})$$

Имајќи предвид дека е $\underline{U}_i = U_i \cdot e^{j\theta_i}$ за парцијалниот извод на комплексните напони по ефективните вредности на напоните ќе имаме:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{U}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1}, \quad (\text{Г.25})$$

додека за парцијалниот извод на комплексните струи по ефективните вредности на напоните имајќи ги предвид равенките (Г.25) и $\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{I}}$ добиваме

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{I}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} = \underline{\mathbf{Y}} \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1}. \quad (\text{Г.26})$$

Со изразите од равенките (Г.25) и (Г.26) равенката (Г.24) станува:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}} &= \text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1} + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}^*) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1} \\ &= \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot [\text{diag}(\underline{\mathbf{I}}^*) + \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}^*)] \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1} \\ &= \text{diag}(\underline{\mathbf{S}}) \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1} + \text{diag}(\underline{\mathbf{U}}) \cdot \underline{\mathbf{Y}}^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^* \cdot \text{diag}(\underline{\mathbf{U}})^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{Г.27})$$

Изразот (Ѓ.27) за случај со систем со три јазли во развиена форма го има следниот изглед $\partial \underline{\mathbf{S}} / \partial \underline{\mathbf{U}} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{\underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_1 (\underline{Y}_{11} \underline{U}_1)^*}{\underline{U}_1} & \frac{\underline{U}_1 (\underline{Y}_{12} \underline{U}_2)^*}{\underline{U}_1} & \frac{\underline{U}_1 (\underline{Y}_{13} \underline{U}_3)^*}{\underline{U}_1} \\ \frac{\underline{U}_2 (\underline{Y}_{21} \underline{U}_1)^*}{\underline{U}_2} & \frac{\underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_2 (\underline{Y}_{22} \underline{U}_2)^*}{\underline{U}_2} & \frac{\underline{U}_2 (\underline{Y}_{23} \underline{U}_3)^*}{\underline{U}_2} \\ \frac{\underline{U}_3 (\underline{Y}_{31} \underline{U}_1)^*}{\underline{U}_3} & \frac{\underline{U}_3 (\underline{Y}_{32} \underline{U}_2)^*}{\underline{U}_3} & \frac{\underline{U}_3 \underline{I}_3^* + \underline{U}_3 (\underline{Y}_{33} \underline{U}_3)^*}{\underline{U}_3} \end{bmatrix}.$$

Имајќи го превид претходно изнесеното за парцијалните изводи на инјектираните комплексни моќности можеме да напишеме:

$$\frac{\partial \underline{S}_i}{\partial \theta_j} = \begin{cases} j [\underline{S}_i - \underline{U}_i (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^*], & i = j \\ -j \underline{U}_i (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^*, & i \neq j \end{cases} \quad (\text{Ѓ.28})$$

$$\frac{\partial \underline{S}_i}{\partial U_j} = \begin{cases} \frac{\underline{S}_i + \underline{U}_i (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^*}{\underline{U}_i}, & i = j \\ \frac{\underline{U}_i (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^*}{\underline{U}_i}, & i \neq j \end{cases} \quad (\text{Ѓ.29})$$

Ако ги воведеме следните ознаки

$$\underline{\mathbf{S}}^\theta = \frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \theta} \quad \text{и} \quad \underline{\mathbf{S}}^U = \frac{\partial \underline{\mathbf{S}}}{\partial \underline{\mathbf{U}}},$$

тогаш за јакобијанот можеме да напишеме:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}(\underline{\mathbf{S}}_{\mathbf{w}\mathbf{w}}^\theta) & \mathcal{R}(\underline{\mathbf{S}}_{\mathbf{w}\mathbf{q}}^U) \\ \mathcal{I}(\underline{\mathbf{S}}_{\mathbf{q}\mathbf{w}}^\theta) & \mathcal{I}(\underline{\mathbf{S}}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}^U) \end{bmatrix}, \quad (\text{Ѓ.30})$$

каде што $\mathbf{q}$ е вектор со индекси на PQ јазлите, додека за векторот $\mathbf{w}$ важи следната релација

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix},$$

во која со $\mathbf{v}$ е означен векторот со индекси на PU јазлите, што значи дека векторот $\mathbf{w}$ е унија од индексите на PQ и PU јазлите. Одделувањето на реален и имагинарен дел од комплексен број е означено со $\mathcal{R}(\cdot)$ и $\mathcal{I}(\cdot)$, соодветно.

Како што видовме претходно во примерот Ѓ.1 (страница 428) пресметката на напонот на крајот од водот се сведе на решавање на систем од две нелинерани равенки (Ѓ.9). Тука ќе покажеме дека истиот проблем можеме да го решиме и без да ги напишеме равенките во развиена форма

со што ќе избегнеме пишување и пресметка на тригонометриски изрази. Уште повеќе, тоа ќе го направиме и за елементите од јакобијанот кој исто така содржи тригонометриски изрази. Постапката за пресметка на напоните е дадена во програмата Ѓ.5. Таа се состои од следните делови:

- ① На почетокот е дадена матрицата Y , векторот U со почетните вредности на напоните, векторите U_m и U_a во кои се содржани модулите и аргументите на напоните и векторот со зададените инјектирани моќности во јазлите S_{dad} .
- ② Итеративната постапка се извршува во еден `while` циклус кој се прекинува кога ќе се постигне конвергенција, т. е. кога променливата `konverg` ќе добие вредност `true` или кога ќе се извршат 20 итерации.
- ③ Во третиот дел се пресметуваат инјектираните моќности, како и разликата меѓу пресметаните и зададените инјектирани моќности кои всушност се еднакви на вредностите на нелинеарните функции чиито нули треба да се одредат. Како што може да се забележи во векторот F се внесени реалниот и имагинарниот дел од разликата на пресметаната и зададената комплексна моќност за јазелот 2. Тоа значи дека во векторот F се вредностите на равенките добиени со разликите на активните и реактивните моќности за јазелот 2, бидејќи за тој јазел се непознати модулот на напонот (равенка за разлики од реактивни моќности) и фазниот агол на напонот (равенка за разлики од активни моќности).
- ④ Парцијалните изводи на инјектираните комплексни моќности во јазлите се пресметани според (Ѓ.23) и (Ѓ.27), а потоа е формиран јакобијанот според (Ѓ.30).
- ⑤ Со решавање на системот равенки (Ѓ.18) ги добиваме прираските на променливите кои ги додаваме на $U_a(2)$ и $U_m(2)$ и тоа по тој редослед бидејќи во векторот F прво ја напишавме разликата од активните моќности, а потоа разликата од реактивни моќности. На крајот пресметуваме нови вредности на комплексните напони користејќи ги актуелните вредности на модулите и аргументите на напоните.

Програма Ѓ.5. Пресметка на напонот на крајот на водот од примерот Ѓ.1 со јакобијан пресметан со матрични множења (programi/nr/nr_2dim_vod_1a.m)

```
① 1 Y = [  
2     4.8008-48.4742i   -4.8008+48.7581i  
3     -4.8008+48.7581i    4.8008-48.4742i  
4     ];  
5 U = [1.0125; 1]; Um = U; Ua = [0; 0];  
6 Sdad = [0; -5-2i];
```

```

7 konverg = false; iter = 0;
② 8 while (~konverg && iter < 20)
9     iter = iter + 1;
③ 10     Spres = U .* conj(Y * U);
11     dS = Spres - Sdad;
12     F = [
13         real(dS(2))
14         imag(dS(2))
15     ];
16     konverg = norm(F, inf) < 1e-6;
④ 17     dS_dUa = 1j*(diag(Spres) - diag(U)*conj(Y*diag(U)));
18     dS_dUm = diag(Spres./abs(U)) + diag(U)*conj(Y*diag(U./abs(U)))
19     ;
20     J = [
21         real(dS_dUa(2,2))  real(dS_dUm(2,2))
22         imag(dS_dUa(2,2))  imag(dS_dUm(2,2))
23     ];
⑤ 23     dx = -J\F;
24     Ua(2) = Ua(2) + dx(1);
25     Um(2) = Um(2) + dx(2);
26     U = Um .* exp(1j * Ua)
27 end

```

Ѓ.6.4 Примена на MATLAB за пресметка на напони во електроенергетски мрежи

Влезните податоци за електроенергетските мрежи ќе ги внесуваме во m-датотеки, кои се дефинирани како функции без влезни параметри и еден излезен параметар ees којшто претставува структура со еден скалар и три матрици. Слично како и во други програмски јазици структурата во MATLAB е променлива која што содржи повеќе други променливи во себе. До одделните променливи се пристапува така што се пишува името на структурата, потоа се става точка и на крајот се пишува името на променливата од интерес. Во продолжение е дадена датотеката со која што е опишана мрежата од примерот Ѓ.1.

Програма Ѓ.6. Податоци за системот составен од еден преносен вод (programi/nr/ees_1.m)

```

1 function ees = ees_1()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.jazli = [
4 % jazel tip    Ub    Pp    Qp Qsh oblast Umin Umax
5     1    3    400    0    0    0    1    0.9    1.1
6     2    1    400    500    200    0    1    0.9    1.1
7 ];
8 ees.granki = [
9 % pocetok kraj    R    X    B    m    Smax status
10    1    2    0.002    0.0203125    0.56768    1.000    1000    1
11 ];
12 ees.generatori = [
13 % jazel Pg Qg    Ug    Pmin Pmax    Qmin Qmax status
14    1    0    0    1.0125    -1000    1000    -1000    1000    1
15 ];

```

Во неа со скаларот $e_{es}.S_b$ е зададена базната моќност која вообичаено изнесува 100 MVA. Потоа следуваат три матрици во коишто се дадени податоците за јазлите и потрошувачите кај нив, податоци на гранките од мрежата и податоци за генераторите.

Матрицата $e_{es}.jzli$ ги содржи податоците за јазлите потрошувачите и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на јазли во системот. Таа има девет колони кои ги содржат следните податоци:

1. Број на јазелот,
2. Тип на јазелот кој може да биде: 1, 2 или 3, при што со 1 се означени јазлите од типот PQ, со 2 јазлите од типот PU, а со 3 е означен балансниот јазел. Редоследот на јазлите не е битен, може да бидат нумерирани произволно и единствено е важно да бидат нумерирани последователно со броевите од 1 до N ,
3. Базен напон на јазелот (kV) кој вообичаено е еднаков на номиналниот напон на јазелот,
4. Активна моќност на потрошувачот P_p (MW),
5. Реактивна моќност на потрошувачот Q_p (Mvar),
6. Реактивна моќност на напречниот шант во јазелот Q_{sh} (Mvar), при што позитивна вредност е за кондензатори, а негативна за калеми (т. е. реактори),
7. Реден број на областа во којашто припаѓа јазелот,
8. Минимална дозволена вредност на напонот $U^{\min}$ (pu),
9. Максимална дозволена вредност на напонот $U^{\max}$ (pu).

Матрицата $e_{es}.granki$ ги содржи податоците за гранките во мрежата и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на гранки во системот (надземни водови, кабли и трансформатори). Таа има осум колони кои ги содржат следните податоци:

1. Индекс на почетниот јазел на гранката,
2. Индекс на крајниот јазел на гранката,
3. Надолжна активна отпорност на гранката R (pu),
4. Надолжна реактивна отпорност на гранката X (pu),
5. Напречна реактивна проводност на гранката B (pu),
6. Преносен однос на гранката m (pu), при што ако гранката е надземен вод или кабел се става вредност 1,
7. Максимална дозволена привидна моќност $S^{\max}$ (MVA),
8. Статус на гранката кој може да има вредност 1 или 0 што означува дека гранката е вклучена или исклучена.

На прв поглед ставањето на податок во колоната 8 изгледа бесмислено затоа што една гранка може да се исклучи од анализата со едноставно бришење на соодветната редица од матрицата или ставање на знакот % на нејзиниот почеток што е еквивалентно на бришење на редицата. Бришењето на гранката ќе го промени редниот број на гран-

ките под неа и за тоа треба да водиме сметка ако правиме анализи во некоја мрежа со испади на одделни гранки. Затоа е подобро гранката да остане во матрицата, а нејзините параметри да се модифицираат на таков начин што таа нема да учествува во распределбата на моќности во мрежата. За тоа ќе стане збор подоцна.

Матрицата `ees.generatori` ги содржи податоците за генераторите во мрежата и бројот на нејзините редици е еднаков со бројот на генератори во системот. Таа има девет колони кои ги содржат следните податоци:

1. Индекс на јазелот во којшто е приклучен генераторот,
2. Активна моќност на генераторот P_G (MW) – за балансниот генератор таа е непозната, но сепак треба да се стави одредена вредност (на пример 0) која и онака ќе биде игнорирана, а е потребна за да се добие правоаголна матрица,
3. Реактивна моќност на генераторот Q_G (Mvar) – за јазлите од типот PU и за балансниот јазел таа е непозната, но од истите причини како претходно треба да се стави одредена вредност,
4. Зададена вредност на напонот на јазелот во кој е приклучен генераторот U_G (pu) – кај јазлите од типот PQ таа ќе биде игнорирана,
5. Минимална дозволена вредност на активната моќност $P_G^{\min}$ (MW),
6. Максимална дозволена вредност на активната моќност $P_G^{\max}$ (MW),
7. Минимална дозволена вредност на реактивната моќност $Q_G^{\min}$ (Mvar),
8. Максимална дозволена вредност на реактивната моќност $Q_G^{\max}$ (Mvar),
9. Статус на генераторот кој може да има вредност 1 или 0 што означува дека генераторот е вклучен или исклучен. Воведен е од истите причини како кај матрицата `ees.granki`.

Програма Ѓ.7. Податоци за системот составен од еден преносен вод со генератор на крајот од водот (programi/nr/ees_1u.m)

```

1 function ees = ees_1u()
2 ees.Sb = 100;
3 ees.jazli = [
4 % jazel tip    Ub    Pp    Qp Qsh oblast Umin Umax
5     1    3    400     0     0    0    1    0.9    1.1
6     2    2    400    500    200    0    1    0.9    1.1
7 ];
8 ees.granki = [
9 % pocetok kraj    R    X    B    m    Smax status
10    1    2    0.002    0.0203125    0.56768    1.000    1000    1
11 ];
12 ees.generatori = [
13 % jazel  Pg  Qg    Ug    Pmin  Pmax    Qmin  Qmax status
14     1     0     0    1.0125   -1000   1000   -1000   1000     1
15     2   100     0     1     -1000   1000   -1000   1000     1

```


16 1;

Методот Њутн-Рафсон веќе беше применет за пресметка на напонот на крајот од еден вод со програмата Ѓ.5. Таму методот е применет за точно одреден случај и во голем дел има променливи кои се фиксирани однапред и важат само за тој случај. Во продолжение е дадена програмата Ѓ.8 каде е напишана функцијата nr. Таа ги има следните влезни параметри:

Y	Матрица на адмитанции на мрежата,
Sdad	Вектор со зададени комплексни инјектирани моќности во јазлите,
U0	Вектор со зададени комплексни почетни вредности на напоните,
pu	Вектор со индекси на јазлите од типот PU,
pq	Вектор со индекси на јазлите од типот PQ,
epsilon	Толеранција за завршување на итеративниот процес,
iter_max	Максимален број на итерации.

**Програма Ѓ.8. Њутн-Рафсонов метод
(programi/nr/nr.m)**

```

1 function [U, konverg, vreme, iter] = nr(Y, Sdad, U0, pu, pq,
    epsilon, iter_max)
2 %% inicijalizacija
3 U = U0; % pocetni kompleksni vrednosti na naponi
4 n = length(U); % broj na jazli
5 iter = 0; % brojac na iteracii
6 Um = abs(U); % modul na naponite
7 Ua = angle(U); % agol na naponite
8 pqp = [pq; pu]; % indeksi na site pq i pu jazli
9 q = length(pqp); % broj na jazli so nepoznati fazni agli na
    naponite
10 %% proverka na pocetnoto resenie
11 [Spres, F, konverg] = proverka(Y, Sdad, U, pq, pqp, epsilon);
12 %% iteracii
13 tic
14 while (~konverg && iter < iter_max)
15     iter = iter + 1;
16     %% Jakobijan
17     diagU = sparse(1:n, 1:n, U);
18     diagUnorm = sparse(1:n, 1:n, U./abs(U));
19     diagS = sparse(1:n, 1:n, Spres);
20     diagSnorm = sparse(1:n, 1:n, Spres./abs(U));
21     % izvodi na S vo odnos na Ua
22     dS_dUa = 1j*(diagS - diagU*conj(Y*diagU));
23     % izvodi na S vo odnos na Um
24     dS_dUm = diagSnorm + diagU*conj(Y*diagUnorm);
25     J = [
26         real(dS_dUa(pqp, pqp))    real(dS_dUm(pqp, pq))
27         imag(dS_dUa(pq, pqp))     imag(dS_dUm(pq, pq))
28     ];
29     %% presmetka na prirasti na promenlivite
30     dx = -J\F;
31     %% novi vrednosti na promenlivite

```

```

5 32 % novi agli na naponite kaj pq i pu jazlite
33 Ua(pqpu) = Ua(pqpu) + dx(1:q);
34 if ~isempty(pq)
35     % novi moduli na naponite kaj pq jazlite
36     Um(pq) = Um(pq) + dx(q+1:end);
37 end
38 % novi kompleksni vrednosti na naponite
39 U = Um .* exp(1j * Ua);
40 %% proverka na resenieto
41 [Spres, F, konverg] = proverka(Y,Sdad,U,pq,pqpu,epsilon);
42 end
43 vreme = toc;
6 44 function [Spres, F, konverg] = proverka(Y,Sdad,U,pq,pqpu,epsilon)
45 Spres = U .* conj(Y * U); % presmetani injehtirani moknosti
46 % razlika vo injehtiranite moknosti (presmetani minus dadeni)
47 dS = Spres - Sdad;
48 F = [
49     % razliki vo aktivnite moknosti kaj pq i pu jazlite
50     real(dS(pqpu))
51     % razliki vo reaktivnite moknosti kaj pq jazlite
52     imag(dS(pq))
53 ];
54 konverg = norm(F, inf) < epsilon; % proverka za konvergencija

```

Како што може да се види, програмата се состои од следните главни делови:

- ① На почетокот се задаваат почетните вредности за напоните во векторот U , се формираат векторите U_m и U_a во кои се содржани модулите и аргументите на напоните, се дефинира бројот на јазли n , се формира векторот $pqpu$ со индекси на PQ и PU јазлите и се дефинира q што претставува број на јазли со непознати фазни агли на напоните. На крајот, се проверува зададеното почетно решение за напоните преку функцијата `proverka`.
- ② Итеративната постапка се извршува во еден `while` циклус кој се прекинува кога ќе се постигне конвергенција, т. е. кога променливата `konverg` ќе добие вредност `true` или кога ќе се изврши максималниот број итерации.
- ③ Се формираат дијагонални матрици во форма на ретки матрици и тоа `diagU` за комплексните напони на јазлите, матрицата `diagUnorm` за нормираните напоните на јазлите кои се еднакви на количникот од комплексните напони на јазлите и нивните модули, `diagS` за инјектираните комплексни моќности во јазлите и `diagSnorm` за нормираните инјектирани комплексни моќности во јазлите кои се еднакви на количникот од инјектираните комплексни моќности во јазлите и модулите на напоните. Парцијалните изводи на инјектираните привидни моќности по фазните агли на напоните `dS_dUa`

и по модулите на напоните dS_dUm се пресметани според (Ѓ.23) и (Ѓ.27), а потоа е формиран јакобијанот според (Ѓ.30).

- ④ Со решавање на системот равенки (Ѓ.18) ги добиваме прирастите на променливите кои потоа ги додаваме на Ua и Um .
- ⑤ Во Ua на позиции според индексите од векторот pqr ги додаваме првите q елементи од векторот dx (прирасти на фазните агли на напоните). Во Um на позиции според индексите од векторот pq ги додаваме елементите $q + 1$ до последниот од векторот dx (прирасти на модулите на напоните). На крајот пресметуваме нови вредности на комплексните напони користејќи ги актуелните вредности на модулите и аргументите на напоните и повторно правиме проверка на решението со помош на функцијата `proverka`.
- ⑥ Со функцијата `proverka` се пресметуваат инјектираните моќности $Spres$, како и разликата меѓу пресметаните и зададените инјектирани моќности dS . Со нивна помош се формира векторот F , каде што се внесени реалниот и имагинарниот дел од разликите на пресметаните и зададените моќности за јазлите чии индекси се во векторот pqr (за реалниот дел) и во векторот pq (за имагинарниот дел). На крајот се прави тест за конвергенција, така што се испитува дали најголемиот елемент од векторот F по апсолутна вредност е помал од зададената вредност `epsilon`.

Функцијата `nr` ги има следните излезни големина:

<code>U</code>	Вектор со пресметани комплексни вредности на напоните,
<code>konverg</code>	Логичка променлива со која се сигнализира дали процесот на пресметки конвергирал,
<code>vreme</code>	Потрошено време за извршување на пресметките,
<code>iter</code>	Број на итерации за коишто е добиено решението.

Програмата `asrf` (Ѓ.9) ги вчитува податоците за одредена електроенергетска мрежа во претходно опишаната форма, потоа со помош на функцијата `nr` ги пресметува напоните на јазлите и ја определува распределбата на моќности во мрежата. Таа ги има следните влезни големина:

<code>datoteka</code>	Име на <code>m</code> -датотеката во којашто се внесени податоците за мрежата (првата влезна променлива може да биде и структурата <code>eef</code> која се чита од меморијата на компјутерот),
<code>epsilon</code>	Барана точност за извршување на пресметките,
<code>iter_max</code>	Максимален број на итерации,

snimaj Логичка променлива со која се одредува дали сакаме
решението да биде снимено во излезна датотека.

Како излез од програмата acpf се добива структурата ees која е еднаква на структурата со која се зададени влезните податоци со тоа што во матрицата ees.granki се додаваат пет колони во кои се запишуваат активната и реактивната моќност на почетокот и крајот од гранките и нивната процентуална оптовареност, додека во матрицата ees.jazli се додаваат три колони во кои се запишуваат модулот и фазниот агол, како и модулот на напоните изразен во kV. Исто така, во матрицата ees.generatori на соодветните места се запишуваат пресметаните активни и реактивни моќности на генераторите.

**Програма Г.9. Решавање електроенергетска мрежа со примена на
Њутн-Рафсоновиот метод
(programi/nr/acpf.m)**

```

1 function ees = acpf(datoteka,epsilon,iter_max,snimaj)
2 if nargin == 1
3     epsilon = 1e-8; iter_max = 20; snimaj = true;
4 end
5 %% citanje na vlezните podatoci
6 if isstruct(datoteka)
7     ees = datoteka;
8 else
9     ees = feval(datoteka);
10 end
11 n = size(ees.jazli,1); % broj na jazli
12 ng = size(ees.generatori,1); % broj na generatori
13 %% matrica Y i zadadeni injektirani moknosti vo jazlite
14 [Y, f, t, Y1, Y2, Y3] = matrica_y(ees.Sb, ees.jazli, ees.granki);
15 iskl = find(ees.generatori(:,9) == 0); % iskluceni generatori
16 ees.generatori(iskl,2:8) = 0; % nuli kaj isklucenite generatori
17 % tip = 1 za jazlite so iskl. generatori
18 ees.jazli(ees.generatori(iskl,1),2) = 1;
19 Sg = ees.generatori(:,2) + 1j * ees.generatori(:,3);
20 Sp = ees.jazli(:,4) + 1j * ees.jazli(:,5);
21 igen = ees.generatori(:,1);
22 Cg = sparse(igen,(1:ng)',ones(ng,1),n,ng);
23 Sdad = (Cg*Sg - Sp)/ees.Sb;
24 %% vektori so tipovite na jazli
25 pq = find(ees.jazli(:,2) == 1);
26 pu = find(ees.jazli(:,2) == 2);
27 %% ramen start
28 U0 = ones(n,1);
29 vkl = find(ees.generatori(:,9) == 1); % vkлучeni generatori
30 % naponi na generatorskite jazli
31 U0(ees.generatori(vkl,1)) = ees.generatori(vkl,4);
32 %% Newton-Raphson
33 [U, ees.konverg, ees.vreme, ees.iter] = nr(Y, Sdad, U0, pu, pq,
34     epsilon, iter_max);
35 %% moduli i agli na naponite
36 ees.jazli(:,10:12) = [abs(U) angle(U)/pi*180 abs(U).*ees.jazli
37     (:,3)];
38 %% zagubi na moknost vo sistemot
39 Sinj = U .* conj(Y * U);

```

```

8 38 ees.dS = sum(Sinj) * ees.Sb;
39 %% moknosti na generatorite
40 Sg = Sinj(igen) * ees.Sb + Sp(igen);
9 41 ees.generatori(:,2:3) = [real(Sg) imag(Sg)];
42 ees.generatori(iskl,2:3) = 0;
43 %% tekovi na moknost vo grankite
10 44 If = Y1 .* (U(f) - U(t)) + Y2 .* U(f);
45 It = Y1 .* (U(f) - U(t)) - Y3 .* U(t);
46 Sf = U(f) .* conj(If) * ees.Sb;
47 St = U(t) .* conj(It) * ees.Sb;
48 ees.granki(:,9:12) = [real(Sf) imag(Sf) real(St) imag(St)];
49 S = max(abs(Sf), abs(St));
50 ees.granki(:,13) = S./ees.granki(:,7)*100;
51 %% snimanje na rezultatite
11 52 if snimaj; snimi_acpf(ees); type('acpf.txt'); end

```

Програмата `acpf` се состои од следните главни делови:

- ① Ако бројот на влезни параметри е 1, што значи е зададен само параметарот `datoteka`, тогаш се задава точност од $\varepsilon = 10^{-8}$, максимален број на итерации еднаков на 20 и се избира опција за снимање на решението во излезна датотека.
- ② Вчитување на влезните податоци, при што ако првиот влезен податок е структура тој едноставно се копира во `ees`, а доколку тој е име на влезна датотека тогаш структурата `ees` се добива со читање од датотеката.
- ③ Формирање на матрицата на адмитанции и векторот на инјектирани моќности во јазлите. При тоа се води сметка за генераторите кои се исклучени од погон, така што за нивната активна и реактивна моќност се задава 0, а типот на јазелот во којшто тие се приклучени се става да биде еднаков на 1 (PQ јазел).
- ④ Определување на векторите `pq` и `pu` во кои се дадени индексите на јазлите од типот PQ и од типот PU.
- ⑤ Задавање почетни вредности за напоните еднакви на 1 `pu`, при што за генераторските јазли, каде што има вклучени генератори, се задаваат соодветните напони на генераторите.
- ⑥ Пресметка на напоните со помош на методот Њутн-Рафсон со примена на функцијата `nr`.
- ⑦ Додавање на 3 колони на крајот од матрицата `ees.jazli` во кои се ставаат модулот на напонот во `pu`, фазниот агол во степени и модулот на напонот во kV.
- ⑧ Пресметка на загубите на моќност во мрежата.
- ⑨ Пресметка на моќностите на генераторите и ставање на вредности во колоните за активна и реактивна моќност во матрицата `ees.generatori`.

- ⑩ Пресметка на струи и моќности на двата краја од гранките. Додавање на 5 колони на крајот од матрицата `ees.granki`. Во првите 4 колони кои се запишуваат активната и реактивната моќност на почетокот и крајот од гранките, а во колоната 5 се запишува процентуалната оптовареност на гранката и тоа поголемата од оптовареноста на двата краја.
- ⑪ Запишување на решението во излезната датотека `aspf.txt`.

Матрицата на адмитанции се формира со помош на функцијата `matrica_y` којашто е дадена во програмата `Г.10`. Во неа влезни параметри се базната моќност `Sb` и матриците `jazli` и `granki` чија содржина е иста како претходно. Како излезни параметри се добиваат матрицата `Y`, векторите со почетните и крајните јазли на гранките `f` и `t`, како и векторите: `Y1`, `Y2` и `Y3` во коишто се запишани параметрите од π -еквивалентната шема на гранките.

**Програма Г.10. Формирање на матрицата `Y`
(`programi/nr/matrica_y.m`)**

```

1 function [Y, f, t, Y1, Y2, Y3] = matrica_y(Sb, jazli, granki)
2 n = size(jazli,1);
3 ngr = size(granki,1);
4 [f, t, Ygranki, Bgranki, m, status] = ...
5     deal(granki(:,1), granki(:,2), ...
6         1./(granki(:,3)+1j*granki(:,4)), ...
7         granki(:,5), granki(:,6), granki(:,8));
8 Y1 = status.*Ygranki./m;
9 Y2 = status.*(1j*Bgranki/2./m.^2 + 1./m .* (1./m - 1) .* Ygranki);
10 Y3 = status.*(1j*Bgranki/2 + (1 - 1./m) .* Ygranki);
11 Ysh = 1j*jazli(:,6)/Sb;
12 A = sparse(1:ngr, f, ones(ngr, 1), ngr, n) ...
13     - sparse(1:ngr, t, ones(ngr, 1), ngr, n);
14 Y = A' * sparse(1:ngr,1:ngr,Y1) * A ...
15     + sparse(f, f, Y2, n, n) ...
16     + sparse(t, t, Y3, n, n) ...
17     + sparse(1:n,1:n,Ysh);

```

Функцијата `matrica_y` се состои од следните главни делови:

- ① Одредување на бројот на јазли и гранки и формирање на вектори со кои се опишани гранките: почетните и крајните јазли `f` и `t`, надолжни адмитанции и напречни сусцептанции `Ygranki` и `Bgranki`, преносен однос `m` и статус на вклученост/исклученост `status`.
- ② Одредување на векторите: `Y1`, `Y2` и `Y3` кои ги содржат параметрите од еквивалентното коло на гранките (слика `Г.5`) и векторот `Ysh` со адмитанции на напречните шантови во јазлите. Тука треба да одбележиме дека елементите од векторите: `Y1`, `Y2` и `Y3` се множат со вредноста од векторот `status` која може да е 1 или 0. На таков начин, ако гранката е исклучена соодветните елементи од векторите: `Y1`, `Y2` и `Y3` ќе

бидат еднакви на нула, така што гранката нема да има удел во матрицата на адмитанции, а потоа ни во пресметките на струите и моќностите на двата нејзини краја кои исто така ќе бидат еднакви на нула.

- ③ Формирањето на матрицата $\underline{Y}$.

Пример Ѓ.3. Да се реши примерот Ѓ.1 со помош на програмата aspf.

Решение

Програмата aspf се користи многу едноставно. На пример, ако сакаме да ги пресметаме напоните и распределбата на моќности во мрежата дадена во датотеката ees_1.m, каде што се внесени податоците за примерот Ѓ.1, треба да ја напишеме следната команда

```
aspf('ees_1');
```

со што на екранот го добиваме следното решение:

```
konverg = 1, iter = 4, vreme = 0.001 sek
```

```
-----
                        ZAGUBI
-----
DP =    6.079 MW, DQ =    6.479 Mvar
-----
                        NAPONI NA JAZLITE
-----
      MW   Mvar Mvar(sh)   U(pu)   Teta(o)   U(kV)
1     0.0    0.0      0.0  1.012500    0.000  405.000
2  500.0  200.0      0.0  0.960142   -5.791  384.057
-----
                        MOKNOSTI NA GENERATORITE
-----
      PG      QG      PGmin   PGmax   QGmin   QGmax
1  506.079   206.479   -1000.0   1000.0   -1000.0   1000.0
-----
                        MOKNOSTI VO GRANKITE
-----
      MW      Mvar      MW      Mvar      MVA  MVAdoz      %
1   2  506.079   206.479   500.000   200.000   546.580  1000.0   54.7
```

а истото е запишано и во излезната датотека aspf.txt.



Пример Ѓ.4. Да се реши примерот Ѓ.1 со тоа што активната моќност на потрошувачот во јазелот 2 ќе се зголеми на 600 MW.

Решение

Во овој случај можеме да постапиме на два начина. На првиот начин можеме да ја отвориме датотека ees_1.m и да ја промениме вредноста на активната моќност на потрошувачот во јазелот 2 во матрицата ees.jazli, а потоа да ја напишеме истата команда како во претходниот пример. На вториот начин прво ќе ги вчитаме податоците од датотеката

ees_1.m со командата `ees = ees_1;`, потоа програмски ќе ја смениме вредноста во редицата 2 и колоната 4 од матрицата `ees.jazli` и на крајот ќе ја повикаме програмата со структурата `ees` како нејзин влезен параметар. Тоа го правиме на следниот начин:

```
ees = ees_1;
ees.jazli(2,4) = 600;
acpf(ees);
```

со што на екранот и во датотеката `acpf.txt` го добиваме следното решение:

```
konverg = 1, iter = 4, vreme = 0.001 sek
```

```
-----
                        ZAGUBI
-----
DP =      8.554 MW, DQ =  31.872 Mvar
-----
                        NAPONI NA JAZLITE
-----
      MW   Mvar Mvar(sh)   U(pu)   Teta(o)   U(kV)
1      0.0    0.0      0.0  1.012500    0.000  405.000
2  600.0  200.0      0.0  0.955307   -7.031  382.123
-----
                        MOKNOSTI NA GENERATORITE
-----
      PG      QG      PGmin   PGmax   QGmin   QGmax
1  608.554   231.872  -1000.0   1000.0  -1000.0   1000.0
-----
                        MOKNOSTI VO GRANKITE
-----
      MW      Mvar      MW      Mvar      MVA  MVAAdoz  %
1  2  608.554   231.872  600.000  200.000  651.231  1000.0  65.1
```



Пример 1.5. За системот од примерот 1.1 да се нацрта зависноста на ефективната вредност напонот на јазелот 2 од активната моќност на потрошувачот во тој јазел $U_2 = f(P_{P2})$. Моќноста P_{P2} да се менува од 0 до 1450 MW со чекор од 50 MW, при што реактивната моќност ќе биде $Q_{P2} = P_{P2}/2$, што значи дека факторот на моќност изнесува $\cos \varphi = \cos(\arctg(1/2)) = 0,894$.

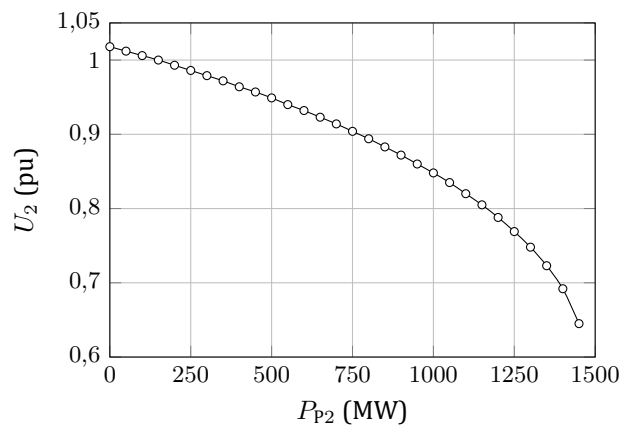
Решение

За да ја добиеме бараната зависност прво ги вчитуваме податоците од датотеката `ees_1.m`, а потоа програмски ги менуваме активната и реактивната моќност на потрошувачот во јазелот 2. При тоа дефинираме вектор `P` со вредности од 0 до 1450 со чекор од 50, и вектор `U` со нулти елементи и со исти димензии како векторот `P`. Во еден `for` циклус ги менуваме елементите во колоните 4 и 5 од редицата 2 на матрицата `ees.jazli` со соодветните вредности на активната и реактивната моќност. Правиме пресметки со програмата `acpf` при што сега ги

пишуваме сите параметри при нејзиното повикување затоа што сакаме да доделиме вредност `false` на последниот, што значи дека не сакаме печатење на решението на екранот и во излезната датотека. На крајот на секој чекор ја сместуваме вредноста на напонот на јазелот 2 во векторот `U` и потоа ја цртаме бараната зависност. Графичкиот приказ е даден на сликата П.Ѓ.5.1.

programi/nr/promenlivo_p.m

```
1 ees = ees_1;
2 P = 0:50:1450;
3 U = zeros(size(P));
4 for i = 1:length(P)
5     ees.jazli(2,4:5) = [P(i) P(i)/2];
6     ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
7     U(i) = ees.jazli(2,10);
8 end
9 plot(P,U,'-ok','LineWidth',2); grid;
10 xlabel('P_2 (MW)'); ylabel('U_2 (pu)');
```



Слика П.Ѓ.5.1. Зависност $U_2 = f(P_{P2})$ од примерот Ѓ.5

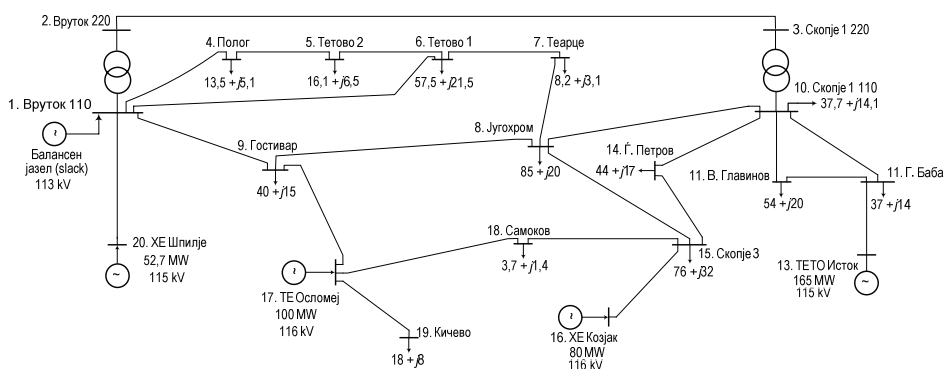
□ □ □

Ѓ.7 Податоци за хипотетички ЕЕС

Во процесот на планирање на преносната мрежа на еден електроенергетски систем вообичаено е да се разгледуваат повеќе варијанти за коишто се прават детални пресметки на напонските прилики и тековите на моќност. Целта на таквите пресметки е да се одреди конфигурација или работен режим на преносната мрежа во којшто ќе бидат исполнети сите технички ограничувања односно критериуми.

Со елементите од некогашниот северозападен дел на високонапонската мрежа на Република Македонија е формирана тест мрежа којашто работи во хипотетички режими. Таа е прикажана на сликата Ѓ.13, при што податоците за елементите од системот се дадени во табелите Ѓ.1, Ѓ.2 и Ѓ.3.

За полесна обработка на податоците за системот тие се внесени и во датотеката sz.xlsx во форма на табели во Excel. Во неа има пет работни листа: jazli, granki, generatori, TipskiV и TipskiT. Првите три ги содржат податоците за: јазлите, гранките и генераторите во мрежата. Во работните листови TipskiV и TipskiT се сместени податоците за типските надземни водови и кабли кои се употребени или можат да бидат употребени во разгледуваната електроенергетска мрежа, како и податоците за типските трансформатори. Изгледот на тие листови е прикажан на сликите од Ѓ.14 до Ѓ.18.



Слика Ѓ.13. Тест ЕЕС – основна состојба

Во работниот лист jazli се сместени податоците за имињата на јазлите од разгледуваната електроенергетска мрежа како и за моќностите на потрошувачите што се напојуваат од тие јазли. Изгледот на овој работен лист е прикажан на сликата Ѓ.14. Податоците во овој работен лист се сместени во 10 колони и поголем број редици. Првата редица е заглавие и таа го опишува карактерот на податоците што се сместени во колоните од овој работен лист. Во наредните редици за секој јазел во првата колона е внесено неговото име, додека од втората до последната колона се внесени податоците кои се потребни за матрицата ees . jazli.

Во работниот лист granki (слика Ѓ.16) се сместени податоците за гранките на мрежата почнувајќи од втората редица. Во колоната A е даден редниот број на гранката, во колоните B и C се дадени имињата на почетните и крајните јазли на гранките, додека во колоните D и E се дадени типот на гранката и нејзината должина ако се работи за

Табела Ѓ.1. Податоци за јазлите

Индекс	Име	Тип	U_n (kV)	P_p (MW)	Q_p (Mvar)
1	Вруток 110	3	110	0	0
2	Вруток 220	1	220	0	0
3	Скопје 1 220	1	220	0	0
4	Полог	1	110	13,5	5,1
5	Тетово 2	1	110	16,1	6,5
6	Тетово 1	1	110	57,5	21,5
7	Теарце	1	110	8,2	3,1
8	Југохром	1	110	85	20
9	Гостивар	1	110	40	15
10	Скопје 1 110	1	110	37,7	14,1
11	В. Главинов	1	110	54	20
12	Г. Баба	1	110	37	14
13	ТЕТО Исток	2	110	0	0
14	Ѓ. Петров	1	110	44	17
15	Скопје 3	1	110	76	32
16	ХЕ Козјак	2	110	0	0
17	ТЕ Осломеј	2	110	0	0
18	Самоков	1	110	3,7	1,4
19	Кичево	1	110	18	8
20	ХЕ Шпилје	2	110	0	0

надземен вод или кабел, односно положбата на регулационата преклопка ако се работи за трансформатор. Од колоната F до колоната M се внесени податоците кои се потребни за матрицата `e.es.granki`. Тие се пресметани со помош на формули во Excel за кои ќе стане збор подоцна.

Во работниот лист `generatori` (слика Ѓ.15) се сместени податоците за генераторите во мрежата. За секој генератор во колоната A е даден редниот број на генераторот, во колоната B е дадено името на јазелот во којшто е приклучен, додека во колоната C е даден напонот на јазелот од мрежата во кој, преку блок трансформатор е приклучен генераторот. Во колоните од D до L се внесени податоците кои се потребни за матрицата `e.es.generatori`. При тоа индексот на јазелот (колона D) и зададениот

Табела Г.2. Податоци за генераторите

Индекс	Име	P_G (MW)	U_G (kV)	$P_G^{\min}$ (MW)	$P_G^{\max}$ (MW)	$Q_G^{\min}$ (Mvar)	$Q_G^{\max}$ (Mvar)
1	Вруток 110	100	113	0	150	0	100
13	ТЕТО Исток	165	114	100	180	0	65
16	ХЕ Козјак	80	116	0	85	0	67
17	ТЕ Осломеј	100	116	80	120	0	22
20	ХЕ Шпилје	52,7	115	0	80	0	42

напон во единични вредности (колона G) се пресметани со помош на формули во Excel.

Претходно споменавме дека индексите на почетните и крајните јазли на гранките и параметрите: R, X и B од работниот лист granki се пресметани со помош на формули во Excel. Тоа е направено со помош на наредбата MATCH. Во ќелијата F2 во којашто е потребно да се одреди индексот на почетниот јазел на првата гранка е напишана формулата =MATCH(B2,jazli!\$A\$2:\$A\$1001,0).

Со оваа формула се бара вредноста од ќелијата B2 (прв параметар којшто е еднаков на името на почетниот јазел на гранката) во табелата jazli!\$A\$2:\$A\$1001, што значи го бараме името на почетниот јазел на гранката во работниот лист jazli, во опсегот од ќелии дефиниран со !\$A\$2:\$A\$1001 којшто ги опфаќа сите имиња на јазлите. Со третиот параметар, којшто тука е нула, се нагонува пребарување во коешто ќе се бара потполно еднаков текст со бараниот (не само првиот што приближно личи на бараното име). Барајќи го името „Вруток 110“ од табелата jazli!\$A\$2:\$A\$1001 командата MATCH ќе застане во првата редица, што значи дека индексот на бараниот јазел е 1 и тој ќе биде вратен како резултат од пребарувањето. На сличен начин се пополнети сите останати ќелии од колоните F и G.

Во ќелијата H2, каде што се пресметува параметарот R за првата гранка, е внесена формулата

=VLOOKUP(D2,TipskiV!\$B\$2:\$K\$101,8,FALSE)*E2.

Со помош на оваа формула се бара вредноста од ќелијата D2 (која што го содржи типот на гранката, V102) во табелата TipskiV!\$B\$2:\$K\$101 (табела со податоци за типските водови) и од неа се зема вредноста на надолжната отпорност на соодветниот тип изразена во $\mu\Omega$ (колона 8). Оваа вредност се множи со вредноста од ќелијата E2 којашто е еднаква на должината на гранката. Слично е постапено и со останата-

Табела Ѓ.3. Податоци за гранките

Индекс	Почеток	Крај	R (pu)	X (pu)	B (pu)	m (pu)	S_{GR}^{max} (MVA)
1	Вруток 110	Полог	0,013277	0,045632	0,004525	1	123
2	Полог	Тетово 2	0,014752	0,050702	0,005028	1	123
3	Тетово 2	Тетово 1	0,002459	0,00845	0,000838	1	123
4	Тетово 1	Теарце	0,020161	0,069293	0,006871	1	123
5	Теарце	Југохром	0,007868	0,027041	0,002681	1	123
6	Вруток 110	Тетово 1	0,031274	0,107489	0,010658	1	123
7	Вруток 110	Гостивар	0,007868	0,027041	0,002681	1	123
8	Гостивар	Југохром	0,0357	0,1227	0,012167	1	123
9	Гостивар	ТЕ Ослемеј	0,036388	0,125066	0,012401	1	123
10	ТЕ Ослемеј	Кичево	0,014752	0,050702	0,005028	1	123
11	ТЕ Ослемеј	Самоков	0,017211	0,059153	0,005865	1	123
12	Самоков	Скопје 3	0,046813	0,160896	0,015954	1	123
13	Југохром	Скопје 3	0,040814	0,140277	0,01391	1	123
14	Југохром	Скопје 1 110	0,043764	0,150417	0,014915	1	123
15	Скопје 1 110	Ѓ. Петров	0,010917	0,03752	0,00372	1	123
16	Ѓ. Петров	Скопје 3	0,020456	0,070307	0,006972	1	123
17	Скопје 3	ХЕ Козјак	0,029504	0,101405	0,010055	1	123
18	Скопје 1 110	В. Главинов	0,001869	0,006422	0,000637	1	123
19	Скопје 1 110	Г. Баба	0,004819	0,016563	0,001642	1	123
20	В. Главинов	Г. Баба	0,003934	0,013521	0,001341	1	123
21	ТЕТО Исток	Г. Баба	0,001322	0,006083	0,002996	1	309
22	ХЕ Шпилје	Вруток 110	0,027537	0,094645	0,009385	1	123
23	Вруток 220	Скопје 1 220	0,010777	0,056579	0,085203	1	309
24	Вруток 220	Вруток 110	0,001034	0,08085	0	1	150
25	Скопје 1 220	Скопје 1 110	0,000345	0,03675	0	1	450

тите параметри и тоа кај сите гранки. Кај трансформаторите, барањето на податоците за типот на трансформаторот се прави од табелата Tip-skiT!\$B\$2:\$K\$101 каде што се сместени типските трансформатори. На пример, формулата во ќелијата H25 е

=VLOOKUP(granki!D25,TipskiT!\$B\$2:\$K\$101,8,FALSE).

Во работниот лист generatori елементите на векторот IPV повторно се одредени со помош на VLOOKUP слично како што беа одредени индексите на почетните и крајните јазли на гранките. На пример, во ќелијата E2 е напишана формулата

=MATCH(B2,jazli!\$A\$2:\$A\$1001,0).

Единичната вредност на напонот на првиот генератор е дадена во ќелијата G2 и таа е добиена со помош на формулата

=C2/INDEX(jazli!\$D\$2:\$D\$1001,D2)

каде што се гледа дека вредноста на напонот во kV (C2) е поделена со INDEX(jazli!\$D\$2:\$D\$1001,D2). Наредбата INDEX се користи за земање

на вредност на елемент од вектор или матрица. Тука векторот е дефиниран со опсегот $\text{jazli!}:\$D\$2:\$D\$1001$ којшто всушност е колоната со номинални напони на јазлите внесена во работниот лист *jazli*. Од оваа колона со помош на INDEX го земаме елементот на позиција дефинирана во ќелијата D2 којашто има вредност 1. Според тоа, од работниот лист *jazli* ќе го земеме првиот номинален напон со што ќе добиеме резултат $113/110 = 1,0273$.

Јазел	Број	Тип	U_n (kV)	P (MW)	Q (Mvar)	Q_{sh} (Mvar)	Област	U^{min} (pu)	U^{max} (pu)
Вруток 110	1	3	110	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1
Вруток 220	2	1	220	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1
Скопје 1 220	3	1	220	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1
Попог	4	1	110	13.5	5.1	0.0	1	0.9	1.1
Тетово 2	5	1	110	16.1	6.5	0.0	1	0.9	1.1
Тетово 1	6	1	110	57.5	21.5	0.0	1	0.9	1.1
Тепарце	7	1	110	8.2	3.1	0.0	1	0.9	1.1
Југохром	8	1	110	85.0	20.0	0.0	1	0.9	1.1
Гостивар	9	1	110	40.0	15.0	0.0	1	0.9	1.1
Скопје 1 110	10	1	110	37.7	14.1	0.0	1	0.9	1.1
В. Главинов	11	1	110	54.0	20.0	0.0	1	0.9	1.1
Г. Баба	12	1	110	37.0	14.0	0.0	1	0.9	1.1
ТЕТО Исток	13	2	110	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1
Г. Петров	14	1	110	44.0	17.0	0.0	1	0.9	1.1
Скопје 3	15	1	110	76.0	32.0	0.0	1	0.9	1.1
ХЕ Козјак	16	2	110	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1
ТЕ Ослемеј	17	2	110	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1
Самоков	18	1	110	3.7	1.4	0.0	1	0.9	1.1
Кичево	19	1	110	18.0	8.0	0.0	1	0.9	1.1
ХЕ Шпилје	20	2	110	0.0	0.0	0.0	1	0.9	1.1

Слика Ѓ.14. Изглед на работниот лист *jazli*

Јазел	U^{nom} (kV)	IPV	P (MW)	Q (Mvar)	U^{max} (pu)	P^{min} (MW)	P^{max} (MW)	Q^{min} (Mvar)	Q^{max} (Mvar)	Вклучен
1 Вруток 110	113	1	100.0	0.0	1.0273	0	150	0	100	1
2 ТЕТО Исток	114	13	165.0	0.0	1.0364	100	180	0	65	1
3 ХЕ Козјак	116	16	80.0	0.0	1.0545	0	85	0	67	1
4 ТЕ Ослемеј	116	17	100.0	0.0	1.0545	80	120	0	22	1
5 ХЕ Шпилје	115	20	52.7	0.0	1.0455	0	80	0	42	1

Слика Ѓ.15. Изглед на работниот лист *generatori*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
		Почетен јазел	Краен јазел	Тип	L (km)	IP	IQ	R (pu)	X (pu)	B (pu)	m (pu)	S _{max} (MVA)	Вклучена	
1														
2	1	Вруток 110	Попог	V102	13.50	1	4	0.013277	0.045632	0.004525	1.0000	123	1	
3	2	Попог	Тетово 2	V102	15.00	4	5	0.014752	0.050702	0.005028	1.0000	123	1	
4	3	Тетово 2	Тетово 1	V102	2.50	5	6	0.002459	0.008450	0.000838	1.0000	123	1	
5	4	Тетово 1	Тетово 1	V102	20.50	6	7	0.020161	0.069293	0.006871	1.0000	123	1	
6	5	Тетово 1	Тетово 1	V102	8.00	7	8	0.007868	0.027041	0.002681	1.0000	123	1	
7	6	Вруток 110	Тетово 1	V102	31.80	1	6	0.031274	0.107489	0.010658	1.0000	123	1	
8	7	Вруток 110	Гостивар	V102	8.00	1	9	0.007868	0.027041	0.002681	1.0000	123	1	
9	8	Гостивар	Југохром	V102	36.30	9	8	0.035700	0.122700	0.012167	1.0000	123	1	
10	9	Гостивар	ТЕ Ослемеј	V102	37.00	9	17	0.036388	0.125066	0.012401	1.0000	123	1	
11	10	ТЕ Ослемеј	Кичево	V102	15.00	17	19	0.014752	0.050702	0.005028	1.0000	123	1	
12	11	ТЕ Ослемеј	Самоков	V102	17.50	17	18	0.017211	0.059153	0.005885	1.0000	123	1	
13	12	Самоков	Скопје 3	V102	47.60	18	15	0.046813	0.160896	0.015954	1.0000	123	1	
14	13	Југохром	Скопје 3	V102	41.50	8	15	0.040814	0.140277	0.013910	1.0000	123	1	
15	14	Југохром	Скопје 1 110	V102	44.50	8	10	0.043764	0.150417	0.014915	1.0000	123	1	
16	15	Скопје 1 110	Г. Петров	V102	11.10	10	14	0.010917	0.037520	0.003720	1.0000	123	1	
17	16	Г. Петров	Скопје 3	V102	20.80	14	15	0.020456	0.070307	0.006972	1.0000	123	1	
18	17	Скопје 3	ХЕ Козјак	V102	30.00	15	16	0.029504	0.101405	0.010055	1.0000	123	1	
19	18	Скопје 1 110	В. Главинев	V102	1.90	10	11	0.001869	0.006422	0.000637	1.0000	123	1	
20	19	Скопје 1 110	Г. Баба	V102	4.90	10	12	0.004819	0.016563	0.001642	1.0000	123	1	
21	20	В. Главинев	Г. Баба	V102	4.00	11	12	0.003934	0.013521	0.001341	1.0000	123	1	
22	21	ТЕТО Исток	Г. Баба	V123	4.00	13	12	0.001322	0.006083	0.002996	1.0000	309	1	
23	22	ХЕ Шпиље	Вруток 110	V102	28.00	20	1	0.027537	0.094645	0.009385	1.0000	123	1	
24	23	Вруток 220	Скопје 1 220	V203	65.20	2	3	0.010777	0.056579	0.085203	1.0000	309	1	
25	24	Вруток 220	Вруток 110	TR150	0.00	2	1	0.001034	0.080850	0.000000	1.0000	150	1	
26	25	Скопје 1 220	Скопје 1 110	TR450	0.00	3	10	0.000345	0.036750	0.000000	1.0000	450	1	

Слика Ѓ.16. Изглед на работниот лист granki

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
		Име	U _n (kV)	Z _b (Ω)	r (Ω/km)	x (Ω/km)	b (μS/km)	S _{max} (MVA)	r (pu/km)	x (pu/km)	b (pu/km)
1											
2	1	V102	110	121	0.119	0.409	2.770	123	0.000983	0.003380	0.000335
3	2	V123	110	121	0.040	0.184	6.190	309	0.000331	0.001521	0.000749
4	3	V203	220	484	0.080	0.420	2.700	309	0.000165	0.000868	0.001307
5											
6											
7											

Слика Ѓ.17. Изглед на работниот лист TipskiV

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
		Име	U _{1n} (kV)	U _{2n} (kV)	S _n (MVA)	u _k (%)	ΔP _{Cu} (kW)	Δm (%)	R (pu)	Z (pu)	X (pu)	
1												
2	1	TR150	231	115.5	150.0	11.0	211.0	1.25	0.001034	0.080850	0.080843	
3	2	TR450	231	115.5	450.0	15.0	633.0	1.25	0.000345	0.036750	0.036748	
4												
5												
6												
7												

Слика Ѓ.18. Изглед на работниот лист TipskiT

Ѓ.8 Примери за пресметка на напони и текови на моќности

Во текстот што следува се дадени повеќе примери при што во секоја од нив е разгледуван по еден карактеристичен проблем од тест мрежата. Проблемите се делумно решени со помош на програмата asrf, при што напишаните кодови во MATLAB треба да послужат како пример за целосно решавање на проблемите.

Пример Ѓ.6. Основна состојба на тест системот – работа на системот со различни коефициенти на трансформација на енергетските трансформатори.

Да се пресметаат приликите во системот за разни вредности на коефициентот на трансформација на трансформаторот во постројката кај хидроцентралата Вруток, којшто ги поврзува јазлите „Вруток 220“ и „Вруток 110“. Позицијата на преклопката на високонпонската страна од овој трансформатор може да се менува земајќи вредностите од следното множество:

$$\alpha_1 \in \{-10\%, -5\%, 0\%, 5\%, 10\%\},$$

додека позицијата на преклопката на трансформаторите, инсталирани во трансформаторската станица „Скопје 1“, е фиксна и изнесува $\alpha_2 = -1, 25\%$.

Да се обрати внимание на напонските прилики во делот 220 kV од мрежата, на производството на реактивна моќност на „ТЕТО Исток“ и на „ХЕ Вруток“ (балансниот јазел), како и на тековите на реактивната моќност во неа. Резултатите од пресметките да се прикажат во следната табела.

Табела П.Ѓ.6.1. Напони во системот при различни коефициенти на трансформација во Вруток

α_1	Напони		ХЕ Вруток		ТЕТО Исток		вод 220 kV		Загуби	
	U_2 (kV)	U_3 (kV)	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar
-10%	236, 7	228, 8								
-5%	231, 1	226, 2								
0%	225, 0	223, 4								
5%	218, 3	220, 3								
10%	211, 1	217, 0								

Решение

programi/nr/sz_1.m

```

1 ees = sz; ees.granki(25,6) = 1 - 1.25/100;
2 a = -10:5:10; n = length(a);
3 U = zeros(n,2);
4 for i = 1:n
5     ees.granki(24,6) = 1 - a(i)/100;
6     ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
7     U(i,:) = ees.jazli(2:3,12)';
8 end

```



Пример Ѓ.7. Основна состојба на тест системот и состојби по 5 и 10 години.

Да се пресметаат приликите во тест системот за основната состојба, а потоа и со зголемени оптоварувања по 5 и 10 години. При тоа да се смета дека годишната стапка на пораст на моќноста изнесува $p = 3,5\%$ при што со еднаква стапка се зголемуваат и активните и реактивните моќности на сите потрошувачи. Според тоа, активната и реактивната моќност на потрошувачот во јазелот i можат да се пресметаат според изразите:

$$P_{Pi}^g = k \cdot P_{Pi},$$

$$Q_{Pi}^g = k \cdot Q_{Pi},$$

каде што P_{Pi}^g и Q_{Pi}^g се активната и реактивната моќност на потрошувачот во јазелот i во годината g , додека P_{Pi} и Q_{Pi} се активната и реактивната моќност на истиот потрошувач во основната состојба ($g = 0$). За коефициентот k важи:

$$k = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^g.$$

Трансформаторот во хидроцентралата Вруток работи со преносен однос $\alpha_1 = 5\%$, додека трансформаторите во трансформаторската станица Скопје 1 работат со преносен однос $\alpha_2 = -1,25\%$.

Резултатите од пресметките да се сместат во табелата П.Ѓ.7.1 и тоа привидните моќности S_j , ($j = 1, 2, \dots, 9$) и ефективните вредности на напоните U_j , ($j = 4, 5, \dots, 9$) за основната состоја и 5 и 10 години потоа, при што индексите на јазлите се според табелата Ѓ.1, а индексите на водовите се според табелата Ѓ.3.

Пресметките на состојбата во тест системот по 5 и 10 години треба да се изврши со цел да се утврди до која година мрежата ќе биде способна да ја пренесува бараната моќност. Критериуми за адекватност на мрежата

Табела П.Ѓ.7.1. Прилики во тест системот во основна состојба и по 5 и 10 години

Состојба	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
основна	58	43	25	12	6	47	36	40	48						
по 5 години	76	57	36	27	19	63	72	57	38						
по 10 години	97	75	50	45	35	81	117	78	32						

и за прифатливост на режимот на работа во нормални услови (состојба во системот без испаднати елементи) се следниве:

1. напоните во сите јазли да бидат во границите $U_n \pm 10\%$,
2. оптоварување на секој од водовите да биде до 80% од неговата термичка граница,
3. оптоварувањето на секој од трансформаторите да биде до 100% од неговата номинална моќност.

Решение

programi/nr/sz_2.m

```

1 ees = sz;
2 ees.granki(24:25,6) = [1 + 5/100; 1 - 1.25/100];
3 g = 2005:5:2015; n = length(g);
4 k = (1 + 3.5/100).^(g - 2005);
5 S = zeros(n,9);
6 for i = 1:n
7     ees_g = ees;
8     ees_g.jazli(:,4:5) = k(i) * ees_g.jazli(:,4:5);
9     ees_g = acpf(ees_g,1e-8,20,false);
10    S(i,:) = (ees_g.granki(1:9,13)/100 .* ees_g.granki(1:9,7))';
11 end

```

□ □ □

Пример Ѓ.8. Основна состојба на тест системот – работа на мрежата со единични испади на водови 110 kV

Да се пресметаат приликите во тест системот при испад на еден од водовите со номинален напон од 110 kV во полошкиот регион и да се пополни табелата П.Ѓ.8.1, а потоа врз основа на добиените резултати да се утврди дали е мрежата соодветна и за состојбите со испаднат еден од водовите.

Критериумите за прифатливост на режимот на работа во системот во случај на „хавариска состојба“ (состојба со еден испаднат елемент) се следните:

1. напоните во сите јазли да бидат во границите $U_n \pm 10\%$,

Табела П.Ѓ.8.1. Дел од резултатите за приликите во тест системот за случај на единични испади на водови 110 kV

Испад. вод	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
1	0	14	32	13	21	86	52	53	45	106	107	107	108	109	112
2	14	0	17	8	15	76	48	50	46	113	108	108	109	109	112
3	32	17	0	5	9	65	44	46	46	112	111	109	109	109	112
4	53	38	20	0	9	42	45	48	46	111	110	110	109	109	112
5	57	42	25	9	0	46	40	43	47	111	110	110	109	110	112
6	90	74	55	9	16	0	49	51	46	110	108	108	108	109	112
7	69	54	36	33	26	58	0	16	60	111	110	110	109	109	111
8	70	54	37	33	25	59	5	0	39	111	109	109	108	108	113
9	55	40	22	5	5	44	68	25	0	111	110	110	109	109	112

2. оптоварување на секој од водовите да биде до 100% од неговата термичка граница,
3. оптоварувањето на секој од трансформаторите да не биде поголемо од 120% од неговата номинална моќност.

Решение

programi/nr/sz_3.m

```

1 ees = sz;
2 S = zeros(9,9); U = zeros(9,6);
3 for i = 1:9
4     ees.granki(:,8) = 1;
5     ees.granki(i,8) = 0;
6     ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
7     S(i,:) = (ees.granki(1:9,13)/100 .* ees.granki(1:9,7))';
8     U(i,:) = ees.jazli(4:9,12)';
9 end

```

□ □ □

Пример Ѓ.9. Основна состојба на тест системот – работа на мрежата со единични испади на водови 110 kV во услови кога ХЕ Козјак не работи

Хидроцентралата Којзак, поради ограниченото количество вода, ќе работи само 2-3 часа преку денот со својата максимална моќност од 80 MW. Во преостанатиот дел од времето таа ќе биде исклучена од мрежата. Затоа е многу веројатно некогаш да дојде и до коинциденција на нејзиното неработење со испад на некој од водовите на ЕЕС, па е потребно да се оцени состојбата во системот и за таквиот случај на комбиниран испад. Значи, овде ќе треба да се повторат пресметките од

примерот Ѓ.8 со испади на водови 110 kV од полошкиот регион, но во случај кога ХЕ Козјак не е во погон.

Резултатите од пресметките да се сместат во табелата П.Ѓ.9.1. При тоа да се означат (на пример со болд знаци) критичните случаи кога некој од техничките критериуми за прифатливост на режимот не е исполнет, а критериумите се како во примерот Ѓ.8.

Табела П.Ѓ.9.1. Прилики тест системот за случај на единични испади на водови 110 kV (ХЕ Козјак е исклучена)

Испад. вод	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
1	0	14	32	13	14	103	89	72	32	106	106	107	107	108	112
2	14	0	17	15	12	93	86	69	33	113	107	107	108	108	112
3	32	17	0	20	13	81	81	65	33	112	111	108	108	108	112
4	53	38	20	0	9	42	94	76	32	111	110	110	108	108	112
5	57	42	25	9	0	46	88	71	32	111	110	110	109	109	112
6	107	90	70	15	12	0	86	70	33	110	107	107	108	108	112
7	90	74	57	75	67	78	0	16	55	111	109	109	108	108	110
8	85	69	51	62	53	73	27	0	24	111	109	109	107	107	113
9	66	51	33	27	18	55	91	47	0	111	109	109	109	109	112

Решение

programi/nr/sz_4.m

```

1 ees = sz;
2 ees.generatori(3,9) = 0;
3 S = zeros(9,9); U = zeros(9,6);
4 for i = 1:9
5     ees.granki(:,8) = 1;
6     ees.granki(i,8) = 0;
7     ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
8     S(i,:) = (ees.granki(1:9,13)/100 .* ees.granki(1:9,7))';
9     U(i,:) = ees.jazli(4:9,12)';
10 end

```



Пример Ѓ.10. Основна состојба во тест системот – работа на мрежата со зголемена потрошувачка на Југохром

Под претпоставката дека во основната состојба Југохром двојно ќе ја зголеми ангажираната моќност, на вредноста $(170 + j40)$ MVA, да се пресмета состојбата во ЕЕС за нормални услови на работа (состојба без испаднати елементи) како и состојбите со единични испади на водови 110 kV, според табелата П.Ѓ.10.1. Резултатите од пресметките да се внесат во табелата П.Ѓ.10.1.

Табела П.Ѓ.10.1. Прилики во тест системот за случај на единични испади на водови 110 kV (Југохром работи со моќност $(170 + j40)$ MVA)

Испад. вод	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
–	76	60	42	44	35	64	75	73	43	111	109	109	108	107	112
5	57	42	25	9	0	46	101	93	40	111	110	110	109	107	112
7	98	82	64	87	78	86	0	23	68	111	108	108	107	106	109
8	96	80	61	82	72	84	18	0	28	110	108	108	105	105	113
9	73	57	39	37	28	61	102	58	0	111	109	109	107	107	111
13	81	65	47	53	43	69	77	84	52	111	109	108	107	106	112
14	82	66	48	55	45	71	85	85	46	111	108	108	106	105	112

Решение

programi/nr/sz_5.m

```

1 ees = sz;
2 ees.jazli(8,4:5) = [170 40];
3 v = [5 7 8 9 13 14]; n = length(v);
4 S = zeros(n+1,9); U = zeros(n+1,6);
5 for i = 0:n
6     ees.granki(:,8) = 1;
7     if i > 0
8         ees.granki(v(i),8) = 0;
9     end
10    ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
11    S(i+1,:) = (ees.granki(1:9,13)/100 .* ees.granki(1:9,7))';
12    U(i+1,:) = ees.jazli(4:9,12)';
13 end

```



Пример Ѓ.11. Состојба во тест системот – инсталирање редна компензација во водот „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“.

Од тековите на моќности во нормалните работни режими заклучуваме дека водот „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“ пренесува моќност којашто е многу помала од неговата најголема дозволена преносна моќ и како такв е сосема малку искористен. Тоа главно се должи на фактот што делот 220 kV од контурата формирана од овој вод, трансформаторот 220/110 во Вруток, трите трансформатори во Скопје и соодветните водови 110 kV има голема реактанција, така што поголемиот дел од активна моќност се пренесува преку водовите 110 kV.

Проблемот со неповолната распределба на моќностите и слабата оптовареност на водот „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“ може да е ублажи со примена на редна компензација на неговата реактанција. Редната компензација се врши со поставување на кондензаторски батерии (во сите

три фази) редно на водот чијашто реактанција треба да се компензира. Реактанцијата X_C на кондензаторската батерија се избира така што по големина таа да биде од 50 до 100% од реактанцијата на самиот вод, т. е. $X_C = -(0,5 \div 1) \cdot X_{\text{вод}}$.

Во конкретниот случај, за да се оцени какви ефекти од аспект на прераспределба на тековите на активни и реактивни моќности и намалувањето на вкупните загуби ΔP_Σ во ЕЕС би се постигнале со инсталирањето на редната кондензаторска батерија е потребно да се анализира состојбата со распределбата на моќности и загуби во ЕЕС кога е $X_C = -(0,5 \div 1) \cdot X_{\text{вод}}$. Реактанцијата на водот, како што може да се види од sz.xlsx, изнесува $X_{\text{вод}} = 27,4 \Omega$.

Самото вметнување на батеријата во мрежата може да се симулира со следните измени во влезната датотека или со измени на структурата ees која е прочитана од неа:

1. Се воведува нов јазел со реден број 21 којшто ќе биде средна точка помеѓу јазелот „Вруток 220“ и почетокот на водот.
2. Се воведува нов елемент во мрежата помеѓу стариот јазел „Вруток 220“ (реден број 2) и новиот јазел со реден број 21. Новиот елемент го допишуваме на крајот од матрицата ees.granki и неговата реактанција треба да изнесува: а) $-13,7 \Omega$ (50% од $X_{\text{вод}}$); б) $-20,5 \Omega$ (75% од $X_{\text{вод}}$) и в) $-27,4 \Omega$ (100% од $X_{\text{вод}}$). Вредностите на реактанцијата на кондензаторската батерија треба да се поделат со базната импеданција која изнесува 484Ω и во единични вредности, со негативен знак (поради капацитивниот карактер на реактанцијата), треба да се внесат во колоната 4. Така на пример, во првиот случај треба да се внесе $-13,7/484 = -0,028306$. За останатите параметри на елементот се внесува: $R = 0, B = 0, m = 1$ и $S^{\text{max}} = 309 \text{ MVA}$.
3. Водот „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“ треба да се „пренасочи“ така што тој сега ќе ги поврзува јазлите 21 и 3 („Скопје 1 220“). Тоа може да се постигне така што првата колона од 23 редица во матрицата ees.granki ќе се напише 21 наместо 2 („Вруток 220“).

Врз основа на ваквата анализа да се оцени колкави се активната и реактивната моќност низ водот „Вруток 220“ - „Скопје 1 220“ и за колку се намалуваат загубите на моќност во системот за разни вредности на реактанцијата X_C . Резултатите од пресметките да се сместат во табелата П.Ѓ.11.1.

Покрај тоа во табелата П.Ѓ.11.2 да се внесат оптовареностите на гранките во проценти во зависност од големината на X_C . Што се забележува од резултатите, на каков начин се прераспределуваат моќностите во системот?

Табела П.Ѓ.11.1. Зависност на тековите на моќности и на загубите во системот од реактанцијата X_C

	Без X_C	50% од $X_{\text{вод}}$	75% од $X_{\text{вод}}$	100% од $X_{\text{вод}}$
P_{23} (MW)	16, 257	17, 748	18, 592	19, 533
Q_{23} (Mvar)	-1, 553	-1, 934	-2, 190	-2, 516
ΔP_{Σ} (MW)	7, 715	7, 698	7, 690	7, 682
ΔQ_{Σ} (Mvar)	2, 721	2, 642	2, 598	2, 550

Табела П.Ѓ.11.2. Привидна оптовареност на гранките на мрежата во зависност од реактанцијата X_C

Гранка	Без X_C	50% од $X_{\text{вод}}$	75% од $X_{\text{вод}}$	100% од $X_{\text{вод}}$
1	47, 7	47, 5	47, 4	47, 2
2	35, 4	35, 2	35, 1	34, 9
3	21, 1	20, 8	20, 7	20, 6
4	10, 0	9, 5	9, 2	8, 9
5	4, 5	4, 1	3, 8	3, 6
6	38, 8	38, 6	38, 5	38, 4
7	30, 3	29, 7	29, 3	28, 9
8	33, 2	32, 8	32, 6	32, 3
9	38, 5	38, 7	38, 9	39, 0
10	16, 0	16, 0	16, 0	16, 0
11	31, 7	31, 4	31, 3	31, 1
12	28, 2	28, 0	27, 8	27, 7
13	17, 3	17, 6	17, 7	17, 9
14	19, 3	19, 8	20, 0	20, 3
15	30, 6	30, 9	31, 1	31, 4
16	11, 9	11, 3	11, 0	10, 6
17	68, 1	68, 1	68, 1	68, 1
18	13, 7	13, 7	13, 7	13, 8
19	54, 5	54, 5	54, 5	54, 5
20	60, 3	60, 3	60, 3	60, 4
21	58, 8	58, 8	58, 8	58, 8

22	43, 1	43, 1	43, 1	43, 1
23	5, 8	6, 1	6, 4	6, 6
24	10, 9	11, 9	12, 5	13, 1
25	4, 0	4, 2	4, 4	4, 5

Решение

programi/nr/sz_6.m

```

1 P = zeros(1,4); Q = P; DP = P; DQ = P;
2 S = zeros(25,4);
3
4 ees = sz;
5 ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
6 P(1) = ees.granki(23,9); Q(1) = ees.granki(23,10);
7 DP(1) = real(ees.dS); DQ(1) = imag(ees.dS);
8 S(:,1) = ees.granki(1:25,13);
9
10 ees = sz;
11 ees.jazli(21,:) = [21 1 220 0 0 0 1 0.9 1.1];
12 ees.granki(23,1) = 21;
13 ees.granki(26,:) = [2 21 0 -13.7/484 0 1 309 1];
14 X = [13.7 20.5 27.4];
15 for i = 1:3
16     ees.granki(26,4) = -X(i)/484;
17     ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
18     P(i+1) = ees.granki(23,9); Q(i+1) = ees.granki(23,10);
19     DP(i+1) = real(ees.dS); DQ(i+1) = imag(ees.dS);
20     S(:,i+1) = ees.granki(1:25,13);
21 end

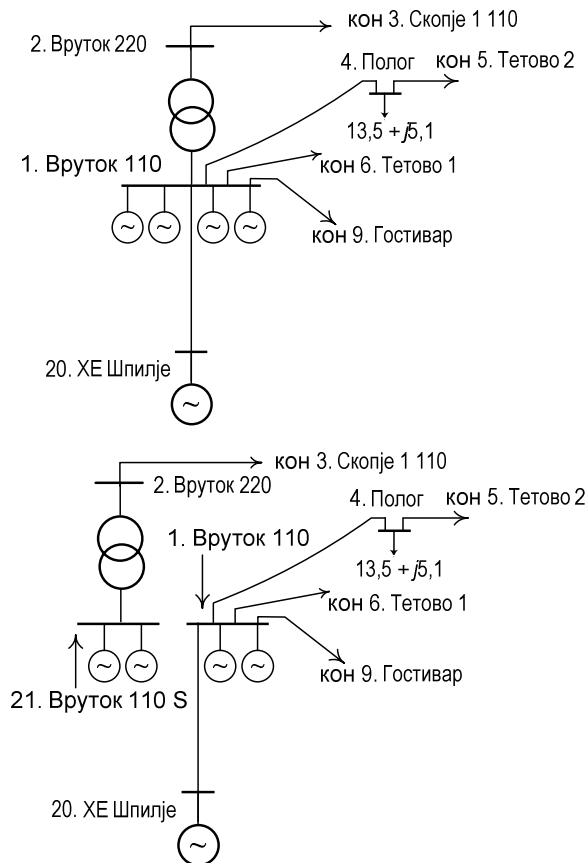
```

□ □ □

Пример Ѓ.12. Состојба во тест системот – собирниците во јазелот „Вруток 110“ работат секционирани

Поволна распределба на тековите на моќности во делот од тест системот, особено на потегот 220 kV Вруток – Скопје 1, може да се постигне и на друг начин – со поделба (секционирање) на собирници 110 kV во трансформаторската станица Вруток 110, според сликата П.Ѓ.12.1. Значи два од четирите постојни агрегати во ХЕЦ Вруток се одделуваат од групата и ќе инјектираат моќност од 80 MW директно во одделените собирници „Вруток 110 S“ (јазел број 21) и ќе го одржуваат напонот на вредност од 113 kV. Понатаму моќноста преку трансформаторот во Вруток и преку водот 220 kV Вруток 220 – Скопје 1 220 се пласира во скопскиот потрошувачки регион. Преостанатите два агрегата во Вруток, заедно со агрегатите на локалните и останатите

електрани, остануваат приклучени како и дотогаш на постојните собирници Вруток 110, што и понатаму ќе бидат балансен јазел. Тие значи, ќе ја надополнуваат сета моќност што се бара од балансниот јазел.



Слика П.Ѓ.12.1. Работа со секционирани собирници во постројката во „Вруток 110“

За тоа да се постигне треба да се додаде нов јазел „Вруток 110 S“ (јазел број 21), како и нов извор во истиот тој јазел (промени во матриците `ees.jazli` и `ees.generatori`). При тоа, треба да се води сметка дека новиот јазел 21 треба да биде од типот PV. Промени треба да се направат и во матрицата `ees.granki` со тоа што трансформаторот во Вруток треба да биде поврзан со јазлите „Вруток 220“ и „Вруток 110 S“ (јазли 2 и 21), наместо со јазлите „Вруток 220“ и „Вруток 110“ (јазли 2 и 1) како што е во оригиналната верзија на мрежата.

Во рамките на овој пример треба да се оцени какви ефекти треба да се очекуваат во нормален режим но и во хавариски режими со

испаднат еден вод 110 kV од полошкиот регион врз распределбата на моќности и врз степенот на оптовареност на одделните водови, особено оние водови што се нормално силно оптоварени. Резултатите од пресметките треба да се сместат во табелата П.Ѓ.12.1.

Табела П.Ѓ.12.1. Прилики во делот од тест системот во нормален режим и во случаи со единични испади на некои водови 110 kV (собириците Вруток 110 работат секционирани)

Испад.	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
вод	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
–	48	33	16	14	21	38	22	23	61	111	110	110	110	110	112
1	0	14	32	27	35	71	26	34	58	107	107	107	108	109	112
2	14	0	17	22	30	60	24	30	59	113	108	108	109	109	112
3	32	17	0	17	25	48	23	27	60	112	111	109	109	109	112
4	53	38	20	0	9	42	30	21	64	111	110	110	109	109	112
5	57	42	25	9	0	46	35	20	65	111	110	110	109	110	112
6	74	58	40	23	32	0	25	31	59	110	108	108	108	109	112
7	49	34	17	17	23	38	0	19	64	111	110	110	109	109	111
8	55	40	23	11	12	44	16	0	55	111	109	109	108	108	113
9	42	28	15	38	44	32	46	29	0	111	110	110	109	109	112

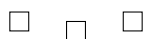
Решение

programi/nr/sz_7.m

```

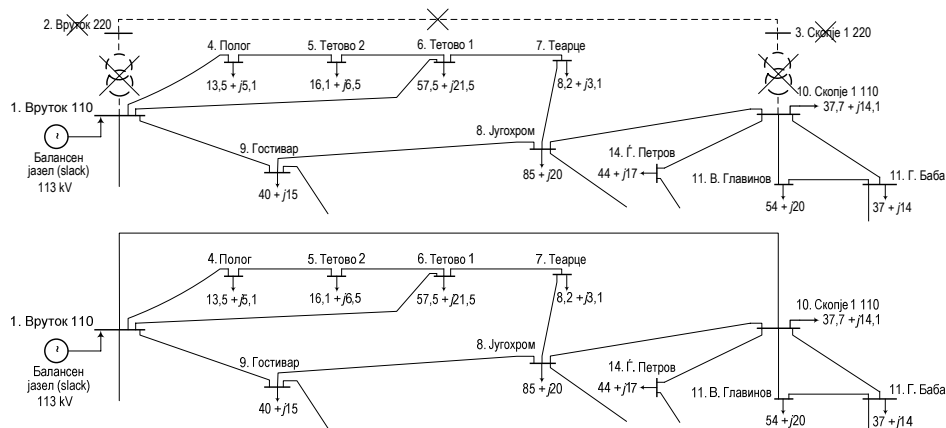
1 ees = sz;
2 ees.jazli(21,:) = [21 2 110 0 0 0 1 0.9 1.1];
3 ees.granki(24,2) = 21;
4 ees.generatori(6,:) = [21 80 0 113/110 0 150 0 100 1];
5 S = zeros(10,9); U = zeros(10,6);
6 for i = 0:9
7     ees.granki(:,8) = 1;
8     if i > 0
9         ees.granki(i,8) = 0;
10    end
11    ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
12    S(i+1,:) = (ees.granki(1:9,13)/100 .* ees.granki(1:9,7))';
13    U(i+1,:) = ees.jazli(4:9,12)';
14 end

```



Пример Ѓ.13. Состојба во тест системот – водот „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“ работи на ниво 110 kV

Учеството на постојниот вод 220 kV „Вруток 220“, - „Скопје 1 220“ во преносот може да се зголеми на неколку начини. Еден од начините за кој одамна се размислувало е тој вод да се користи како директна врска 110 kV помеѓу собирниците „Вруток 110“ и „Скопје 1 110“. Со оваа измена мрежата 220 kV би престанала да постои (слика П.Ѓ.13.1).



Слика П.Ѓ.13.1. Случај кога вод 220 kV „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“ работи под напон од 110 kV

За да се симулира ваквиот режим на работа, во редицата 23, во матрицата еес .granki крајните јазли на водот „Вруток 220“ - „Скопје 1 220“ да се променат во „Вруток 110“ - „Скопје 1 110“ (јазли 1 и 10). Покрај тоа, поради промена на напонското ниво, параметрите R и X треба да се помножат со 484/121, а параметарот B да се помножи со 121/484.

Да се определат приликите во системот за случај кога постојниот вод 220 kV би работел под напон 110 kV. Дали со овој зафат се намалуваат загубите на активна моќност и енергија во системот. Испитувањата да се направат за нормален режим (режим без испаднати елементи) и за режимите со единични испади и резултатите да се внесат во табелата П.Ѓ.13.1. Резултатите од пресметките да се споредат со резултатите од примерот Ѓ.6 коишто се однесуваат на основната состојба во тест системот.

Табела П.Ѓ.13.1. Прилики во тест системот за случај на единични испади на водовите 110 kV кога постојниот далновод 220 kV работи под напон од 110 kV

Испад.	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
вод	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
–	59	44	26	13	6	48	39	42	47	111	110	110	110	110	112
1	0	14	32	13	20	87	54	55	45	106	107	107	108	109	112
2	14	0	17	8	15	77	50	51	45	113	108	108	108	109	112
3	32	17	0	6	8	66	46	48	46	112	111	109	109	109	112
4	53	38	20	0	9	42	48	49	45	111	110	110	109	109	112
5	57	42	25	9	0	46	42	44	46	111	110	110	109	110	112
6	91	75	56	9	16	0	51	52	45	110	108	108	108	109	112
7	71	56	38	37	30	60	0	15	60	111	110	109	109	109	111
8	71	56	38	36	27	60	6	0	38	111	109	109	108	108	113
9	55	40	22	5	5	44	68	25	0	111	110	110	109	109	112

Решение

programi/nr/sz_8.m

```

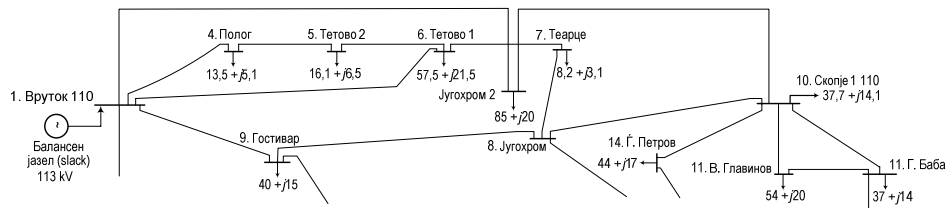
1 ees = sz;
2 ees.granki(23,1:2) = [1 10];
3 ees.granki(23,3:4) = 484/121 * ees.granki(23,3:4);
4 ees.granki(23,5) = 121/484 * ees.granki(23,5);
5 S = zeros(10,9); U = zeros(10,6);
6 for i = 0:9
7     ees.granki(:,8) = 1;
8     if i > 0
9         ees.granki(i,8) = 0;
10    end
11    ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
12    S(i+1,:) = (ees.granki(1:9,13)/100 .* ees.granki(1:9,7))';
13    U(i+1,:) = ees.jazli(4:9,12)';
14 end

```

□ □ □

Пример Ѓ.14. Состојба во тест системот – водот 220 kV Вруток 220 – Скопје 1 220 работи на ниво 110 kV. Водот е поделен на две секции. Југохром се напојува преку тој вод.

Уште еден начин за зголемување на преносот на моќност преку водот „Вруток 220“ – „Скопје 1 220“ покрај тоа што тој ќе се користи на напон од 110 kV е тој да се подели на два дела. Така што од местото на поделба ќе се направи двоен вод до постројката Југохром како што е тоа прикажано на сликата П.Ѓ.14.1.



Слика П.Ѓ.14.1. Случај кога водот 220 kV „Вруток 220“ - „Скопје 1 220“ работи под напон 110 kV и Југохром се напојува директно од него

Во овој случај, во матрицата $e_{es.jazli}$ треба да се додаде нов јазел „Југохром 2“ (јазел 21) каде што ќе има потрошувач со моќност од $(85 + j20)$ MVA, но во јазелот Југохром (јазел 8) моќностите на потрошувачот треба да бидат еднакви на нула. Потоа, во матрицата $e_{es.graphi}$, водот „Вруток 110“ - „Скопје 1 110“ треба да се замени со два вода „Вруток 110“ - „Југохром 2“ (јазли 1 и 21) и „Југохром 2“ - „Скопје 1 110“ (јазли 21 и 10) при што и двата вода ќе бидат долги по 35 km. Бидејќи водот „Вруток 110“ - „Скопје 1 110“ е долг 65,2 km, водејќи сметка и за промената на напонското ниво, за параметрите на новите водови ќе важи: параметрите R и X треба да се помножат со $35/65,2 \cdot 484/121$, а параметарот B да се помножи со $35/65,2 \cdot 121/484$.

Резултатите од пресметките да се сместат во табелата П.Ѓ.14.1 и да се споредат со резултатите од примерот Ѓ.6 коишто се однесуваат на основната состојба на тест системот.

Табела П.Ѓ.14.1. Прилики во тест системот за случај на единични испади на водови 110 kV кога потрошувачот Југохром се напојува преку постојниот далновод 220 kV кој работи под напон од 110 kV

Испад.	Моќности на водовите (MVA)									Напони на јазлите (kV)					
вод	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉	U ₄	U ₅	U ₆	U ₇	U ₈	U ₉
–	46	31	13	13	22	35	12	16	49	112	111	111	111	112	113
1	0	14	32	31	40	64	21	25	48	108	108	108	110	111	113
2	14	0	17	25	34	55	18	22	48	113	109	109	110	111	113
3	32	17	0	19	27	44	14	19	49	112	111	110	111	111	113
4	53	38	20	0	9	42	7	10	50	111	110	110	112	112	113
5	57	42	25	9	0	46	8	5	51	111	110	110	109	112	113
6	68	53	35	27	36	0	19	23	48	111	109	109	110	111	113
7	48	33	16	10	18	37	0	9	53	112	111	110	111	111	112
8	50	35	17	7	15	39	6	0	46	112	110	110	111	111	113
9	43	28	11	20	29	32	44	7	0	112	110	110	111	111	112

Решение

programi/nr/sz_9.m

```
1 ees = sz;
2 ees.jazli(21,:) = [21 1 110 85 20 0 1 0.9 1.1];
3 ees.jazli(8,4:5) = [0 0];
4 ees.granki(23,8) = 0;
5 ees.granki(26,:) = [ 1 21 0 0 0 1 309 1];
6 ees.granki(27,:) = [21 10 0 0 0 1 309 1];
7 ees.granki(26,3:4) = 35/65.2 * 484/121 * ees.granki(23,3:4);
8 ees.granki(26,5) = 35/65.2 * 121/484 * ees.granki(23,5);
9 ees.granki(27,3:5) = ees.granki(26,3:5);
10 S = zeros(10,9); U = zeros(10,6);
11 for i = 0:9
12     ees.granki(:,8) = 1;
13     if i > 0
14         ees.granki(i,8) = 0;
15     end
16     ees = acpf(ees,1e-8,20,false);
17     S(i+1,:) = (ees.granki(1:9,13)/100 .* ees.granki(1:9,7))';
18     U(i+1,:) = ees.jazli(4:9,12)';
19 end
```

□ □ □

Е

КУС ВОВЕД ВО КОРИСТЕЊЕ НА MATLAB

MATLAB е кратенка од „MATrix LABoratory“ (лабораторија за матрици) и тој претставува интерпретерски програмски јазик наменет за нумеричка анализа на широк спектар проблеми. Неговата развојна околина содржи голем број функции за решавање на линеарни и нелинеарни системи равенки, диференцирање и интегрирање, системи диференцијални равенки, оптимизација на функции со повеќе променливи, статистика, интерполација итн. Освен тоа, тој има интерфејси кон други програмски јазици и функционира на голем дел од современите оперативни системи вклучувајќи: Windows, Mac OS и Linux. Поради тоа MATLAB има примена во сите области на: инженерството, природните науки, економијата и на други места.

MATLAB е слабо типизиран (weakly typed) програмски јазик што значи дека во него нема строга дефиниција на типовите на податоци. Тоа значи дека програмите можеме да ги пишуваме без посебни декларации на променливите при што не треба да дефинираме ниту тип на променлива ниту нејзини димензии. Тоа овозможува брзо пишување на програми со кои сакаме да провериме некоја идеја и да дојдеме до брзи резултати и заклучоци. Читателите кои програмирале во некој друг програмски јазик (C, C++, FORTRAN) веднаш ќе ја воочат оваа предност на MATLAB. Иако MATLAB е поспор во споредба со наведените програмски јазици, кога сакаме да решиме некој проблем не треба да го споредуваме само времето потребно за извршување на пресметките, туку и времето потребно да се напише програмата. Пишувањето и тестирањето на програми во MATLAB е далеку поедноставно од C, C++ или FORTRAN.

За проблемите кои се изучуваат во учебникот потребни се софтверски алатки за: решавање определени интеграла, системи линеарни равенки, операции со комплексни броеви и цртање на криви и површини во простор. За сите наведени операции постојат функции во MATLAB

кои се едноставни за користење така што неговата примена сама по себе се наметнува. Изборот на MATLAB е направен и поради следните две причини:

- MATLAB е применуван и во други курсеви на студиите по електро-техника и студентите се веќе делумно запознаени со него,
- Програмирањето во MATLAB е практично идентично со програмирањето во GNU Octave, кој е бесплатен и со тоа достапен на секого.

Во програмирањето е многу важно да се усвои критички однос кон резултатите кои се добиени со некоја компјутерска програма. Во секоја програма е можно да има некоја грешка, а уште повеќе е можно да има грешка во влезните податоци кои се потребни за неа. И најдобрата компјутерска програма со погрешни влезни податоци ќе даде погрешно решение. Откривањето на „дефекти“ во добиеното решение е вештина која може да се стекне со долготрајно проучување на проблемите и нивно решавање.

Е.1 Операции со матрици

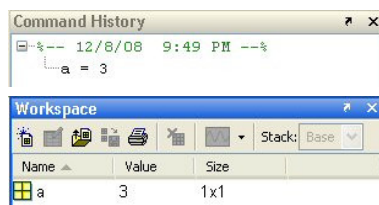
Доколку во командниот прозорец ја напишеме наредбата $a = 3$ и притиснеме Enter ќе го добиеме следниот резултат

```
>> a = 3
a =
     3
```

На таков начин на променливата сме ѝ доделиле вредност 3, при што тоа ни е прикажано во командниот прозорец со изразот

```
a =
     3
```

а истовремено е променета содржината на Command History и на Workspace така што тие сега изгледаат како на сликата Е.1.



Слика Е.1. Изглед на Command History и на Workspace по извршување на една команда

На сликата Е.1 гледаме дека командата $a = 3$ е запишана во историјата со команди, а во работниот простор е меморирана променливата за којашто таму е наведено дека има димензии 1×1 . Тоа е така затоа што во MATLAB сите променливи се третираат како матрици. Во овој случај,

бидејќи внесовме само еден број, програмот сфатил дека сме сакале да внесеме матрица со една редица и една колона.

Доколку истата команда ја напишеме со знакот „;“ на крајот, т. е. доколку напишеме $a = 3$; ќе ги добиеме напoлно истите промени само што во командниот прозорец ништо немаше да ни се испише.

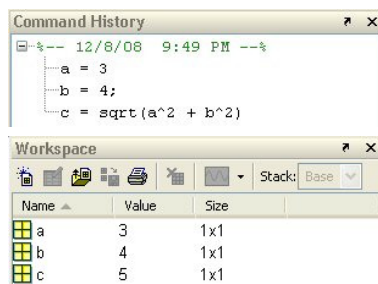
Ако понатаму напишеме две други команди на следниот начин:

```
>> b = 4;  
>> c = sqrt(a^2 + b^2)
```

ќе го добиеме следниот одговор

```
c =  
5
```

Воедно ќе дојде до промена на содржината на Command History и на Workspace така што тие сега ќе изгледаат како на сликата Е.2.



Слика Е.2. Изглед на Command History и на Workspace по извршување на повеќе команди

Со наредбата

```
p = [2 -4 7]
```

го добиваме следниот резултат

```
p =  
2 -4 7
```

со што всушност сме дефинирале променлива **p** којашто е матрица со една редица и три колони.

Доколку сакаме да дефинираме матрица колона **q** тогаш можеме да напишеме:

```
>> q = [  
-1  
2  
9]
```

а до истиот резултат можеме да дојдеме и ако ја напишеме следната наредба

```
>> q = [-1; 2; 9]
```

што значи дека знакот „;“ при внесувањето на матрици означува дека после него треба да започне нова редица.

Дводимензионална матрица **A** можеме да внесеме на еден од следните два начина:

```
>> A = [
    1 3 6
    8 9 2
    0 3 1]
```

или

```
>> A = [1 3 6; 8 9 2; 0 3 1]
```

со што го добиваме следниот, идентичен, резултат

```
A =
     1     3     6
     8     9     2
     0     3     1
```

Множењето на две матрици во MATLAB се изведува на многу едноставен начин, исто како да множиме две обични променливи. На пример, за да ги помножаме веќе дефинираните матрици **A** и **q** можеме да напишеме:

```
>> B = A * q
B =
    59
    28
    15
```

со што го добиваме векторот **B** којшто е производ на матрицата **A** и векторот **q**.

При множењето на матрици треба да водиме сметка нивните димензии да се такви, што ќе овозможат да се изврши нивното множење. На пример, можеме да пресметаме:

```
>> p * q
ans =
    53
```

или пак

```
>> q * p
ans =
    -2     4    -7
     4    -8    14
    18   -36    63
```

но следната операција генерира грешка

```
>> q * A
Error using *
Inner matrix dimensions must agree.
```

затоа што бројот на колони на матрицата **q** не е еднаков со бројот редици на матрицата **A**.

Следната операција

```
>> q' * A
ans =
    15    42     7
```

повторно е изводлива затоа што со наредбата q' правиме транспонирање на матрицата q со што се добива:

```
>> q'
ans =
    -1     2     9
```

При транспонирање на матрици треба да имаме предвид дека ако се работи за матрица со комплексни броеви¹ таа едновременно ќе биде и коњугирана.

```
>> z = [2 + 1j*3; 3 - 1j*2; -2 + 1j*9]
z =
    2.0000 + 3.0000i
    3.0000 - 2.0000i
   -2.0000 + 9.0000i
>> z'
ans =
    2.0000 - 3.0000i    3.0000 + 2.0000i   -2.0000 - 9.0000i
```

Доколку при транспонирањето не сакаме матрицата да биде коњугирана треба да напишеме

```
>> z.'
ans =
    2.0000 + 3.0000i    3.0000 - 2.0000i   -2.0000 + 9.0000i
```

каде што гледаме дека пред знакот за транспонирање имаме напишано точка.

Доколку сакаме да извршиме некоја операција врз секој од елементите на една матрица одделно, пред соодветниот оператор се става знакот точка, како на пример:

```
>> q.^2
ans =
     1
     4
    81

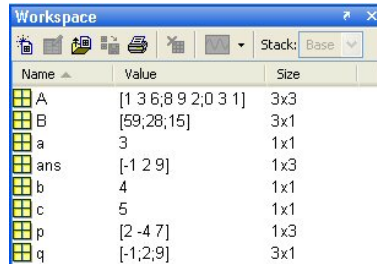
или
>> p' .* q
ans =
    -2
    -8
    63
```

Во последниот случај сме извршиле множење на елемент по елемент од векторите p' и q .

Како што може да се забележи во претходните неколку примери, доколку напишеме наредба во којашто нема променлива од левата страна на наредбата, по којашто следува знакот за еднаквост, а потоа и самата наредба, резултатот се запишува во променливата `ans`.

¹Имагинарната единица во MATLAB може да се напише на повеќе начини. Така на пример, за да го добиеме бројот j^3 можеме да напишеме: `1j*3`, `1i*3`, `3j` или `3i`.

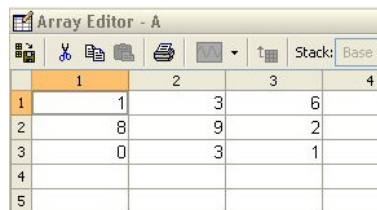
По извршувањето на сите претходни наредби прозорецот со Command History е пополнет со сите нив, додека работниот простор го има изгледот прикажан на сликата Е.3.



Name	Value	Size
A	[1 3 6; 8 9 2; 0 3 1]	3x3
B	[59; 28; 15]	3x1
a	3	1x1
ans	[-1 2 9]	1x3
b	4	1x1
c	5	1x1
p	[2 -4 7]	1x3
q	[-1; 2; 9]	3x1

Слика Е.3. Повеќе променливи во работниот простор

Доколку кликнеме два пати на која било променлива од работниот простор, тогаш ќе ни се отвори нов прозорец во којшто ќе ја видиме содржината на одбраната променлива. Така на пример, ако ја одбереме променливата A, го добиваме изгледот на MATLAB прикажан на сликата Е.4 каде што ја гледаме содржината на променливата A.



	1	2	3	4
1	1	3	6	
2	8	9	2	
3	0	3	1	
4				
5				

Слика Е.4. Содржина на една променлива во MATLAB

Пристапување до одделен елемент на матрица се прави на следниот начин:

```
>> A(1,2)
ans =
    3
```

доколку, пак, сакаме да земеме 2 или повеќе елементи од една редица или колона можеме да напишеме:

```
>> A(1:2,2)
ans =
    3
    9
```

со што сме ги добиле елементите A_{12} и A_{22} . Целата втора колона можеме да ја добиеме ако напишеме:

```
>> A(:,2)
ans =
    3
    9
```

3

додека двоенето на трите колони од матрицата во посебни променливи можеме да го направиме на следниот начин:

```
>> a = A(:,1);
>> b = A(:,2);
>> c = A(:,3);
```

Последните 3 команди можеме да ги напишеме и со една команда како што следува

```
>> [a, b, c] = deal(A(:,1), A(:,2), A(:,3))
```

Доколку имаме вектори со еднакви должини, каков што е случајот со векторите *a*, *b* и *c*, од нив можеме да формираме нова матрица на следниот начин

```
>> C = [c b a b]
```

```
C =
     6     3     1     3
     2     9     8     9
     1     3     0     3
```

На крајот од воведниот дел ќе илустрираме како со досегашното познавање на MATLAB и само уште една едноставна наредба ќе можеме да решиме релативно комплициран математички проблем.

Пример Е.1. Да се одредат сите нули на полиномот

$$P(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24.$$

Решение

Дефинираме матрица **P** со една редица во којашто ќе ги сместиме коефициентите од полиномот. Тоа го правиме со следната наредба:

```
P = [1 -10 35 -50 24];
```

а потоа ги одредуваме нулите на полиномот со помош на наредбата:

```
>> x = roots(P)
```

```
x =
    4.0000
    3.0000
    2.0000
    1.0000
```

со што ја добиваме променливата *x* во којашто е запишан резултатот. Од неа гледаме дека нулите на полиномот се: 4, 3, 2 и 1.

□ □ □

Е.2 Системи линеарни равенки

Познато е дека решението на еден систем линеарни равенки напишан во матричен облик на следниот начин:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b},$$

наједноставно може да се изрази со помош на инверзната матрица на системот како:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b},$$

но таквиот начин на одредување на векторот со непознатите променливи $\mathbf{x}$ не е секогаш најефикасен.

Постојат случаи во коишто матрицата $\mathbf{A}$ содржи многу елементи со вредност нула при што таа се нарекува слабопополнета матрица (*sparse matrix* на англиски), но нејзината инверзна матрица не мора да биде слабо пополнета. Во таквите случаи далеку подобро е да се користат посебни методи за решавање, но и за меморирање на елементите на матрицата $\mathbf{A}$.

Нека е даден следниот систем равенки во којшто матрицата $\mathbf{A}$ е слабопополнета

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 5 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 22 \\ 27 \end{bmatrix}.$$

Според вообичаениот пристап на проблемот во MATLAB можеме овој систем да го решиме на следниот начин:

```
A = [3 0 1 0 0; 0 4 0 0 0; 0 7 5 9 0; 0 0 0 8 2; 0 0 0 6 5];
b = [3; 4; 25; 22; 27];
x = A^-1 * b
x =
    1.0000
    1.0000
   -0.0000
    2.0000
    3.0000
```

Во претходно опишаната постапка дефиниравме матрица $\mathbf{A}$ со 5 редици и 5 колони којашто содржи 25 елементи. Но доколку во командниот простор ја напишеме наредбата:

```
>> nenulti = nnz(A)
nenulti =
    10
```

гледаме дека таа има само 10 ненулни елементи, што значи дека неа можеме да ја меморираме користејќи далеку помалку меморија.

Матрицата **A** можеме да ја претвориме во слабопополнета матрица во MATLAB со помош на командата:

```
>> A = sparse(A)
```

```
A =  
  (1,1)      3  
  (2,2)      4  
  (3,2)      7  
  (1,3)      1  
  (3,3)      5  
  (3,4)      9  
  (4,4)      8  
  (5,4)      6  
  (4,5)      2  
  (5,5)      5
```

од каде што гледаме дека во новата матрица **A** се запомнети само ненулните елементи и локациите каде што тие се наоѓаат. Но секако дека ваквата постапка нема да ја користиме за да ја формираме матрицата **A** затоа што претходно треба да ја формираме како полна матрица, со сите 25 елементи, а токму тоа сакаме да го избегнеме.

Една од постапките за пополнување на слабопополнета матрица е следната: формираме помошна матрицата **B**

```
B = [1  1  3  
     2  2  4  
     3  2  7  
     1  3  1  
     3  3  5  
     3  4  9  
     4  4  8  
     5  4  6  
     4  5  2  
     5  5  5];
```

којашто има 10 редици (колку што има ненулни елементи во **A**) и три колони. Во една редица од матрицата **B** се дадени податоци за еден ненулни елемент на матрицата **A**. При тоа во таа редица во првите две колони се дадени индексите на редицата и колоната од матрицата **A** каде што се наоѓа ненулниот елемент, како и неговата вредност којашто е дадена во третата колона.

Така на пример, од матрицата **B** гледаме дека третиот ненулни елемент во матрицата **A** се наоѓа на позицијата (3, 2) во матрицата, а неговата вредност изнесува 7, т. е. $A_{32} = 7$.

Користејќи ја матрицата **B** можеме да ја добиеме матрицата **A** во форма на слабопополнета матрица со помош на наредбата

```
A = spconvert(B)
```

Слабопополнета матрица можеме да формираме и со помош на командата `sparse`. При тоа прво ги формираме векторите: *i*, *j* и *v*

```
i = [1 2 3 1 3 3 4 5 4 5];
```

```
j = [1 2 2 3 3 4 4 4 5 5];
v = [3 4 7 1 5 9 8 6 2 5];
```

а потоа ја пишуваме наредбата

```
A = sparse(i, j, v, 5, 5);
```

од каде што се гледа дека таа ги користи векторите: i , j и v кои всушност се колоните од матрицата **B**. Во оваа наредба со последните две вредности се задава бројот на редици и колони, кој во случајов изнесува пет.

Конечно, можеме да постапиме и на трет начин. Прво формираме слабопополнета матрицата со димензии 5×5 во којашто сите елементи се нули

```
>> A = sparse(5,5)
```

```
A =
```

```
All zero sparse: 5-by-5
```

со што сме создале променлива во MATLAB која ќе биде запомнета како слабопополнета матрица и којашто на почетокот нема ниту еден ненулта елемент. Потоа можеме да ги додаваме елементите во таа празна матрица пишувајќи ги следните наредби:

```
A(1,1) = 3; A(2,2) = 4; A(3,2) = 7; A(1,3) = 1; A(3,3) = 5;
A(3,4) = 9; A(4,4) = 8; A(5,4) = 6; A(4,5) = 2; A(5,5) = 5;
```

со што сакаме да покажеме дека до елементите на една слабопополнета матрица во MATLAB можеме да пристапиме и да ги менуваме како и елементите на секоја друга матрица што не е слабопополнета.

Откако сме ја формирале слабопополнетата матрица **A** системот равенки можеме да го решиме на следниот начин:

```
>> x = A\b
```

```
x =
```

```
1
1
0
2
3
```

каде што го користиме операторот „\“ којшто во MATLAB означува решавање на: систем линеарни равенки каде што променливата пред него е матрицата **A** на системот равенки, а променливата по него е векторот од десната страна на системот **b**. Овој оператор води сметка за слабата пополнетост на матрицата и пресметките ги прави далеку побрзо отколку во случајот кога решението го добивавме преку инверзија на матрицата **A**.

Пример Е.2. Да се реши систем равенки со 1000 непознати, зададен на следниот начин:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{998} \\ x_{999} \\ x_{1000} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3000 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

каде што матрицата на системот **A** е слабопополнета. При тоа е познато дека матрицата **A** има ненулни елементи по главната дијагонала коишто имаат вредности еднаква на три освен првиот и последниот коишто имаат вредност еднаква на 2. Покрај тоа, ненулни елементи постојат и на двете соседни дијагонали на главната дијагонала и при тоа сите елементи во тие дијагонали се со вредности еднакви на -1. Во векторот **b** од десната страна на системот равенки само првиот елемент не е нула и има вредност еднаква на 3000.² Проблемот да се реши на два начина:

- Со матрична инверзија и користење на полни матрици,
- Со примена на операторот „\“ и користење на слабопополнети матрици.

Решение

Решението за првиот случај е дадено во датотеката ravenki1000a.m чија што содржина е следната:

```

program/matlab/ravenki1000a.m
1 n = 1000; A = zeros(n,n); b = zeros(n,1);
2 A(1,1) = 2; A(n,n) = 2;
3 for i = 2:n-1
4     A(i,i) = 3;
5 end
6 for k = 2:n
7     A(k,k-1) = -1;
8     A(k-1,k) = -1;
9 end
10 b(1) = 3000;
11 tic
12 x = A^-1 * b;
13 toc
    
```

Во првиот ред од програмата ги дефинираме матрицата **A** и векторот **b** како матрици со сите елементи еднакви на нули со помош на наред-

²Ваков систем равенки се добива ако решаваме коло во форма на скала со 1000 јазли. Сите отпорници имаат отпорност од 1 Ω, а во јазелот 1 е инјектирана струја од 3000 А.

бата zeros. Потоа ја пополнуваме матрицата **A**. Согласно со зададените вредности и обликот на матрицата, во редиците 2–5 ги пополнуваме дијагоналните елементи на матрицата, а во редиците 6–9 вондијагоналните ненулти елементи, т. е. елементите на соседните дијагонали на главната дијагонала. Ненултиот елемент во векторот **b** го задаваме во редицата 10. Решавањето на системот равенки се прави во редицата 12, а пред неа и по неа се напишани командите tic и toc со коишто во MATLAB е овозможено мерење на времето за извршувањето на операциите кои се помеѓу нив.

Со активирање на програмата добиваме решение, кое не го прикажуваме заради големината на векторот **x**, а во командниот простор ја добиваме следната порака:

```
>> ravenki1000a
Elapsed time is 0.148255 seconds.
```

што е всушност времето потребно за решавање на системот равенки користејќи матрична инверзија.

Со програмата ravenki1000b.m го решаваме случајот под б), при што сите операции ги правиме со примена на слабопополнети матрици.

programi/matlab/ravenki1000b.m

```
1 n = 1000;
2 A = sparse(1:n,1:n,3,n,n) ...
3   + sparse(2:n,1:n-1,-1,n,n) ...
4   + sparse(1:n-1,2:n,-1,n,n);
5 A(1,1) = 2; A(n,n) = 2;
6 b = sparse(1,1,3000,1000,1);
7 disp('Resavanje na sistemot ravenki 1000 pati');
8 tic
9 for i = 1:1000
10     x = A \ b;
11 end
12 toc
```

Матрицата **A** ја формираме со командите од редиците 2–5. Во наредбата `sparse(1:n,1:n,3,n,n)`, која ако ја споредиме со нејзината општа форма `sparse(i,j,v,n,n)`, гледаме дека векторите *i* и *j* со кои се дефинирани индексите на редиците и колоните на ненултите елементи ги содржат броевите: 1, 2, ..., *n* додека векторот *v* го содржи само бројот 3. Тоа значи сите ненулти елементи се еднакви на 3 и тие се наоѓаат на главната дијагонала од матрицата. На сличен начин, со `sparse(2:n,1:n-1,-1,n,n)` се задаваат вредностите -1 во дијагоналата под главната, а со `sparse(1:n-1,2:n,-1,n,n)` во дијагоналата над главната.

Векторот **b** се формира во редицата 6 со што добиваме:

```
>> b = sparse(1,1,3000,1000,1)
b =
(1,1)          3000
```

што може да не наведе на помислата дека се работи за скалар со вредност 3000, но дека тоа не е така можеме да провериме на следниот начин:

```
>> size(b)
ans =
    1000     1
```

од каде што гледаме дека се работи за вектор со должина 1000 и со само еден елемент.

Решавањето на системот равенки го правиме во редиците 9-11 каде што гледаме дека пресметките ги правиме 1000 пати затоа што тие се толку брзи што ако ги извршиме само еднаш тешко ќе можеме да измериме колку време е потребно за таа операција.

Резултатот којшто го добиваме во овој случај е идентичен како претходно, а во командниот простор ја добиваме следната порака:

```
>> ravenki1000b
Resavanje na sistemot ravenki 1000 pati
Elapsed time is 0.045611 seconds.
```

од каде што гледаме дека времето потребно за решавање на системот равенки користејќи ја операцијата „\“ е околу 3250 пати помало³ од времето потребно за решавање на истиот систем равенки со примена на матрична инверзија. Освен тоа, во овој случај меморираме само 2998 елементи од матрицата **A**, наместо 1.000.000 колку што мемориравме во првиот случај.

Меморијата која се зафаќа со матрицата **A** можеме да ја видиме со командата `whos`. **A** од каде добиваме дека, ако користиме полна матрица ќе ни требаат 8.000.000 bytes, додека ако користиме слабопополната матрица ќе ни требаат само 55.976 bytes.

□ □ □

Е.3 Дефинирање на функции

Во MATLAB постојат два начина за дефинирање на функции од страна на корисникот и тоа со пишување во една командна линија или со дефинирање на функција во посебна m-датотека. Двата пристапа ќе ги илустрираме преку примери.

Пример Е.3. Дадена е функцијата $f(x)$ од една променлива

$$f(x) = xe^{-x} - 0,2; \quad (\text{П.Е.3.1})$$

за којашто е потребно да извршат следните работи

³Времињата се мерени на лаптоп со процесор Intel Core i5-3210M CPU @ 2.50GHz, со 4 GB RAM, при што е користен MATLAB R2014a 64-bit и оперативен систем Ubuntu 16.04 64-bit.

- а) да се напише функција во MATLAB во една линија во којашто ќе биде дефинирана функцијата, а потоа таа да се нацрта во интервалот $0 \leq x \leq 5$.
- б) да се повтори задачата под а) со тоа што функција ќе се напише во посебна m-датотека.

Решение

а) За дефинирање на функции во една линија во MATLAB се користи анонимна функција којашто во овој случај го има следниот изглед:

```
>> f = @(x) x .* exp(-x) - 0.2
f =
    @(x)x.*exp(-x)-0.2
```

од каде што по наредбата $@(x)$ се гледа дека функцијата е од променливата x и изразот на функцијата се пишува како обичен текст. Во функцијата наместо обично множење имаме ставено точкесто множење $.*$ со кое што операцијата множење помеѓу елементите x и $\exp(x)$ се прави за секој елемент од x посебно. За да провериме дека нашата нова функција работи можеме да напишеме:

```
>> f(1)
ans =
    0.1679
```

што навистина одговара на вредноста на изразот $1 \cdot e^{-1} - 0,2$.

За да ја нацртаме функцијата, во зададениот интервал, прво ќе ја дефинираме променливата x како вектор којшто ги содржи броевите од 0 до 5 со чекор од 0,1. Тоа го правиме на следниот начин

```
x = 0:0.1:5;
```

а потоа ја пресметуваме вредноста на функцијата во сите точки од векторот x со помош на наредбата

```
y = f(x);
```

и на крајот функцијата ја цртаме со помош на наредбата

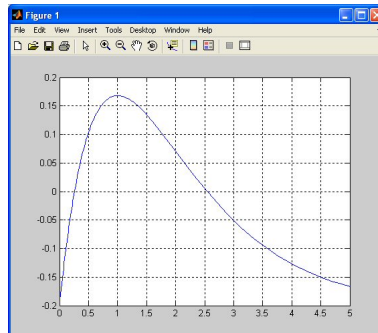
```
plot(x,y)grid
```

со што го добиваме резултатот прикажан на сликата П.Е.3.1.

Наредбата `plot` се користи за цртање на функции при што како прв параметар се задава вектор којшто содржи координати од апсцисната оска, а потоа вектор со координати од ординатната оска. Со наредбата `grid` ги цртаме со цртички отсечките паралелни со апсцисната и ординатната оска коишто се гледаат на сликата П.Е.3.1. До истиот резултат ќе дојдеме и доколку наместо `plot(x, y)` напишеме `plot(x, f(x))`. Во тој случај претходната команда `y = f(x);` е непотребна.

Покрај овој начин, графикот на функцијата можеме да го добиеме и со помош на следната команда

```
fplot(f, [0 5])
grid
```



Слика П.Е.3.1. Изглед на функцијата П.Е.3.1

каде што ја користиме наредбата `fplot` во којашто се внесуваат два параметра. Првиот параметар е името на функцијата којашто сакаме да ја цртаме, а вториот параметар е матрица со една редица и две колони која што ги содржи почетната и крајната вредност на интервалот во којшто сакаме да ја нацртаме функцијата.

Тоа значи дека за случајот под а) можеме да направиме една програма чија што содржина е:

programi/matlab/fplot_primer_1a.m

```
1 f = @(x) x .* exp(-x) - 0.2;  
2 fplot(f, [0 5]); grid
```

б) Во овој случај функцијата (П.Е.3.1) ќе ја дефинираме во посебна датотека на следниот начин:

programi/matlab/funkcija_1.m

```
1 function y = funkcija_1(x)  
2 y = x .* exp(-x) - 0.2;
```

од каде што се гледа дека функциите се дефинираат така што прво се пишува клучниот збор `function`. Потоа следува листа на променливите коишто дадената функција ги пресметува (во овој случај тоа е само променливата `y`, доколку имаше повеќе променливи тие ќе беа ставени во средни загради одделени со запирки). По листата на променливи следува знакот за еднаквост, името на функцијата и на крајот во мали загради листа на променливи одделени со запирки коишто се влезни параметри во функцијата (во овој случај тоа е само променливата `x`). И овде, како проверка за исправноста на нашата функција можеме да напишеме

```
>> funkcija_1(1)  
ans =  
    0.1679
```

За случајот под б) целата програма за цртање на функцијата е следната:

programi/matlab/fplot_primer_1b.m

```
1 fplot(@funkcija_1, [0 5]); grid
```

каде што забележуваме дека пред името на функцијата која влегува како параметар во наредбата `fplot` го имаме ставено знакот `@` со што сме кажале дека предметната функција е дефинирана во `m`-датотека со име `funkcija_1.m`.



Пример Е.4. Да се нацрта функцијата $f(x)$ од една променлива дефинирана на следниот начин:

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x} - 0,2 & x < 3, \\ \frac{x-8}{100} & x \geq 3. \end{cases} \quad (\text{П.Е.4.1})$$

во интервалот $0 \leq x \leq 10$.

Решение

За решавање на овој пример задолжително треба да дефинираме функција во посебна `m`-датотека затоа што е невозможно функцијата дефинирана со изразот (П.Е.4.1) да ја напишеме во една линија. Поради тоа ја дефинираме следната функција:

programi/matlab/funkcija_2.m

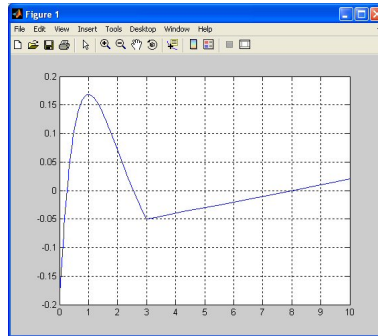
```
1 function y = funkcija_2(x)
2 if x < 3
3     y = x .* exp(-x) - 0.2;
4 else
5     y = (x - 8)/100;
6 end
```

Во неа ја користиме наредбата `if` со која се дефинира извршување на една или друга команда во зависност од тоа дали е исполнет условот којшто е даден со неа. Ако условот е исполнет $x < 3$ тогаш се извршува командата `y = x .* exp(-x) - 0.2;`, а во спротивно (`else`) се извршува командата `y = (x - 8)/100;`. На крајот од наредбата `if` секогаш следува `end`. Програмата за цртање на оваа функција го има следниот изглед:

programi/matlab/fplot_primer_2.m

```
1 fplot(@funkcija_2, [0 10]); grid
```

и со неа ја добиваме сликата П.Е.4.1.



Слика П.Е.4.1. Изглед на функцијата П.Е.4.1



Пример Е.5. Да се најдат нулите на функцијата (П.Е.3.1) во интервалот $0 \leq x \leq 5$.

Решение

Од графикот на функцијата (П.Е.3.1) којшто е даден на сликата П.Е.3.1 забележуваме дека таа во интервалот $0 \leq x \leq 5$ има две нули. Едната нула се наоѓа околу 0,25, додека другата се наоѓа околу 2,5.

Точната вредност на првата нула ќе ја одредиме со помош на наредбата `fsolve` на следниот начин:

```
>> f = @(x) x .* exp(-x) - 0.2;  
>> x = fsolve(f, 0.25)
```

Equation solved.

`fsolve` completed because the vector of function values is near zero as measured by the default value of the function tolerance, and the problem appears regular as measured by the gradient.

<stopping criteria details>

```
x =  
0.2592
```

од каде што се гледа дека во наредбата `fsolve` како параметар прво се пишува името на функцијата за којашто сакаме да ја пресметаме нулата, а потоа почетното решение за самата нула.

До истиот резултат ќе дојдеме и ако напишеме

```
x = fsolve(@funkcija_1, 0.25)
```

затоа што претходно веќе ја имаме дефинирано функцијата `funkcija_1`. Бидејќи таа е дефинирана во посебна `m`-датотека пред нејзиното име го ставаме знакот `@`.

Точната вредност на втората нула ќе ја одредиме со помош на наредбата `fsolve` на следниот начин

```
x = fsolve(f, 2.5)
```

со што добиваме дека е $x = 2,5426$.

□ □ □

Е.4 Изводи и интеграли

Иако во математиката за пресметувањето на изводи и интеграли на функции постојат аналитички постапки коишто се вградени во самиот MATLAB во електротехниката ни е сосема доволно доколку вредностите на интегралите и изводите ги пресметуваме нумерички. На крајот од каква било анализа која што ја прават инженерите, резултатите се сведуваат на добивање на решение во нумеричка форма со конкретни вредности за одредени величини како што се: напони, струи, моќности, должини, висини итн.. додека аналитичките изрази за сите тие величини се без никакво особено значење. Поради тоа тука ќе се задржиме само на нумеричките методи.

Пример Е.6. Да се пресмета вредноста на првиот извод на функцијата $f(x) = x^2 - 3x + 1$ за вредност на $x = 1$.

Решение

По дефиниција првиот извод на функцијата $f(x)$ е даден со изразот:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h},$$

којшто ние тука ќе го искористиме за нумерички да го пресметаме изводот. За таа цел е напишана следната кратка програма:

programi/matlab/prv_izvod.m

```
1 f = @(x) x^2 - 3*x + 1;
2 h = 1e-6;
3 izvod = (f(1 + h) - f(1))/h;
4 fprintf('izvod = %.8f\n', izvod);
```

Со активирање на програмата го добиваме следниот резултат:

```
>> prv_izvod
izvod = -0.99999900
```

со што сме добиле резултат којшто е многу близок до точната вредност (којашто изнесува -1) и при тоа сме претпоставиле дека е $h = 10^{-6}$.

□ □ □

Пример Е.7. Да се пресмета вредноста на интегралот

$$\int_0^1 (x^2 - 3x + 1)dx,$$

со помош на функцијата `integral`.

Решение

Интегралот можеме да го решиме со помош на наредбата `integral` на следниот начин:

programi/matlab/integral_1.m

```
1 f = @(x) x.^2 - 3*x + 1;  
2 I = integral(f, 0, 1);  
3 fprintf('I = %.8f\n', I);
```

со што добиваме

```
>> integral_1  
I = -0.16666667
```

од каде што се забележува дека со само две команди во командниот прозорец го добивме точниот резултат кој изнесува $-1/6$. Наредбата `integral` се повикува така што како параметри се задаваат подинтегралната функција и долната и горната граница на интегралот. Подинтегралната функција треба да е напишана така што ќе оперира со одделните елементи од векторот x . Поради тоа за квадратниот член пишуваме $x.^2$.

□ □ □

Пример Е.8. Да се пресмета вредноста на интегралот

$$\int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$$

и да се провери дали решението е исто со вредноста $e/2 - 1$ којашто е најдена од табела со решени интеграли.

Решение

Решението на интегралот го добиваме со следната програма:

programi/matlab/integral_2.m

```
1 f = @(x) x .* exp(x) ./ (1 + x).^2;  
2 I_presmetan = integral(f, 0, 1);  
3 I_tablicen = exp(1)/2 - 1;  
4 fprintf('I_presmetan = %.12f\n', I_presmetan);  
5 fprintf('I_tablicen = %.12f\n', I_tablicen);
```

со чие активирање добиваме:

```
>> integral_2
I_presmetan = 0.359140914230
I_tablicen = 0.359140914230
```

од каде што гледаме дека пресметаната вредност на интегралот е еднаква со табличната со точност од 12 децимали.

□ □ □

Е.5 Функции со повеќе променливи

Пример Е.9. Разгледуваме функција со 2 променливи, со којашто е опишан потенцијалот во просторот, дефинирана на следниот начин:

$$z = x^2 - 2y^2 + xy + x + y + 1.$$

Да се нацрта површината во просторот која ја опишува оваа функција за $-5 \leq x \leq 5$ и $-5 \leq y \leq 5$. Исто така, да се нацртаат екипотенцијалните линии и градиентот на функцијата.

Решение

Дадената функција во MATLAB ја дефинираме на следниот начин:

```
f = @(x,y) x.^2 - 2*y.^2 + x.*y + x + y + 1;
```

додека за дефинирање на опсегот на промена на променливите x и y ја користиме командата `meshgrid`

```
[x,y] = meshgrid(-5:0.5:5,-5:0.5:5);
```

која во дадениот случај формира матрици x и y со димензии 21×21 во кои вредностите во редиците и колоните се менуваат од -5 до 5 со чекор од $0,5$ со што добиваме растер од точки во кои ќе треба да ја пресметаме вредноста на функцијата.

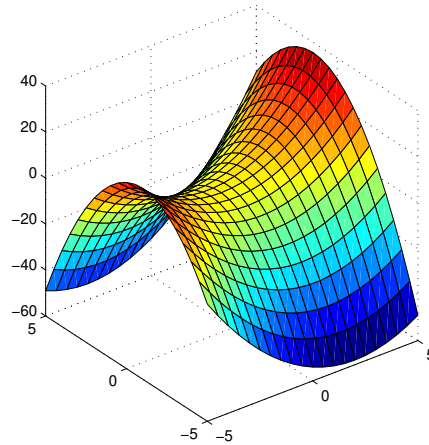
Со наредбата $z = f(x, y)$ ги пресметуваме вредностите на функцијата, а потоа површината во просторот ја цртаме со наредбата `surf`. Целата програма го има следниот изглед:

programi/matlab/crtaj_1a.m

```
1 f = @(x,y) x.^2 - 2*y.^2 + x.*y + x + y + 1;
2 [x,y] = meshgrid(-5:0.5:5,-5:0.5:5);
3 z = f(x,y);
4 surf(x,y,z); axis square
```

и со неа е добиена сликата П.Е.9.1.

Екипотенцијалните линии ги цртаме со програмата `crtaj_1b.m` во којашто само последната редица е различна во однос на програмата `crtaj_1a.m`. Тука ја користиме командата `contour` која ги црта екипотенцијалните линии, а потоа со командата `clabel` пишуваме



Слика П.Е.9.1

ознаки врз еквипотенцијалните линии со кои е дадена вредноста на функцијата. На таков начин ја добиваме сликата П.Е.9.2.

programi/matlab/crtaj_1b.m

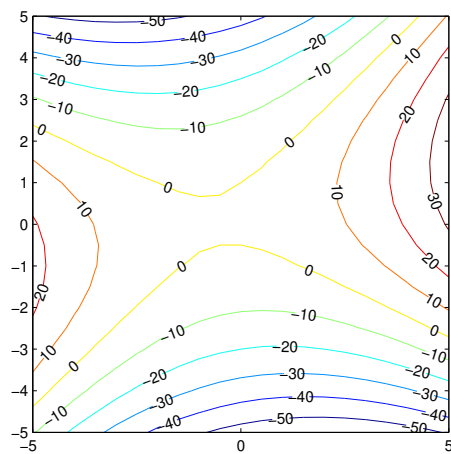
```
1 f = @(x,y) x.^2 - 2*y.^2 + x.*y + x + y + 1;  
2 [x,y] = meshgrid(-5:0.5:5,-5:0.5:5);  
3 z = f(x,y);  
4 [c, h] = contour(x,y,z); clabel(c, h); axis square
```

Градиентот на функцијата го цртаме со програмата `crtaj_1c.m`, во која исто како и претходно на почетокот ги пресметуваме матриците x , y и z . Потоа, со наредбата `gradient` ги определуваме матриците gx и gy кои ги содржат компонентите на градиентот во правец на x и y оската, соодветно.

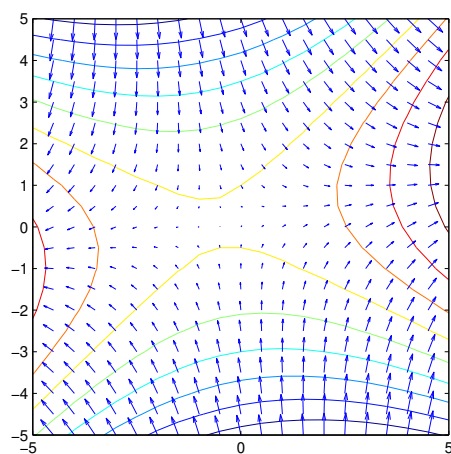
На сликата П.Е.9.3 се прикажани еквипотенцијалните линии, кои се добиваат со наредбата `contour`, како и векторите со кои е даден градиентот во повеќе точки од просторот. Векторите на градиентот се цртаат со помош на наредбата `quiver` која ги користи претходно пресметаните вредности за gx и gy .

programi/matlab/crtaj_1c.m

```
1 f = @(x,y) x.^2 - 2*y.^2 + x.*y + x + y + 1;  
2 [x,y] = meshgrid(-5:0.5:5,-5:0.5:5);  
3 z = f(x,y);  
4 [gx,gy] = gradient(z,0.5,0.5);  
5 contour(x,y,z); hold on  
6 quiver(x,y,gx,gy); hold off; axis square
```



Слика П.Е.9.2



Слика П.Е.9.3



Е.6 Основно за линеарно програмирање

Проблемите во коишто се бара минимизација на една линеарна функција од повеќе променливи, при што решението треба да задоволи низа линеарни ограничувања прикажани со помош на равенки или неравенки, се решаваат со помош на линеарното програмирање коешто во MATLAB е дадено во функцијата `linprog`. Таа е наменета за решавање на следниот математички проблем

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}^T \mathbf{x}, \quad (\text{E.1})$$

со следните ограничувања:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{A}_{\text{eq}} \cdot \mathbf{x} &= \mathbf{b}_{\text{eq}}, \\ \mathbf{lb} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{ub}, \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

каде што:

- f** Вектор во којшто се дадени коефициентите на линеарната функција која треба да се минимизира. На пример, ако овој вектор има 3 елементи, за проблеми со 3 променливи, тогаш имаме $\mathbf{f}^T \mathbf{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3$.
- A** Правоаголна матрицата чиј број на редици е еднаков со бројот на линеарни ограничувања од типот на неравенство, додека бројот на колони е еднаков со бројот на променливи,
- b** Вектор кој ги содржи елементите од десната страна на линеарните ограничувања од типот на неравенство,
- A_{eq}** Правоаголна матрицата чиј број на редици е еднаков со бројот на линеарни ограничувања од типот на равенство, додека бројот на колони е еднаков со бројот на променливи,
- b_{eq}** Вектор кој ги содржи елементите од десната страна на линеарните ограничувања од типот на равенство,
- lb, ub** Вектори со долни и горни граници за променливите.

Во општ случај функцијата `linprog` се повикува на следниот начин
`[x,fval,exitflag,output,lambda] = (f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)`

при што влезните променливи во функцијата се објаснети претходно, додека излезните променливи се:

- x** Вектор со вредности на променливите,
- fval** Вредност на минимумот на функцијата,
- exitflag** Скалар со кој се сигнализира за успешноста на решението. Тој има различни целобројни вредности чие значење може да се види во документацијата за функцијата, а тука само ќе наведеме дека тој има вредност 1 ако функцијата конвергирала кон оптимално решение.

output	Структура во којашто е дадена информација за процесот на оптимизација,
lambda	Структура којашто ги содржи Лагранжовите множители добиени во конечното решение, при што тие се поделени на множители за долните и горните граници на променливите, множители за ограничувањата од типот на равенства и множители за ограничувањата од типот на неравенство.

За да го прикажеме начинот на примена на функција на `linprog` ќе разгледаме неколку примери.

Пример Е.10. Да се одреди минимумот на функцијата

$$y = -5x_1 - 4x_2 - 6x_3,$$

со следните ограничувања:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &\leq 20, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\leq 42, \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 30, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

Решение

Програмата со којашто ќе го решиме наведениот проблем е следната:

programi/matlab/lp_1.m

```
1 f = [-5; -4; -6];
2 A = [1 -1 1; 3 2 4; 3 2 0];
3 b = [20; 42; 30];
4 lb = [0; 0; 0];
5 [x,fval,exitflag] = linprog(f,A,b,[],[],lb)
```

Во неа прво сме ги дефинирале векторот **f**, како и матрицата **A** и векторот **b** со коишто се дефинирани линеарните ограничувања од типот на неравенства. Трите долни граници на променливите се сместени во векторот **lb**, додека векторот **ub** не е дефиниран затоа што во овој проблем немаме зададени горни граници за променливите. Исто така, тука не ги користиме матрицата **A_{eq}** и векторот **b_{eq}** затоа што немаме линеарни ограничувања од типот на равенство.

При повикувањето на функцијата `linprog` на местото на променливите **A_{eq}** и **b_{eq}** имаме ставено празни матрици со што сме дале до знаење дека немаме линеарни ограничувања од типот на равенство. Освен тоа, променливите десно од променливата **lb** воопшто не ги внесуваме затоа што тие се небитни за разгледуваниот проблем.

Со активирање на програмата го добиваме следниот резултат:

```
>> lp_1
Optimization terminated.
x =
    0.0000
   15.0000
    3.0000
fval =
  -78.0000
exitflag =
     1
```

Бидејќи променливата `exitflag` има вредност 1 решението е оптимално и ги задоволува сите ограничувања.

□ □ □

Пример Е.11. Да се одреди минимумот на функцијата

$$y = -5x_1 - 4x_2 - 6x_3,$$

со следните ограничувања:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &\leq 20, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\leq 42, \\ 3x_1 + 2x_2 &\geq 30, \\ x_1 + x_2 &= 20, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_2 &\leq 18.\end{aligned}$$

Решение

Пред да започнеме да го решаваме проблемот треба сите ограничувања да ги напишеме во облик во кој на десната страна ќе имаме ≤ 0 . Од сите нив, ограничувањето $3x_1 + 2x_2 \geq 30$ не е напишано во бараниот облик, но тоа лесно можеме да го надминеме со едноставно множење со -1 со што добиваме $-3x_1 - 2x_2 \leq -30$. Програмата со којашто ќе го решиме наведениот проблем е следната:

programi/matlab/lp_2.m

```
1 f = [-5; -4; -6];
2 A = [1 -1 1; 3 2 4; -3 -2 0];
3 b = [20; 42; -30];
4 Aeq = [1 1 0];
5 beq = 20;
6 lb = [0; 0; 0];
7 ub = [inf; 18; inf];
8 [x,fval,exitflag] = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

Таа е доста слична со програмата од примерот E.10 со тоа што тука сега ги користиме и матрицата $\mathbf{A}_{eq}$ заедно со векторот $\mathbf{b}_{eq}$ со коишто го дефинираме ограничувањето $x_1 + x_2 = 20$. Освен тоа, тука е воведен и векторот $\mathbf{ub}$ во којшто го дефинираме ограничувањето од горната страна $x_2 \leq 18$. Бидејќи кај другите две променливи нема ограничување од горната страна во тој вектор имаме внесено inf што во MATLAB означува бесконечност.

Со активирање на програмата го добиваме следниот резултат:

```
>> lp_2
Optimization terminated.
x =
    2.0000
   18.0000
    0.0000
fval =
   -82.0000
exitflag =
    1
```

Бидејќи променливата `exitflag` има вредност 1 решението е оптимално и ги задоволува сите ограничувања.



Пример E.12. Оператор на пазарот на електрична енергија треба да набави вкупно 300 MW од тројца продавачи на електрична енергија. Првиот продавач ја нуди својата електрична енергија по цена од 70 €/MWh и нуди моќност во опсегот од 70 до 200 MW. Понудената цена на вториот продавач изнесува 75 €/MWh и тој нуди моќност во опсегот од 50 до 150 MW. Третиот продавач нуди електрична енергија по цена од 65 €/MWh во опсегот од 30 до 100 MW. Да се одреди колкава моќност треба да се земе од секој продавач за да се постигне минимален вкупен износ на трошоците.

Решение

Во овој пример, за разлика од претходните два, проблемот не е дефиниран експлицитно со математички изрази туку само описно. Затоа на почетокот прво треба да го напишеме проблемот во облик даден со изразите (E.1) и (E.2).

Функцијата којашто треба да се минимизира овде ќе биде еднаква на сумата од производите на цената на електричната енергија и моќноста којашто треба да се купи од одделните продавачи

$$F = 70 \cdot P_1 + 75 \cdot P_2 + 65 \cdot P_3,$$

при што треба да бидат задоволени следните ограничувања:

$$\begin{aligned}P_1 + P_2 + P_3 &= 300, \\70 &\leq P_1 \leq 200, \\50 &\leq P_2 \leq 150, \\30 &\leq P_3 \leq 100.\end{aligned}$$

Програмата со којашто ќе го решиме вака дефинираниот проблем е следната:

programi/matlab/lp_3.m

```
1 C = [70; 75; 65];  
2 Aeq = [1 1 1];  
3 beq = 300;  
4 lb = [70; 50; 30];  
5 ub = [200; 150; 100];  
6 [P,F,exitflag] = linprog(C,[],[],Aeq,beq,lb,ub)
```

Со активирање на програмата го добиваме следниот резултат:

```
>> lp_3  
Optimization terminated.  
P =  
    150.0000  
     50.0000  
    100.0000  
F =  
    2.0750e+004  
exitflag =  
     1
```

Бидејќи променливата `exitflag` има вредност 1 решението е оптимално и ги задоволува сите ограничувања, што значи дека од првиот продавач треба да купиме 150 MW, од вториот 50 MW и од третиот 100 MW. Вкупните трошоци во тој случај ќе изнесуваат 20750 €/h.



Пример Е.13. Го разгледуваме проблемот од примерот Е.12 во кој што поради определени технички проблеми дополнително се бара вкупната купена моќност од првиот и третиот продавач да не надмине 220 MW (вакво ограничување може да се воведе поради ограничените преносни можности на мрежата). Да се одреди колкава моќност треба да се земе од секој продавач во оваа ситуација за да се постигне минимален вкупен износ на трошоците.

Решение

Во овој случај треба да се најде минимум на функцијата

$$F = 70 \cdot P_1 + 75 \cdot P_2 + 65 \cdot P_3,$$

при што треба да бидат задоволени следните ограничувања:

$$\begin{aligned}P_1 + P_2 + P_3 &= 300, \\P_1 + P_3 &\leq 220, \\70 \leq P_1 &\leq 200, \\50 \leq P_2 &\leq 150, \\30 \leq P_3 &\leq 100.\end{aligned}$$

Програмата со којашто ќе го решиме вака дефинираниот проблем е следната:

programi/matlab/lp_4.m

```
1 C = [70; 75; 65];
2 A = [1 0 1];
3 b = 220;
4 Aeq = [1 1 1];
5 beq = 300;
6 lb = [70; 50; 30];
7 ub = [200; 150; 100];
8 [P,F,exitflag] = linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

Со активирање на програмата го добиваме следниот резултат:

```
>> lp_4
Optimization terminated.
P =
    120.0000
     80.0000
    100.0000
F =
    2.0900e+004
exitflag =
     1
```

Бидејќи променливата `exitflag` има вредност 1 решението е оптимално и ги задоволува сите ограничувања, што значи дека од првиот продавач треба да купиме 120 MW, од вториот 80 MW и од третиот 100 MW. Вкупните трошоци во тој случај ќе изнесуваат 20900 €/h и се нешто поголеми од трошоците пресметани во примерот E.12.

□ □ □

За решавање на проблеми со помош на линеарното програмирање во GNU Octave се користи функцијата `glpk`. Таа е наменета за решавање на следниот математички проблем

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}^T \mathbf{x}, \quad (\text{E.3})$$

со следните ограничувања:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \{ = | \leq | \geq \} \mathbf{b}, \\ \mathbf{lb} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{ub},\end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

каде што:

- f** Вектор во којшто се дадени коефициентите на линеарната функција која треба да се минимизира,
- A** Правоаголна матрицата чиј број на редици е еднаков со бројот на линеарни ограничувања од сите типови (равенство и неравенство во двете насоки), додека бројот на колони е еднаков со бројот на променливи,
- b** Вектор кој ги содржи елементите од десната страна на линеарните ограничувања,
- lb, ub** Вектори со долни и горни граници за променливите.

Во општ случај функцијата `glpk` се повикува на следниот начин:

```
[x,fmin,errnum] = glpk(f,A,b,lb,ub,ctype,vartype)
```

при што влезните променливи: `f`, `A`, `b`, `lb`, `ub` се објаснети претходно, а останатите две го имаат следното значење:

- ctype** Низа од знаци со која се означува типот на линеарното ограничување, при што се користат следните знаци:
 - U – ограничување со горна граница $A(i,:) * x \leq b(i)$,
 - S – ограничување во вид на равенство $A(i,:) * x = b(i)$,
 - L – ограничување со долна граница $A(i,:) * x \geq b(i)$,
 - D – ограничување со долна и горна граница $A(i,:) * x \geq -b(i)$ и $A(i,:) * x \leq b(i)$,
- vartype** Низа од знаци со кои се означува типот на променливите, при што се користат следните знаци
 - C – реална променлива,
 - I – целобројна променлива.

Излезните променливи се:

- x** Вектор со вредности на променливите,
- fmin** Вредност на минимумот на функцијата,
- errnum** Скалар со кој се сигнализира за успешноста на решението. Тој има различни целобројни вредности чие значење може да се види во документацијата за функцијата `glpk`, а тука само ќе наведеме дека тој има вредност 0, ако функцијата конвергирала кон оптимално решение.

Примерот Е.13 со помош на GNU Octave можеме да го решиме на следниот начин:

programi/matlab/lp_4_octave.m

```
1 C = [70; 75; 65];  
2 A = [1 0 1  
3     1 1 1];  
4 b = [220 300];  
5 lb = [70; 50; 30];  
6 ub = [200; 150; 100];  
7 [P,F,errnum] = glpk(C,A,b,lb,ub,'US','CCC')
```

со што добиваме:

```
>> lp_4_octave
P =
    120
     80
    100
F = 20900
errnum = 0
```

На крајот ќе наведеме уште еден начин на опишување на проблемот кој сакаме да го решиме со линеарно програмирање и тоа со помош на библиотеката YALMIP⁴.

Таа служи за алгебарско опишување на оптимизациони проблеми, а ја карактеризираат едноставна синтакса и интуитивна формулација на проблемите којашто е далеку поедноставна од начинот на кој проблемот директно се задава во функцијата `linprog` или `glpk`. Оваа библиотека, во суштина, е посредник помеѓу корисникот и функциите кои го решаваат проблемот.

Кодот напишан со оваа библиотека личи на она што би го напишале со пенкало на хартија, а потоа YALMIP автоматски го препознава типот на проблем и го избира најсоодветниот метод за негово решавање.

Реалните променливите во YALMIP се дефинираат како симболички променливи од типот `spdvar` на следниот начин

```
x = spdvar(m,n)
```

со што е дефинирана матрица со симболички реални променливи со димензии $m \times n$.

Слично на тоа, можеме да дефинираме и целобројни и бинарни променливи од типот `intvar` и `binvar`, соодветно

```
y = intvar(m,n)
z = binvar(m,n)
```

Сите операции коишто важат за променливите во MATLAB важат и за сите типови променливи дефинирани со YALMIP.

На пример, за решавање на проблемот од примерот E.13 ќе дефинираме симболичка променлива со моќностите на генераторите на следниот начин

```
P = spdvar(3,1);
```

а потоа ограничувањата ќе ги сместиме во една матрица колона во која едноставно симболички го опишуваме проблемот

```
ограничувања = [
    sum(P) == 300
    P(1) + P(3) <= 220
    Pmin <= P <= Pmax
];
```

⁴<https://yalmip.github.io>

Решението на проблемот се одредува со помош на функцијата `optimize` која како влезни аргументи ги добива ограничувањата и функцијата на цел, а пресметаните вредности за променливите и функцијата на цел се добиваат со функцијата `value` како на пример:

```
P = value(P);
```

Целата постапка е дадена во следната програма:

programi/matlab/lp_4_yalmip.m

```
1 C = [70; 75; 65];
2 Pmin = [ 70; 50; 30];
3 Pmax = [200; 150; 100];
4 P = sdpvar(3,1);
5 funkcija = C'*P;
6 ogranicuvanja = [
7     sum(P) == 300
8     P(1) + P(3) <= 220
9     Pmin <= P <= Pmax
10 ];
11 opis = optimize(ogranicuvanja, funkcija)
12 P = value(P)
13 f = value(funkcija)
```

со која се добива истиот резултат како и претходно

```
>> lp_4_yalmip
opis =
    scalar structure containing the fields:
    yalmipversion = 20210331
    matlabversion = 4.2.2
    yalmiptime = 0.22530
    solvertime = 0.0018458
    info = Successfully solved (GLPK-GLPKMEX)
    problem = 0
P =
    120
     80
    100
f = 20900
```


СПИСОК НА КРАТЕНКИ

АПВ	Автоматско повторно вклучување
АРВ	Автоматска регулација на возбудата
ВН	Висок напон, високонапонска
ВН/СН	Висок/среден напон
ДМ	Дистрибутивна мрежа
ЕЕС	Електроенергетски систем
НН	Низок напон, нисконапонска
РБС	Регулација во безнапонска состојба
РПТ	Регулација под товар
ТЕЦ	Термоцентра
ТЕТО	Термоцентра-топлана
ХЕЦ	Хидроцентра

СПИСОК НА ПОВАЖНИТЕ ОЗНАКИ СО ЗНАЧЕЊА

α	Коефициент на придушување (глава 2), регулационен отцеп на трансформаторска намотка (глава 3, прилог F), агол помеѓу надолжната оска на роторот и оската на првата фазна намотка (глава 4), аголно забрзување (глава 5, прилог D).
β	Коефициент на фазно поместување
γ	Константа на ширење
θ	Фазен агол на напон (глава: 2, 3 и 4, прилог A и F), агол на изместување на оската q на роторот во однос на напонот на мрежата (глава 5)
λ	Сопствени вредности на матрица
φ	Агол помеѓу напонот и струјата
Ψ	Магнетен флукс (глава 4), аргумент на адмитанција (глава 5)
ω	Аголна брзина
a	Забрзување
$\underline{a}$	Комплексен оператор еднаков на $e^{j2\pi/3}$
$\underline{A}$	Параметар на четворопол на вод (ABCD параметри)
$\mathbf{A}$	Матрица на инциденција
b	Напречна капацитивна проводност на вод
$\underline{B}$	Параметар на четворопол на вод (ABCD параметри)
$\mathbf{B}$	Имагинарен дел од матрицата на адмитанции
$\underline{C}$	Параметар на четворопол на вод (ABCD параметри)
$\underline{D}$	Параметар на четворопол на вод (ABCD параметри)
E	Електромоторна сила (ефективна вредност), енергија (прилог D)
$\underline{E}$	Електромоторна сила
$\underline{\mathbf{E}}$	Вектор на електромоторни сили
f	Фреквенција
$\mathbf{F}$	Матрица на трансформација (симетрични компоненти $\rightarrow$ фазни компоненти)
$\underline{I}, I$	Струја и ефективна вредност на струјата

I'', I', I	Ефективни вредности на струјата на куса врска за: суптранзиентен, транзиентен и траен период
$\mathbf{I}, \mathbf{I}$	Вектор на струи и вектор на ефективни вредности на струи
J	Момент на инерција
$\underline{J}$	Струја на куса врска на местото на куса врска, инјектирана струја во јазел (прилог В)
$\mathbf{J}$	Јакобијан
l	Должина, надолжна индуктивност (прилог А)
L	Индуктивност
$\underline{m}$	Комплексен преносен однос на трансформатор
M	Механички момент
$\underline{p}$	Коефициент со кој се определува инверзната компонента на струјата на куса врска на местото на куса врска
P	Моќност, активна моќност
$\mathbf{P}$	Вектор на активни моќности
$\underline{q}$	Коефициент со кој се определува нултата компонента на струјата на куса врска на местото на куса врска
Q	Реактивна моќност
$\mathbf{Q}$	Вектор на реактивни моќности
r	Редна активна отпорност на вод
R	Активна отпорност
$\underline{S}, S$	Привидна моќност
$\mathbf{S}$	Вектор на привидни моќности
t	Време
T	Временска константа
$\underline{U}, U$	Напон, ефективна вредност на напонот
U_n	Номинален напон
$\mathbf{U}, \mathbf{U}$	Вектор на напони и вектор на ефективни вредности на напоните
v	Брзина
x	Редна индуктивна отпорност на вод
X	Реактивна отпорност
$\mathbf{X}$	Матрица на реактанции на кусоспоената мрежа
y	Редна адмитанција на вод
$\underline{Y}$	Адмитанција
$\mathbf{Y}$	Матрица на адмитанции
z	Редна импеданција на вод

Z Импеданција

Z Матрица на импеданции

ЛИТЕРАТУРА

- [1] А. А. Глазунов, А. А. Глазунов, *Электрические сети и системы*, ГОС-ЭНЕРГОИЗДАТ, Москва, 1960.
- [2] Р. И. Караев, С. Д. Волобринский, *Электрические сети и энергосистемы*, ТРАНСПОРТ, Москва 1980.
- [3] Д. Рајичиќ, Р. Талески, *Методи за анализа на електроенергетските системи*, ЕТФ Скопје, 1996.
- [4] К. Ы. Богатев, *Преходни процеси в електричките системи*, ТЕХНИКА, София, 1970.
- [5] К. Христов, *Токове на късо съединение*, ТЕХНИКА, София, 1971.
- [6] К. Христов, Д. Хинков, *Сборник от задачи по електричката част на електрически централи и подстанции*, ТЕХНИКА, София, 1973.
- [7] П. С. Жданов, *Вопросы устойчивости электрических систем*, ЭНЕРГИЯ, Москва, 1979.
- [8] P. M. Anderson, A. A. Fouad, *Power System Control and Stability*, IEEE Press, 2003.
- [9] P. M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*, IEEE Press, 1995.
- [10] G. Anderson, *Modelling and Analysis of Electric Power Systems*, ETH Zürich, 2003.
- [11] H. Požar, *Visokonaponska rasklopna postrojenja*, TEHNIČKA KNJIGA, Zagreb, 1978.
- [12] В. А. Веников, *Переходные электромеханические процессы в электрических системах*, ВИСШАЯ ШКОЛА, Москва, 1978.
- [13] Д. Рајичиќ, *Вовед во дистрибутивни електроенергетски системи*, ЕТФ Скопје, 1995.
- [14] T. Gonen, *Modern Power System Analysis*, CRC Press, 2013.
- [15] M. V. Deshpande, *Electrical Power System Design*, Tata McGraw-Hill, 2001.
- [16] G. W. Stagg, A. El. Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw-Hill, 1968.
- [17] Под. ред. В. А. Веникова, *Расчеты и анализ режимов работы сетей*, ЭНЕРГИЯ, Москва, 1974.
- [18] B. M. Weedy, B. J. Cory, N. Jenkins, J. B. Ekanayake, G. Strbac, *Electric Power Systems*, John Wiley & Sons, 2012.
- [19] J. Neuenswander, *Modern Power Systems*, Int. Textbook Company, 1978.
- [20] M. Plaper, *Elektroenergetska omrežja - I del*, ETF Ljubljana, 1974.
- [21] M. Plaper, *Elektroenergetska omrežja - II del*, ETF Ljubljana, 1975.
- [22] M. Plaper, *Principi optimalnosti u mrežama za prenos i distribuciju električne energije*, ZJE Beograd, 1980.

- [23] J. Nahman, M. Marković, *Elektrane i razvodna postrojenja*, Zbirka zadataka, ETF Beograd, 1973.
- [24] J. Nahman, *Struje kratkih spojeva i njihovo prekidanje*, ETF Beograd, 1973.
- [25] J. Nahman, *Uzemljenje neutralne tačke distributivnih mreža*, Naučna knjiga, Beograd 1980.
- [26] J. Štarklj, G. Muždeka, *Zbirka rešenih zadataka iz prenosa električne energije*, ETF Beograd, 1973.
- [27] G. Muždeka, N. Rajaković, *Zbirka rešenih zadataka iz prenosa električne energije*, Naučna knjiga, Beograd 1982.
- [28] M. Ožegović, K. Ožegović, *Električne mreže I, II i III*, Split, 1977, 1980, 1982.
- [29] R. Röper, *Short-circuit Currents in Three-phase Systems*, Siemens and John Wiley & Sons, Erlangen 1985.
- [30] E. Clarke, *Circuit Analysis of A-C Power Systems: Volume 1*, John Wiley, 1943.
- [31] J. Machowski, Z. Lubosny, J. W. Bialek, J. R. Bumby, *Power System Dynamics: Stability and Control*, John Wiley & Sons, 2008.
- [32] D. Das, *Electrical Power Systems*, New Age International, 2006.
- [33] Л. М. Пиотровский, *Электрические машины*, Энергия, 1974.
- [34] J. H. Chow, J. J. Sanchez-Gasca, *Power System Modeling, Computation, and Control*, John Wiley & Sons, 2020.
- [35] P. M. Fishbane, S. G. Gaslorowicz, S. T. Thornton, *Physics for Scientists and Engineers*, Pearson Education International, 2005.

Мирко Тодоровски, Ристо Ачковски
ВИСОКОНАПОНСКИ МРЕЖИ И СИСТЕМИ

Издавач:

Факултет за електротехника и информациски технологии,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Уредници:

Мирко Тодоровски, Ристо Ачковски

Техничка и графичка обработка:

Мирко Тодоровски, Ристо Ачковски

Лектура на македонски јазик:

Ленка Панчевска

Печатница

ДПТУ „Студентски сервис“ ДОО, Скопје

Тираж

200 примероци

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека „Св. Климент Охридски“,
Скопје

621.315/.316(075.8)

ТОДОРОВСКИ, Мирко

Високонапонски мрежи и системи / М. Тодоровски, Р. Ачковски. - 2.
изменето и дополнето изд. - Скопје : Универзитет „Св. Кирил и
Методиј“ во Скопје, Факултет за електротехника и информациски
технологии, 2025. - 522 стр. : илустр. ; 25 см

Фусноти кон текстот. - Библиографија: стр. 521-522

ISBN 978-608-4999-19-5

1. Ачковски, Ристо [автор]

а) Електроенергетски водови, високонапонски – Високошколски
учебници б) Електрични мрежи – Високошколски учебници

COBISS.MK-ID 65417733